

三相誘導電動機の過渡現象に関する研究(学位論文)

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 明治大学工学部 公開日: 2009-04-15 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 松瀬, 貢規 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10291/4797

A Study on the Transient Phenomena of Three Phase Induction Motor

Koki Matsuse

Abstract

The signal flow graph is now used in the method for analysis or expression of electric circuits, servomechanisms and optimal control systems. By means of the signal flow graph, the linear circuits are easily put into analog computer representation by comparison between one branch of the signal flow graph and one block of the analog computer representation.

The author applied this graph to the analog simulation of the three phase induction motor (3ϕ I·M) that has never been tried in the concrete form.

In recent years, with increasing power source capacities, line starting of the 3ϕ I·M is often used.

Then, the author obtained the optimal analog computer representation to compute transient phenomena of the tested motor at the line starting. The basic equations of the 3ϕ I·M consist of voltage-current equations, torque equation and motional equation. The voltage and current of the stator side are shown on $\alpha\cdot\beta$ phase axes, and those of the rotor side on $d\cdot q$ axes.

With the development of S·C·R, the speed control of 3ϕ I·M through S·C·R inverter has come to be carried out commonly.

The investigation of the transient characteristics relating to the change of supplied frequency is increasingly becoming important. For this reason, the transient characteristics relating to the change of supplied frequency or secondary resistances at the line starting are computed by an analog computer.

The author using the digital computer calculates the starting transient torque and the starting time of the tested motor which are obtained by the instantaneous symmetrical coordinate theory. As for the steady state phenomena, the experimental results and the results of the calculations by the digital and analog computer are in good agreement.

When a S·C·R inverter is adopted as the power source, the supply waveform is not a sine wave. That is, the supply waveform includes harmonic components, and if it is used as power source, there arise some new problems. The analysis of the starting transient characteristics of the 3ϕ I·M driven by the sine wave source has been made, and some papers on the starting characteristics of the 3ϕ I·M driven by the square wave can be cited, but the papers on the harmonics wave drive are few in number and unsatisfactory.

In this paper, for the purpose of investigating the effect of the harmonic components of the source, the author describes the source waveform extended into Fourier series and obtains the volt-current equation, the torque equation through the Method of Instantaneous Symmetrical Coordinate and Poly-Axis Matrix Theory along with the motional equation.

By making these equations simultaneously, the author tries to make a numerical analysis of the starting transient phenomena of the 3ϕ I.M, using the digital computer.

In the examples of calculation, n th harmonic voltage of the supply waveform is (1) $1/n$, (2) $1/n^2$ times that of the fundamental.

The calculation of the starting transient characteristics is made on the following three cases of the supply waveforms, and the effect of the harmonic components is described: (1) fundamental only, (2) 5 th harmonic included, (3) 5 th and 7 th harmonics included.

About the starting transient characteristics relating to the change of supplied frequency of the tested motor the results of investigation reveal the followings :

(1) The start-up time at the line starting has a tendency to be proportional to the forth power of the supplied frequency, and the disappearing cycle (or time) of the oscillating transient torque also has the same tendency as the start-up time.

(2) The oscillating transient torque decreases exponentially as to hours, and the maximum values of the torque is in inverse-square proportion to the supplied frequency. The maximum torque and the starting torque of the steady state are in inverse proportion to the supplied frequency.

(3) The frequency of the oscillating transient torque is about six to seven cycle less than the supplied frequency.

The results of investigation on the starting transient relating to the change of secondary resistance of the tested motor are as follows :

(1) The start-up time and the disappearing cycle of the oscillating transient torque show the same corresponding tendencies to the change of the secondary resistance, but, when the resistance increases, decrease at first, and increase afterwards.

(2) The maximum values of the oscillating transient torque are almost constant with regard to the change of the secondary resistance, and their frequency is independent of the secondary resistance.

As to the effect of the harmonic voltage on the starting transient characteristics of the tested motor, the results of investigation reveal the followings :

(1) Start-up time (until the slip becomes 4%); the start-up time driven by the waveform including 5 th and 7 th harmonics becomes slightly longer than that of sine wave drive, and the speed rises oscillatingly in either case.

(2) Oscillating transient torque; this torque oscillates at about 7 Hz lower frequency than that of the line, and decreases exponentially with time. But in the harmonics drive, the steady-state oscillating torque by the harmonic components is superposed on an oscillating transient torque.

(3) Steady-state oscillating torque; in the case of being driven by distorted wave, there occurs a steady-state oscillating torque which does not appear in the sine wave only. Its frequency is about six times that of line, and its amplitude is the function of the rotating angular velocity (slip), so this amplitude increases as the rotating angular velocity increases.

The tested motor in this research is a wound-rotor three phase induction motor, with its rated output 3.7 KW.

目	次
第1章 緒論 …………… (90)	(3.4.1) 電源周波数と始動時過渡特性との関係
1.1 本研究の目的および意義 …………… (90)	(3.4.2) 2次抵抗と始動時過渡特性との関係
(1.1.1) 本研究に関する歴史的背景	(3.4.3) 電源周波数と定常時速度, トルク特性
(1.1.2) 本研究の目的および意義	第4章 三相誘導電動機の始動時における過渡現象 …………… (117)
1.2 本研究の概要 …………… (91)	4.1 三相誘導電動機の始動時過渡電流と過渡トルク …………… (117)
第2章 シグナル・フロー・グラフを用いたアナログ計算機による三相誘導電動機の過渡現象の解析 …………… (92)	4.2 始動時間と回転数の関係 …………… (117)
2.1 三相誘導電動機の基礎方程式 …………… (92)	(4.2.1) 近似化した始動時間と回転数の関係
(2.1.1) 基礎方程式誘導理論の概説	(4.2.2) 正確な始動時間と回転数の関係
(2.1.2) $\alpha\cdot\beta, d\cdot q$ 座標軸での電圧・電流方程式	4.3 正確な始動時間と回転数の関係による解析結果 …………… (118)
(2.1.3) $\alpha\cdot\beta, d\cdot q$ 軸での発生トルク方程式	4.4 解析方法による三相誘導電動機の始動時過渡特性の比較・検討 …………… (121)
(2.1.4) 回転機の運動方程式	(4.4.1) 電源周波数および2次抵抗を変化した場合の特性
2.2 シグナル・フロー・グラフのアナログ計算機による解析への応用 …………… (95)	(4.4.2) 解析方法による計算結果の検討
(2.2.1) 基礎方程式のシグナル・フロー・グラフ化	4.5 三相誘導電動機の始動時過渡特性の要約 …………… (127)
(2.2.2) シグナル・フロー・グラフの変形とアナログ演算回路の決定	(4.5.1) 電源周波数と始動時過渡特性
2.3 アナログ計算機による三相誘導電動機の始動時過渡現象の解析結果 …………… (99)	(4.5.2) 2次抵抗と始動時過渡特性
(2.3.1) 試料機の定格および諸定数	第5章 ひずみ波電源駆動時の三相誘導電動機の過渡現象 …………… (128)
(2.3.2) じか入れ始動時における過渡現象の解析結果	5.1 ひずみ波電圧駆動による三相誘導電動機の始動時過渡現象の解析方法 …………… (128)
(2.3.3) 電源周波数および2次抵抗などの変化に対する始動時過渡特性	(5.1.1) 解析における基本仮定
2.4 要約 …………… (101)	(5.1.2) 電源電圧波形の瞬時対称座標法表示
第3章 瞬時対称座標法による三相誘導電動機の過渡現象の解析 …………… (101)	(5.1.3) 電圧・電流方程式
3.1 解析方法 …………… (101)	(5.1.4) トルク方程式
(3.1.1) 瞬時対称座標法による三相誘導電動機の基礎方程式	(5.1.5) 回転機の運動方程式
(3.1.2) 瞬時対称座標軸での過渡電流	(5.1.6) 瞬時対称座標法表示によるひずみ波電圧駆動時の過渡電流
3.2 三相誘導電動機の始動時過渡現象の解析結果 …………… (102)	5.2 解析結果 …………… (131)
(3.2.1) 固定子過渡電流	(5.2.1) ひずみ波電圧による駆動の三相誘導電動機の始動時過渡電流
(3.2.2) 過渡トルク	(5.2.2) ひずみ波電圧による駆動の三相誘導電動機の始動時過渡トルク
(3.2.3) 始動時間と回転数	5.3 数値解析結果 …………… (135)
3.3 数値解析結果 …………… (105)	(5.3.1) 試料機定格と諸定数
(3.3.1) 始動時過渡トルクと始動時間	(5.3.2) 電源波形
(3.3.2) アナログ計算機による計算結果との比較・検討	
3.4 三相I・Mの始動時過渡特性…………… (113)	

(5.3.3) 始動時過渡現象の数値解析結果	
5. 4 ひずみ波駆動による三相誘導電動機の始動時過渡特性	(137)
(5.4.1) 矩形波電圧駆動による始動時過渡特性	
(5.4.2) 三角波電圧駆動による始動時過渡特性	
5. 5 三相誘導電動機の始動時過渡および定常時のトルク特性におよぼす高調波電圧の影響	(141)
(5.5.1) 定常状態でのトルク特性	
(5.5.2) 始動時過渡トルク特性	
第6章 結 論	(145)
参 考 文 献	(146)

第1章 緒 論

1. 1 本研究の目的および意義

(1.1.1) 本研究に関する歴史的背景

周知のように、誘導電動機は、小は家庭電器製品から、大は工場や鉱山の産業用にまで多くの分野に使用されている。

従って、誘導電動機に関する研究も多くの人々によって行なわれてきたが、1935年から38年にかけて G. Kron が The Application of Tensors to the Analysis of Rotating Electric Machinery を G. E. Review に発表して以来、一般の回転機と共に、誘導電動機に関する理論も急速に発展してきた。すなわち、その研究は誘導電動機の定常状態の解析および回転機全般の統一的等価回路の導入に多大の貢献をなした⁽¹⁾⁽²⁾。

1959年、D. C. White と H. H. Woodson は従来の理論を系統的にまとめて Electromechanical Energy Conversion を発表した⁽³⁾。彼らは、回転機全般を一つの一般化された回転機にまとめて解析するエネルギー変換工学的な考え方を提案し、それ以来、直流機や同期機など回転機一般の種々の状態に対する現象が解明され続け、現在に到っている。

さて、従来の三相誘導電動機に関する研究は次のような範囲について行なわれているが、すべて電源電圧は正弦波として取り扱っている。

すなわち、対称な三相誘導電動機の円線図、等価回路による定常状態の解析⁽⁴⁾、不平衡回路をもつ誘導電動機の定常状態の解析⁽⁵⁾など定常状態の解析が主体であって、過渡現象に関する研究は、わずかに山村氏、竹内氏、F. H. Haughes 氏などの諸氏による研究に集約されるにすぎない。このうち、山村氏による研究

は、単極発電機を使用して始動時に生じる振動トルクの存在を実験的に確認するにとどまり、解析は行なわれていない⁽⁶⁾。竹内氏は、多軸行列法により、2次抵抗の変化しない、極く簡単なかご形誘導電動機の解析を行なっているが、実際の数値計算は行なわず、また、F. H. Haughes 氏は誘導電動機をアナログ計算機によってシミュレーションを行なって、定性的な解析を行なっているにしかすぎない。

以上のように、従来の誘導電動機の過渡現象に関する研究は、電源周波数や2次抵抗の変化しない、対称なかご形誘導電動機に対して、しかも電源波形が正弦波だけの極く簡単な問題に対する解析が行なわれているにすぎない。

三相誘導電動機の過渡現象は、非線形であるため手計算による解析は不可能であったり⁽⁶⁾、また、従来は電源周波数や2次抵抗等の変化および電源電圧の波形による過渡特性の変化を解明する必要もなかった。

しかるに、ここ数年の間に、S・C・R が急速に発達し、S・C・R インバータが三相誘導電動機の変換周波数電源として用いられるようになってきた⁽⁷⁾。

S・C・R インバータを電源として用いると、その波形が正弦波ではなく、高調波を含むひずみ波となる。

また、その可変周波電源駆動による誘導電動機を用いた速度制御方式は、従来の直流機などの整流子機による速度制御方式に取って代ろうとしている。

かかる状況を推察すると、三相誘導電動機の周波数および2次抵抗に対する特性を定常状態だけでなく、過渡状態についても解明すること、および電源波形による過渡特性の変化を解明することは急務のことである。

(1.1.2) 本研究の目的および意義

三相誘導電動機(三相 I・M)などの電気機械を速度制御および位置制御の制御用や工場、鉱山での動力用に使用する際、電源投入、スイッチ切り換えおよび制動時において電氣的ならびに機械的な過渡現象を生じる。

特に、最近の電源容量の増大に伴い、三相誘導電動機のじか入れ始動が数百 KW 程度の電動機に対しても行なわれるようになってきた。

三相誘導電動機をシステムの中の一要素としてみる自動制御的な立場、電源容量や設計上においては、定常状態だけでなく、前述の如く過渡状態についても検討を行なう必要がある。

物理現象の過渡状態と定常状態を含む統一的な方程式を求め、アナログ計算機で電氣的にそれらの状態を模擬するアナログ・シミュレーションは一般の物理現

象を解析するためよく使用される方法である。

しかるに、最近、自動制御の分野におけるサーボ機構や最適制御系の表現や解析および電気回路網の解析にシグナル・フロー・グラフが非常に多く使用されるようになってきた。このシグナル・フロー・グラフはその変形がたやすくでき、さらにアナログ計算機の要素との一対一の対応を示す枝から直接アナログ演算回路を導くこともでき、正帰還ループのないまたは部分的な正帰還ループ利得の少ない望ましいアナログ演算回路に変形できるので、アナログ・シミュレーションの方法として非常に便利である。

最近、原島氏によってこのシグナル・フロー・グラフを用いて、二相サーボ・モータのアナログ・シミュレーションによる過渡現象の解析が行なわれたが、二相サーボ・モータのシミュレーションでは三相誘導電動機への応用は不十分である。

二相サーボ・モータの始動時においては過渡的不安定状態は存在しないが、三相誘導電動機には一般にそのような状態が存在する。そして、その過渡的不安定状態がシミュレーション回路に大きな影響を与える。

そこで、アナログ計算機によって三相誘導電動機の過渡現象を解析するアナログ・シミュレーションではその影響を十分考慮して最適なアナログ演算回路を選択・決定する必要がある。

可変周波数電源が容易に入手することができるようになり、電源周波数を変化して速度制御を行なう場合には、周波数と三相誘導電動機の過渡特性との関係も解明する必要がある。

本論文の前半(第4章まで)において、前述のシグナル・フロー・グラフを用いて最適なアナログ演算回路を導き、この回路を用いたアナログ計算機による解析と、2次抵抗が一般に変化する巻線形の三相誘導電動機にはまだ応用されていない瞬時対称座標法による解析とにより、三相誘導電動機の2次抵抗や電源周波数を変化して、速度制御およびじか入れ駆動を行なう場合の始動時における過渡特性を明らかにする。

最近、大容量で信頼性の高い、そして、多種多様の用途に応じたS・C・Rの開発に伴い、S・C・Rインバータなどの可変周波数電源を用いた三相誘導電動機による速度制御方式が、特に、製紙工場や繊維工場などのブラシを極度に嫌う工場で、従来の直流電動機や三相整流子電動機の整流子機による速度制御方式に取って換わろうとしている。

そこで、三相誘導電動機をS・C・Rインバータなどの可変周波数電源により駆動する場合は電源電圧波形がいわゆる正弦波ではなく、高調波成分を含む矩形

波などのようなひずみ波となる。

本論文の前半で正弦波電圧駆動による三相誘導電動機の始動時過渡現象を種々の方法で解明するが、ひずみ波電圧駆動時には正弦波電圧駆動時の解析では解明しえない新しい現象が生じる。

最近、原島氏らや関口氏らは実時間での状態推移法やZ変換法を巧みに適用してインバータ電源駆動時における過渡状態や定常状態の解析を行った。そして、T. A. Lipo氏らやЭфендизаде, A. A.氏らは方形波電圧駆動により、定常時に発生する電源の6の倍数の周波数で振動するトルクや始動時間などの現象を研究している。しかし、いわゆる電源電圧のひずみ波すなわち高調波成分を含む波形の高調波成分が始動時過渡特性および定常特性に与える影響については研究されていない。

その外、従来の論文では電源電圧の高調波の影響を静特性については研究されているが、始動時過渡特性については研究の例をみない。

本研究によりひずみ波電圧で駆動される三相I・Mの始動時過渡特性におよぼす高調波電圧の影響を明らかにすることができた。

1. 2 本研究の概要

本研究は、三相誘導電動機の過渡現象に関して論じたもので、正弦波電源電圧で駆動する場合については、アナログ計算機および瞬時対称座標法等を適用して、過渡現象を解明し、高調波成分を含むひずみ波で駆動する場合については、フーリエ級数および瞬時対称座標法などを応用する新しい解析法を提示し、その解析方法により三相I・Mの始動時過渡特性におよぼす高調波成分の影響について論じたものである。

第2章においては；アナログ計算機によって三相I・Mの過渡現象を解析する方法およびその結果えられた特性について述べ、特に、アナログ演算回路を導く方法としてはシグナル・フロー・グラフを用いる方法が便利であること、そして、解析する際に最適なアナログ演算回路を選択し決定することの必要性を論じ、最適なアナログ演算回路を導いて、2次抵抗、電源周波数および電圧の大きさなどを変化した時の過渡現象の解析を行った。

第3章においては；瞬時対称座標法やラプラス変換法を適用することにより、三相I・Mの2次抵抗と電源周波数等を変化した場合の過渡現象を表わす過渡トルク、過渡電流および回転数の変化等の計算式を導いた。そして、アナログ計算機による解析結果との比較により、2つの解析方法による結果は非常によく一致し、その結果より特性を論ずることのできることを述

べた。

第4章においては；第2章および第3章で述べた解析方法について検討し，その解析結果より三相 I・M の始動時過渡性を論じた。特に，過渡時に生じる振動トルクについて，電源電圧の大きさ，周波数および2次抵抗の変化に対する特性を詳細に論じた。

第5章においては；ひずみ波電源電圧(S・C・R インバータの電源波形)で駆動する時の三相 I・M の始動時過渡特性が正弦波駆動時の特性と異なり，電源波形の高調波成分によって大きく影響をうけることを論じ，影響を受ける特性について論究した。解析方法としては，ひずみ波の電源電圧をフーリエ級数で展開して表わし，重畳の理，瞬時対称座標法ならびにラプラス変換法などの個々を取れば日新し理論ではないが，その個々の理論を巧みに適用することにより新しい解析方法を提示して用いた。

以上を取りまとめて，結論において，三相 I・M の過渡現象に関する解析方法および解析結果を総合的・体系的に論じた。

第2章 シグナル・フロー・グラフを用いたアナログ計算機による三相誘導電動機の過渡現象の解析

2.1 三相 I・M の基礎方程式

(2.1.1) 基礎方程式誘導理論の概説

(i) 座標変換の概要

本研究で行なう誘導電動機の定常状態および過渡状態についての現象を論じる場合，その現象が電気系と機械系およびその2つの系の結合部分とに起きるため，電気系の現象を表示する電圧・電流方程式および発生トルク方程式，そして機械系の現象を表示する運動方程式を求めて解析しなければならない。それらの方程式のなかで電圧・電流方程式および発生トルク方程式は座標変換の概念を適用して求められるので，アナログ計算機で三相 I・M の過渡現象を解析する場合に用いた座標変換の概念について簡単に述べる。

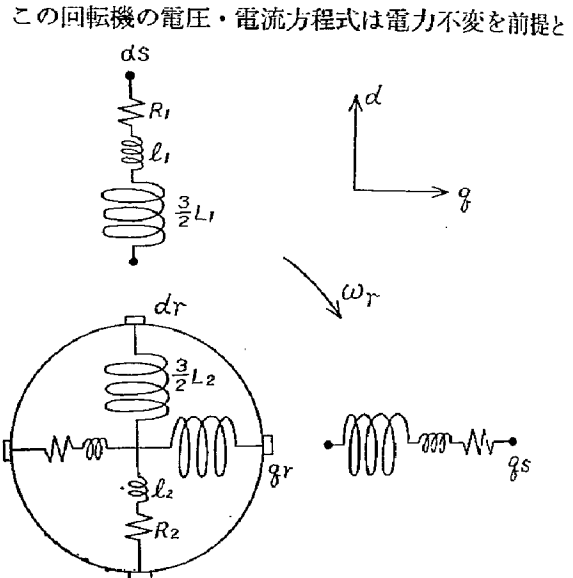
この座標変換の概念を電気機械の解析に応用する論文を1935年に G. Kron が発表して以来，電気機械の理論は急速に発展し，その概念は現在もなお，不備な点を改良されつつ，ますます多方面に拡張，応用され研究されている。

座標変換を応用した2軸理論は2巻線軸を持つ一般化された回転機を想定し，その2つの巻線軸を d 軸， q 軸としそれぞれに誘導する速度起電力と変圧器起電力と電圧降下とによる電圧・電流方程式によってテンソル解析を行うものである。

この一般化された回転機の電圧・電流方程式は直流

機，誘導機ならびに同期機などの方程式の基本形であり，個々の回転機に必要な条件を満たすように座標変換の時の結合行列を決定すれば，各種の回転機に合致する方程式は必然的に求められる。

想定された2軸は固定子軸，回転子軸共に90度の角度を持って固定しているとみなし，回転子はブラシを通して結線されている，いわゆる整流子機であり，その回路は第(2.1)図である。



第(2.1)図 一般化された回転機の回路

した絶対変換を行って求められた新座標軸の電圧・電流方程式となる。旧座標系の電圧と電流の関係と新座標系での電圧と電流の関係は各座標系においてまったく等価であるから，変換後はその座標系で解析を進めて行き，最後に，また元の座標系すなわち，実量量の座標系にもどせばよいのである。

座標変換法の利点は解析し易い座標系で解析を進め，問題をより普遍的に解析出来ることである。それ故に，変換する座標系は解析する対象に最も便利な系を選ばなければならない。

座標変換時の諸量の関係を簡単に示すと以下のようになる。A座標系での電圧，電流およびインピーダンスの行列を $[\dot{E}]$ ， $[\dot{I}]$ ， $[\dot{Z}]$ とし，B座標系でのそれぞれの行列を $[\dot{E}']$ ， $[\dot{I}']$ ， $[\dot{Z}']$ とする。

それぞれの座標系では第(2.1)式，第(2.2)式のようにオームの法則が成立する。

$$\text{A座標系} \quad [\dot{E}] = [\dot{Z}] \dot{I} \quad \dots\dots(2.1)$$

$$\text{B座標系} \quad [\dot{E}'] = [\dot{Z}'] \dot{I}' \quad \dots\dots(2.2)$$

$[\dot{I}]$ と $[\dot{I}']$ との間に

$$[\dot{I}] = [C] \dot{I}' \quad \dots\dots(2.3)$$

となる結合行列 $[C]$ が存在すると仮定する。また，結合行列 $[C]$ は電力量不変を前提とする絶対変換が

可能な直交行列 (Unitary Matrix) であるとすれば、A座標系とB座標系の諸量の間には第(2.4)式~第(2.6)式の関係がある。

$$[Z'] = [C]_* [Z] [C] \quad \dots\dots(2.4)$$

$$[E] = [C]_* [E] \quad \dots\dots(2.5)$$

$$[I'] = [C]_* [I] \quad \dots\dots(2.6)$$

ただし、 $[C]_*$ は行列 $[C]$ の共役で転置行列である。

第(2.1)式~第(2.6)式の関係を利用して、本論文で行なう三相誘導電動機の電圧・電流方程式を導き出すことができる。

$$[C] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & & \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \cos \frac{2\pi}{3} & \sin \frac{2\pi}{3} & \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \cos \frac{4\pi}{3} & \sin \frac{4\pi}{3} & \sqrt{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_a & \sin \theta_a & \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \cos(\theta_a + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_a + \frac{2\pi}{3}) & \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \cos(\theta_a + \frac{4\pi}{3}) & \sin(\theta_a + \frac{4\pi}{3}) & \sqrt{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \quad \dots\dots(2.7)$$

$$\begin{pmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + P(L_1 + \frac{3}{2}L_1) & & \frac{3}{2}PM & \\ & R_1 + P(L_1 + \frac{3}{2}L_1) & & \frac{3}{2}PM \\ \frac{3}{2}PM & q\omega_r \frac{3}{2}M & R_2 + P(L_2 + \frac{3}{2}L_2) & q\omega_r(L_2 + \frac{3}{2}L_2) \\ -q\omega_r \frac{3}{2}M & \frac{3}{2}PM & -q\omega_r(L_2 + \frac{3}{2}L_2) & R_2 + P(L_2 + \frac{3}{2}L_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{pmatrix} \quad \dots\dots(2.8)$$

ただし

$v_{ds}, v_{qs}, i_{ds}, i_{qs}$; $d \cdot q$ 軸の固定子電圧 [V] および電流 [A]

$v_{dr}, v_{qr}, i_{dr}, i_{qr}$; $d \cdot q$ 軸の回転子電圧 [V] および電流 [A]

R_1, R_2 ; 一次, 二次の相分抵抗 [Ω]

L_1, L_2 ; 一次, 二次の1相分自己インダクタンス [H]

l_1, l_2 ; 一次, 二次の相分漏れインダクタンス [H]

M ; 一次, 二次間の1相分最大相互インダクタンス [H]

ω_r ; 回転子の回転角速度 [rad/sec]

q ; 極対数

P ; 演算子 (d/dt)

第(2.8)式において、三相 I・M は巻線が三相對称で、ギャップが一様であり、星形結線であるとし、相電流の代数和は零であることから、0 軸の成分は存在しない。

第(2.8)式に求めた $d \cdot q$ 軸は固定している。しかし、固定子巻線軸は実際には回転磁界と同速度で、同

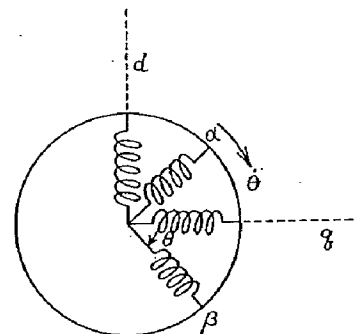
(2.1.2) a, β, d, q 座標軸での電圧・電流方程式

(i) 三相 I・M の電圧・電流方程式

アナログ計算機で三相 I・M の過渡現象の解析を行なうため、実際の三相對称巻線軸から固定子側および回転子側を(2.1.1)で概説した座標変換の概念を適用して座標を $d \cdot q \cdot 0$ 軸に変換する。(2.1.1)で述べた A 座標系を三相對称巻線軸とし、B 座標系を $d \cdot q \cdot 0$ 軸であるとすれば第(2.7)式で表示される結合行列 $[C]$ を適用して、三相 I・M の $d \cdot q \cdot 0$ 座標軸での電圧・電流方程式第(2.8)式を求めることができる。

方向に回転している。そこで、固定子軸だけを回転磁界と同速度で、同方向に回転している座標系の $\alpha \cdot \beta$ 相軸に変換しなければならない。すなわち、 $\alpha \cdot \beta$ 相軸と $d \cdot q$ 軸の関係は第(2.2)図のように示すことができる。

第(2.8)式で求められた $d \cdot q$ 軸の方程式を固定子側を $\alpha \cdot \beta$ 相軸、回転子側を $d \cdot q$ 軸とする方程式に変換する為の結合行列 $[C]$ は第(2.9)式に与えられる。そして、新しい座標系での三相 I・M の電圧・電流方程式は第(2.10)式となる。



第(2.2)図 $\alpha \cdot \beta$ 相軸(回転軸)と $d \cdot q$ 軸(固定軸)

$$[C] = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & & \\ -\sin\theta & \cos\theta & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix} \dots\dots(2 \cdot 9)$$

$$\begin{pmatrix} v_{as} \\ v_{\beta s} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + P\left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right), & & & \frac{3}{2}PM, \\ & R_1 + P\left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right), & & \frac{3}{2}PM \\ \frac{3}{2}PM, & q\omega_r \frac{3}{2}M, & R_2 + P\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right), & q\omega_r\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right) \\ -q\omega_r \frac{3}{2}M, & \frac{3}{2}MP, & -q\omega_r\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right), & R_2 + P\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{as} \\ i_{\beta s} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{pmatrix} \dots\dots(2 \cdot 10)$$

ただし、 v_{as} , $v_{\beta s}$, i_{as} , $i_{\beta s}$ は $\alpha \cdot \beta$ 相の固定子電圧 [V] および電流 [A] である。

第 (2・10) 式がアナログ計算機で三相 I・M の過渡現象を解析する場合に基礎となる電圧・電流方程式である。

(ii) 電圧および電流の $\alpha \cdot \beta$, $d \cdot q$ 軸量と実際の巻線軸量との関係

$\alpha \cdot \beta$, $d \cdot q$ 軸と三相巻線軸での電圧の関係は結合行列の第 (2・7) 式と第 (2・9) 式より、固定子側については第 (2・11) 式と第 (2・12) 式で表わされる。

$$\begin{pmatrix} v_{as} \\ v_{\beta s} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} v_a - \frac{1}{2}(v_b + v_c) \\ \frac{\sqrt{3}}{2}(v_b - v_c) \end{pmatrix} \dots\dots(2 \cdot 11)$$

$$\begin{pmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} v_{as} \\ -\frac{1}{2}v_{as} + \frac{\sqrt{3}}{2}v_{\beta s} \\ -\frac{1}{2}v_{as} - \frac{\sqrt{3}}{2}v_{\beta s} \end{pmatrix} \dots\dots(2 \cdot 12)$$

回転子側は、巻線形 I・M で二次励磁を行なう場合を除いては二次印加電圧はないので次式となる。

$$v_a = v_\beta = v_r = v_{dr} = v_{qr} = 0 \dots\dots(2 \cdot 13)$$

また、電流の関係も結合行列より第 (2・14) 式および第 (2・15) 式となる。

$$\begin{pmatrix} i_{as} \\ i_{\beta s} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} i_a - \frac{1}{2}(i_b + i_c) \\ \frac{\sqrt{3}}{2}(i_b - i_c) \\ i_a \cos\theta_\alpha + i_\beta \cos\left(\theta_\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \quad + i_r \cos\left(\theta_\alpha + \frac{4}{3}\pi\right) \\ i_a \sin\theta_\alpha + i_\beta \sin\left(\theta_\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \quad + i_r \sin\left(\theta_\alpha + \frac{4}{3}\pi\right) \end{pmatrix} \dots\dots(2 \cdot 14)$$

$$\begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{as} \\ -\frac{1}{2}i_{as} + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{\beta s} \\ -\frac{1}{2}i_{as} - \frac{\sqrt{3}}{2}i_{\beta s} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} i_c \\ i_a \\ i_\beta \\ i_r \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}i_{as} - \frac{\sqrt{3}}{2}i_{\beta s} \\ i_{dr} \cos\theta_\alpha + i_{qr} \sin\theta_\alpha \\ i_{dr} \cos\left(\theta_\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) + i_{qr} \sin\left(\theta_\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) \\ i_{dr} \cos\left(\theta_\alpha + \frac{4}{3}\pi\right) + i_{qr} \sin\left(\theta_\alpha + \frac{4}{3}\pi\right) \end{pmatrix} \dots\dots(2 \cdot 15)$$

ただし

v_a, v_b, v_c ; 三相巻線軸の固定子相電圧 [V]

v_α, v_β, v_r ; 三相巻線軸の回転子相電圧 [V]

i_a, i_b, i_c ; 三相巻線軸の固定子電流 [A]

i_α, i_β, i_r ; 三相巻線軸の回転子電流 [A]

θ_α ; a 相から回転方向へとした二次相への角 (rad)

(2.1.3) $\alpha \cdot \beta$, $d \cdot q$ 軸での発生トルク方程式

第 (2・10) 式の電圧および電流を

$$[v] = \begin{pmatrix} v_{as} \\ v_{\beta s} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{pmatrix}, \quad [i] = \begin{pmatrix} i_{as} \\ i_{\beta s} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{pmatrix} \dots\dots(2 \cdot 16)$$

とおき、第 (2・10) 式のインピーダンス行列での $q\omega_r$ の係数行列を第 (2・17) 式とおく。

$[i]_t$ を $[i]$ の転置行列とすれば、発生トルク T [N・m] は第 (2・18) 式より、第 (2・19) 式となる。

$$[G] = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & \frac{3}{2}M, & \\ -\frac{3}{2}M, & & & -\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right), \end{pmatrix} \dots\dots(2 \cdot 17)$$

$$T = \frac{[i]_t [G] q\omega_r [i]}{\omega_r} \dots\dots(2 \cdot 18)$$

$$T = \frac{3}{2}qM(i_{\beta s}i_{dr} - i_{as}i_{qr}) \dots\dots(2 \cdot 19)$$

(2.1.4) 回転機の運動方程式

回転機の運動方程式は次式である。

$$T = JP\omega_r + D_r\omega_r \dots\dots(2 \cdot 20)$$

ただし、

T : 発生トルク $[N \cdot m]$

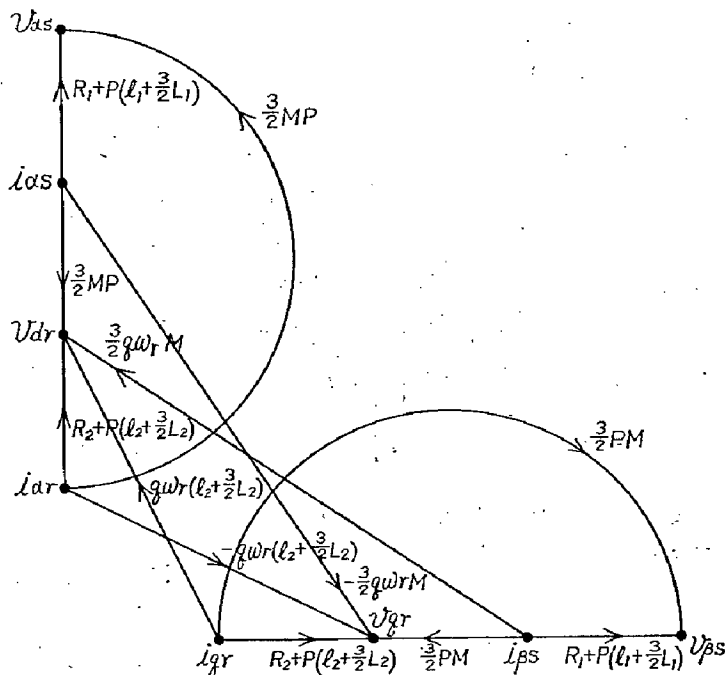
J : 回転体の慣性モーメント $[N \cdot m \text{ sec}^2 / \text{rad}]$

D_r : 制動係数 $[N \cdot m \text{ sec} / \text{rad}]$

2.2 シグナル・フロー・グラフのアナログ計算機による解析への応用

(2.2.1) 基礎方程式のシグナル・フロー・グラフ化

(i) 電圧・電流方程式のシグナル・フロー・グラフ



第(2.3)図 電圧・電流方程式のシグナル・フロー・グラフ

このようなシグナル・フロー・グラフはアナログ計算機での電気機械の解析には以下に論ずる如く、非常に便利な解法であるにもかかわらず、いまだに十分にこの使用法は開発されていない。

(ii) 発生トルク方程式のシグナル・フロー・グラフ

発生トルク方程式の第(2.19)式は変化する量の電流と電流の積で表わされているので、線形要素の節と枝のシグナル・フロー・グラフで表わすことはできない。そこで、変数と変数の積を表わす記号として第(2.4)図に示す記号を使用し、発生トルク方程式のシグナル・フロー・グラフを描けば第(2.4)図となる。

(iii) 運動方程式のシグナル・フロー・グラフ

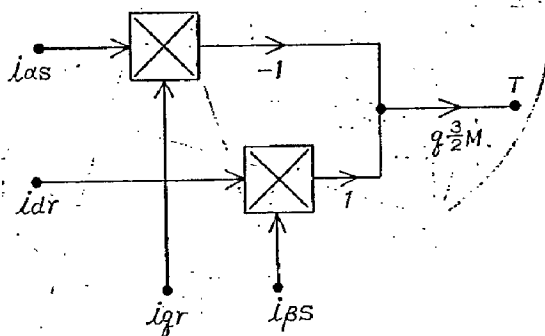
運動方程式のシグナル・フロー・グラフは第(2.20)式より、 T と ω_r を変数とし節にとれば第(2.3)図の如く描くことができる。

(2.2.2) シグナル・フロー・グラフの変形とアナ

フ

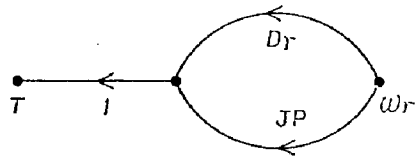
シグナル・フロー・グラフは節 (node) と枝 (branch) からなり、節は信号を表わし、枝は信号の向きとトランスミッタンスを表わす。したがって、電圧・電流方程式をシグナル・フロー・グラフに表わす場合、すべての電圧および電流は節で表わし、インピーダンスを枝で表わす。第(2.10)式をシグナル・フロー・グラフに描くと第(2.3)図となる。

ログ演算回路の決定

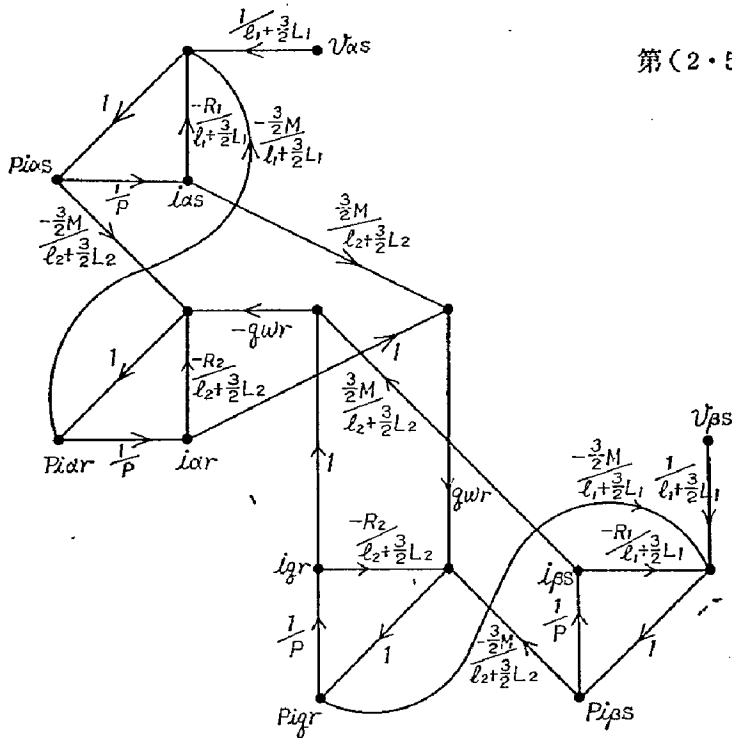


ただし $x \rightarrow \otimes \rightarrow z$ は $xy = z$ を表わす

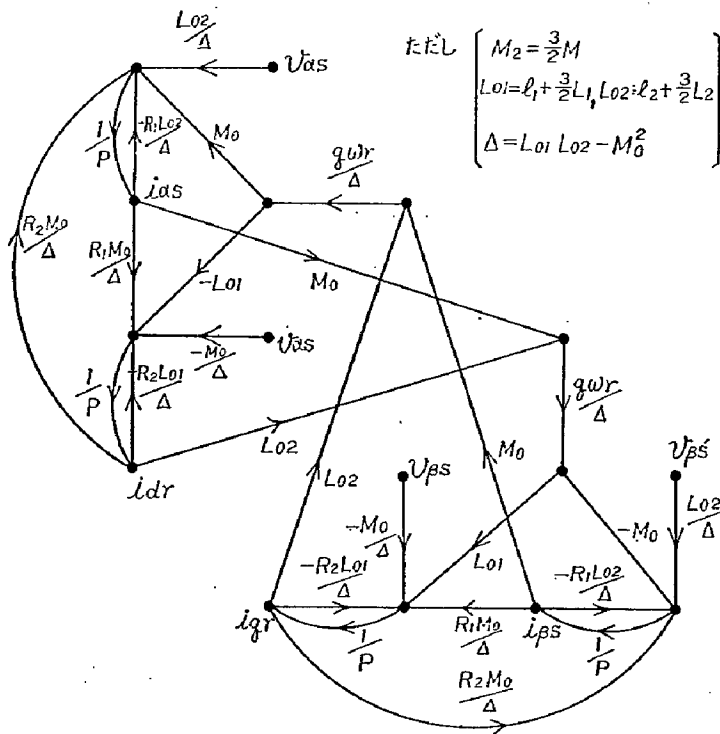
第(2.4)図 発生トルク方程式のシグナル・フロー・グラフ



第(2.5)図 運動方程式のシグナル・フロー・グラフ



第(2.6)図 第(2.3)図を変形したシグナル・フロー・グラフ (I)



第(2.7)図 第(2.3)図を変形したシグナル・フロー・グラフ (II)

(i) 電圧・電流方程式のシグナル・フロー・グラフの変形

電圧・電流方程式のシグナル・フロー・グラフである第(2.3)図を変形して、アナログ計算機の要素である積分器、加算器、係数器、掛算器などを表わす枝をもつシグナル・フロー・グラフを求める。これらのシグナル・フロー・グラフを変形する場合、基本となる簡単な変形があり、それを用いて行なう。

第(2.3)図において、枝を演算子(P)がかかっているトランスミッタンスとそうでないトランスミッタンスに分離し、微分形のトランスミッタンスを積分形になるように変形する。さらに、信号源は電流でなく、電圧となるように留意して変形する。その結果、第(2.3)図は第(3.6)図のように変形できる。文献(3) (D.C. White, H.H. Woodson; Electromechanical Energy Conversion) の p. 484~p. 489には i_{dr} , i_{qr} , v_{dr} , v_{qr} の代りに、それらに係数倍 $[R_2/(3M/2)]$ した i_{dr}' , i_{qr}' , v_{dr}' , v_{qr}' を節として導いたアナログ演算回路があるが、この回路は正帰還ループの部分だけを考慮すると第(2.6)図に等しくなる。

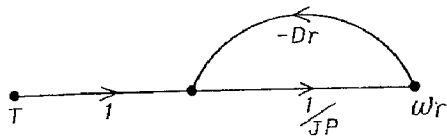
次に、第(2.6)図の正帰還ループの部分に着目し、そのループ利得が変化するように変形していくと第(2.7)図を得る。

電圧・電流方程式から得た第(2.6)図と第(2.7)図の2種類のシグナル・フロー・グラフは理論的にはどれもアナログ演算回路へと導きえることはもちろん、計算する場合の回路となりうる。

(ii) 発生トルク方程式および運動方程式のシグナル・フロー・グラフの変形

発生トルク方程式のシグナル・フロー・グラフの第(2.4)図は、信号源を変える必要もなくこのままでよい。

また、運動方程式のシグナル・フロー・グラフの第(2.5)図は前述と同様な方法で第(2.8)図のように変形される。



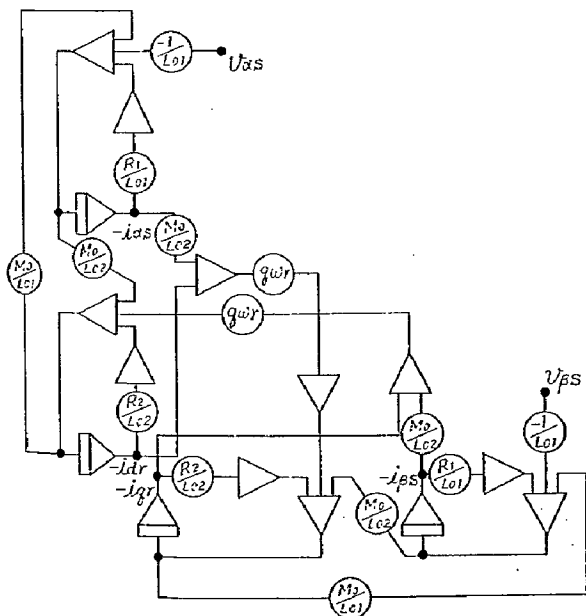
第(2.8)図 第(2.5)図を変形したシグナル・フロー・グラフ

(iii) アナログ演算回路の誘導

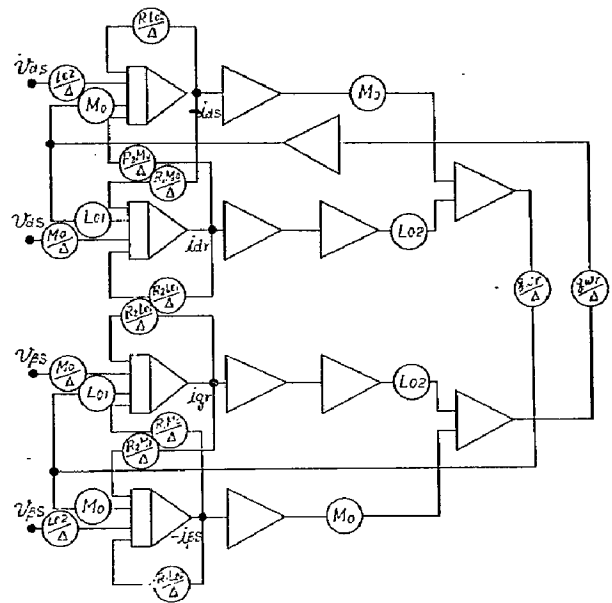
三相I・Mの基礎方程式のシグナル・フロー・グラフはアナログ演算回路を導くように変形された。えられた各々のシグナル・フロー・グラフは、シグナル・フロー・グラフとアナログ計算機の演算要素との関係からアナログ演算回路へと変換される。

まず、電圧・電流方程式の2種類のシグナル・フロー・グラフについては、第(2.6)図から第(2.9)図の、第(2.7)図から第(2.10)図のアナログ演算回路がそれぞれ求められる。

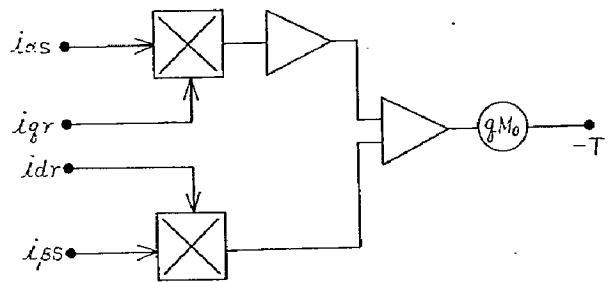
発生トルク方程式についてのアナログ演算回路は第(2.4)図より第(2.11)図が求められる。



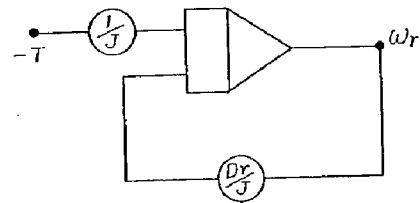
第(2.9)図 第(2.6)図のシグナル・フロー・グラフから求めたアナログ演算回路(I)



第(2.10)図 第(2.7)図のシグナル・フロー・グラフから求めたアナログ演算回路(II)



第(2.11)図 第(2.4)図より求めたアナログ演算回路



第(2.12)図 第(2.8)図より求めたアナログ演算回路

運動方程式についてのアナログ演算回路は第(2.8)図より第(2.12)図となる。

(iv) アナログ演算回路の完成

実際にアナログ計算機で計算する場合、電圧・電流方程式、発生トルク方程式および運動方程式よりそれぞれ得られたアナログ演算回路を結合させなければならない。

しかし、前述の如く、電圧・電流方程式から2種類のアナログ演算回路が得られた。この2つの演算回路

から実際の計算に最適な回路を選ばなければならない。

アナログ演算回路に正帰還のループがあれば、一般にその解は発散し、その解がアナログ計算機の演算電圧を越え、計算不可能になる。そこで、そのようなループが出来ないように演算回路を作製すべきである。しかし、いま解こうとしている三相 I・M の一般的な速度、トルク特性はすべりが大きい部分では、不定な状態があり、小さくなれば安定な状態を示す。このことを演算回路について言えば部分的な正帰還ループがあるが、回路全体としては負帰還となり、安定な回路となる。

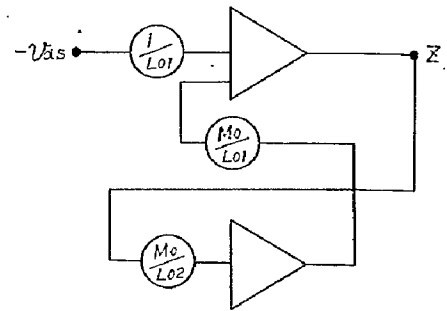
そこで、実際の計算に最適な演算回路を決定する一つの基準として、部分的な正帰還ループのループ利得を用いることを提案し、これを用いて回路を決定する。

アナログ計算機の特長上、同一の微分方程式から導いたアナログ演算回路のなかで最小のループ利得の正帰還ループをもつ回路が適切な回路である。この利得が大きければ誤差が大きくなるばかりでなく、その正帰還ループだけで演算器の演算電圧を越え、計算不可能となる。また、非線形回路では入力と出力が比例しないから、入力だけで出力の電圧を調整できないので正帰還ループを充分検討する必要がある。

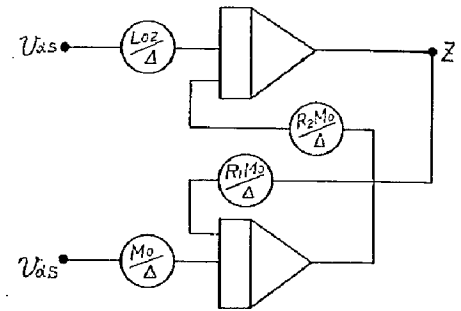
そこで、第(2・9)図と第(2・10)図の入力と正帰還ループの部分を取り出して、第(2・13)図および第(2・14)図に描く。

v_{as} を単位ステップ関数とし、第1段目の演算器出

力 Z の点) の最終値を計算する。



第(2・13)図 第(2・9)図の正帰還ループ



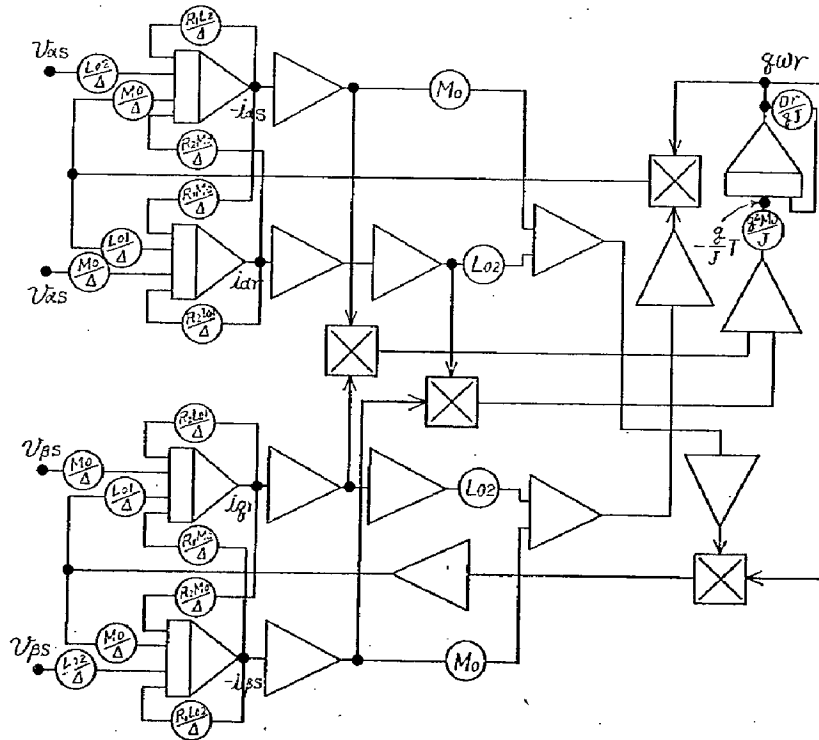
第(2・14)図 第(2・10)図の正帰還ループ

第(2・13)図のループ利得 K_1 は第(2・21)式となる。

$$K_1 = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{-SL_{02}}{L_{01}L_{02} - M_0^2} \frac{1}{S} = \frac{-L_{02}}{L_{01}L_{02} - M_0^2} \quad \dots\dots(2 \cdot 21)$$

ただし、 S はラプラス変換の S である。

第(2・14)図のループ利得 K_2 は第(2・22)式となる。



第(2・15)図 三相 I・M のアナログ・シュミレーション回路

$$K_2 = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{S(SA_1 I_{02} - R_2 M_0^2)}{(S^2 D^2 - M_0^2 R_1 R_2) S} = \frac{1}{R_1} \quad \dots\dots(2 \cdot 22)$$

ここで求めた K_1 と K_2 に試料機の諸定数を代入して、大きさを求めれば最適な演算回路が決定される。一般に、 $|K_2|$ は $|K_1|$ よりも小さいから、結局、最適な電圧・電流方程式のアナログ演算回路は第(2・10)図であることがわかる。従って、第(2・10)図の演算回路と第(2・11)図および第(2・12)図の演算回路を結合すると第(2・15)図のアナログ演算回路が求められる。その場合、第(2・10)図で定数として扱った回転角速度 ω_r は変数となり、第(2・12)図とは掛算器を用いて結合する。

第(2・15)図が三相 I・M の過渡現象を計算するためのアナログ演算回路である。

アナログ演算回路を導く場合、シグナル・フロー・グラフを使用することについての二相サーボ・モータの研究は 1~2 あるが、本論文で述べたように最適なアナログ演算回路の選択までには到っていない。

また、アナログ演算回路を求める他の方法として、連立非線形微分方程式の第(2・10)式、第(2・19)式および第(2・20)式より直接積分回路法で求める方法があるが、その方法は非常にやっかいな計算が必要になる。すなわち、それらの方程式を最高次の微分項についての方程式に変形しなければならない。そのように変形した方程式が第(2・23)式、第(2・24)式および第(2・25)式である。

$$P i_{\alpha s} = \frac{L_{02} v_{\alpha s}}{A} + \frac{R_2 M_0}{A} i_{dr} - \frac{R_1 L_{02}}{A} i_{\alpha s} + \frac{M_0 q \omega_r}{A} (L_{02} i_{qr} + M_0 i_{\beta s})$$

$$P i_{\beta s} = \frac{L_{02} v_{\beta s}}{A} - \frac{R_1 L_{02}}{A} i_{\beta s} + \frac{R_2 M_0}{A} i_{qr} - \frac{M_0 q \omega_r}{A} (L_{02} i_{dr} + M_0 i_{\alpha s})$$

$$P i_{dq} = -\frac{M_0}{A} v_{\alpha s} - \frac{R_2 L_{01}}{A} i_{dr} + \frac{R_1 M_0}{A} i_{\alpha s} - \frac{L_{01} q \omega_r}{A} (L_{02} i_{qr} + M_0 i_{\beta s})$$

$$P i_{qr} = -\frac{M_0}{A} v_{\beta s} - \frac{R_2 L_{01}}{A} i_{qr} + \frac{R_1 M_0}{A} i_{\beta s} + \frac{L_{01} q \omega_r}{A} (L_{02} i_{dr} + M_0 i_{\alpha s}) \quad \dots\dots(2 \cdot 23)$$

$$T = q M_0 (i_{\beta s} i_{dr} - i_{\alpha s} i_{qr}) \quad \dots\dots(2 \cdot 24)$$

$$P \omega_r = \frac{T}{J} - \frac{D_r}{J} \omega_r \quad \dots\dots(2 \cdot 25)$$

この方程式からアナログ演算回路の第(2・15)図を求めることができる。しかし、この方法だと、方程式を上式のように変形しなければならないし、アナログ

演算回路がどうなるかは回路を描いて見なければわからない。

それに比べ、シグナル・フロー・グラフを駆使する一連の手法を用いると方程式を図式的に表わしえらばかりでなく、グラフの変形も簡単であり、アナログ演算回路がどのようなになるかは、シグナル・フロー・グラフを描いている段階でわかり、最適な演算回路の選択にも便利である。そして、方程式が複雑になればなるほどその威力が発揮される。

2.3 アナログ計算機による三相 I・M の始動過渡現象の解析結果

(2.3.1) 試料機の定格および諸定数

使用した試料機は第(2・1)表に示すような諸定数を持つ定格 3.7 KW の巻線形三相誘導電動機である。電氣的定数は無負荷試験、拘束試験および電圧降下法により算定した。慣性モーメントは回転子を取り出して測定したし、制動係数は機械損失より算出した。

(2.3.2) じか入れ始動時における過渡現象の解析結果

アナログ計算機における計算想定状態は、無負荷静止状態の三相 I・M に正弦波の対称三相電圧(定格電圧)をステップ状に印加した場合である。すなわち、じか入れ始動の場合の過渡トルク(とりわけ、過渡振動トルク)、過渡電流および速度の変化などの解析を行なう。

アナログ計算機で実際に計算するに当たって、実際量とアナログ計算機上での量の関係を示す換算係数(scale factor)は第(2・2)表の如く決定した。

第(2・1)表 試料機の定格と諸定数

定 格	諸 定 数
巻線形	$R_1 = 0.322 \Omega$
出力 3.7 KW	$R_2 = 0.466 \Omega$
電 圧 200 V	$l_1 + \frac{2}{2} L_1 = l_2 + \frac{3}{2} L_2 = 0.0566 H$
電 流 14.6 A	$\frac{3}{2} M = 0.054 H$
極 数 4	$J = 7.65 \times 10^{-2} N \cdot m \cdot sec^2$
周波数 50 Hz	$D_r = 5.16 \times 10^{-3} N \cdot m \cdot sec$

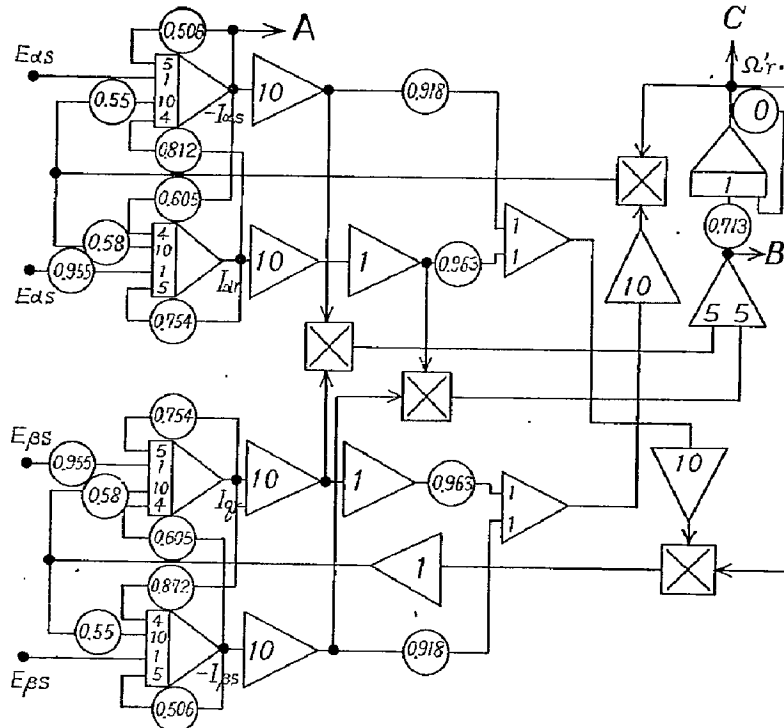
第(2・2)表 換 算 係 数

	実 際 量	ア ナ ロ グ 量	関 係
時 間 (角速度)	t (ω_r)	τ (Ω_r)	$\tau = 25t$ ($\omega_r = 25\Omega_r$)
電 圧	v	E	$E = v/10$
電 流	i	I	$I = i/10$

換算係数は2種類あるが(すなわち, 単位換算係数と時間換算係数), その係数はアナログ計算機の演算電圧限界と演算周波数帯域の限界をアナログ計算機上

の値が満足するように十分留意して決定した。

この換算係数によってアナログ演算回路の各数値を決め, 使用したアナログ演算回路を第(2・16)図に示



(注) 端子電圧 200V, 周波数 50Hz
 のとき
 $E_{as} = 39.4 \cos 4\pi t$
 $E_{ps} = 39.4 \sin 4\pi t$

第(2・16)図 計算に使用した演算回路

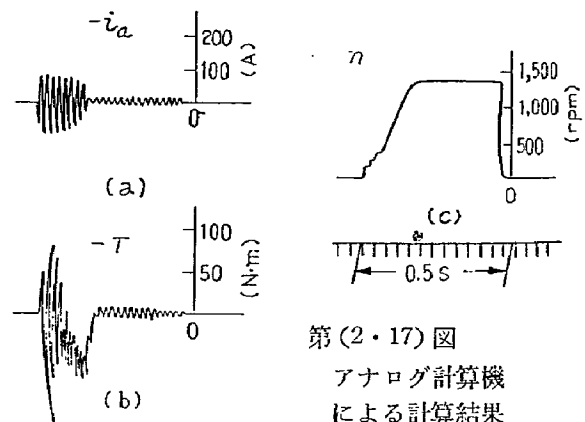
す。

アナログ計算機での入力, E_{as} , E_{ps} は第(2・11)式および第(2・2)表より決定される。また, この解析に使用したアナログ計算機の掛算器は入力の積の50分の1の値が出力となるような特性をもっている。

計算結果は一次電圧, 一次電流, トルクおよび回転数に相当するアナログ計算機上での値から第(2・2)表, 第(2・12)式, 第(2・15)式を用いて, 実際のそれらの各値に変換される。

第(2・17)図に, 先に述べた諸定数を持つ巻線形三相 I・M を端子電圧 200V で周波数が 50 Hz の電源により駆動した時の始動時過渡現象の計算結果を示す。(a)図は一次, a相の過渡電流, (b)図は過渡トルク, (c)図は速度(回転数)である。過渡電流は第(2・16)図のA点, 過渡トルクは同図のB点, そして速度は同図のC点での出力である。したがって, 第(2・17)図の過渡電流と過渡トルクは負の値を示している。

この結果から, 電流は回転数が一定になると同時に始動電流から無負荷電流に大きく減少することがわかり, 過渡振動トルクの周波数は電源周波数にほぼ等しく, その過渡トルクは5~6サイクル程度で消滅することがわかる。計算結果は, 掛算器のドリフト電圧が比較的大きいため, 掛算器の出力の影響を直接うける



第(2・17)図
 アナログ計算機
 による計算結果

過渡トルクに特に誤差が表われている。

なお, 解析に使用したアナログ計算機は演算電圧 $\pm 50V$ の低速, 高速両用(ドリフト補償なし)であり, 掛算器の動作原理は演算器方式である。

(2.3.3) 電源周波数および2次抵抗などの変化に対する始動時過渡特性

前述の如き方法によって, 電源周波数や2次抵抗を変化して, 三相 I・M のじか入れ始動時における過渡現象を解析し, それらと過渡特性との関係を明らかにした。

その解析結果を第3章(3.2.2)でデジタル計算機による解析結果と比較, 検討した。この2種類の方法

による解析結果は非常によく一致し、正弦波電圧を印加した時の三相 I・M の始動時過渡特性を明らかにすることができた。その 2 次抵抗および電源周波数を変化したときの過渡特性については第 3 章以下で詳細に論じる。

2.4 要約

本章においては、アナログ計算機による三相誘導電動機の過渡現象を解析する方法としてのシグナル・フロー・グラフを適用する一連の手法について述べ、この方法により、じか入れ始動時の過渡特性と電源周波数および 2 次抵抗との関係について解析した。

この章で開発、拡張した解析方法は以下の利点を持つので有効な解析的方法である。

(1) 複雑な計算を行なう必要がなく、しかも結果を連続量として短時間のうちに直視しうる。

(2) 演算回路の誘導、選択および決定が直接的でしかも図式的であるため簡明で容易である。

また、三相 I・M の過渡現象をアナログ計算機で解析する場合の最適なアナログ演算回路の選択および決定方法を提案した。この方法を用いれば、他の回転機の過渡現象や物理現象をアナログ計算機で解く場合、

$$\begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ e_{21}\varepsilon^{j\theta} \\ e_{22}\varepsilon^{-j\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)P, & & & \frac{3}{2}MP, \\ & R_1 + \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)P, & & \frac{3}{2}MP \\ \frac{3}{2}M(P - j\omega'), & & R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(P - j\omega'), & \\ & \frac{3}{2}M(P + j\omega'), & & R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(P + j\omega') \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1^1 \\ i_1^2 \\ i_2^1\varepsilon^{j\theta} \\ i_2^2\varepsilon^{-j\theta} \end{pmatrix} \quad \dots\dots(3.1)$$

ただし

e_{11}, e_{12} ; 固定子側, 正相分及び逆相分電圧 [V]
 $e_{21}\varepsilon^{j\theta}, e_{22}\varepsilon^{-j\theta}$; [K] で変換後の回転子側, 正相および逆相分電圧 [V]

i_1^1, i_1^2 ; 固定子側, 正相分および逆相分電流 [A]

$i_2^1\varepsilon^{j\theta}, i_2^2\varepsilon^{-j\theta}$; [K] で変換後の回転子側, 正相分および逆相分電流 [A]

ω, ω' ; 電源角周波数および回転子の電氣的角周波数 [rad/sec], ($\omega' = \omega r/q$)

θ ; 周波数固定子と回転子の電氣的偏差角 [rad]

(ii) 発生トルク方程式

瞬時対称座標法で表示した三相 I・M の瞬時トルクの一般式は、瞬時電流によって表わされ、第 (3.2) 式となる。

$$T = j\frac{3}{2}Mq\{i_1^2 i_2^1 \varepsilon^{j\theta} - i_1^1 i_2^2 \varepsilon^{-j\theta}\} [N \cdot m] \quad \dots(3.2)$$

アナログ計算機の特性に適合した最適な演算回路を決定することができる。

第 3 章 瞬時対称座標法による三相誘導電動機の過渡現象の解析

本章においては、今だに明らかにされていない三相 I・M の 2 次抵抗が変化する一般的な巻線形についての過渡現象を、瞬時対称座標法を適用して解析を行なう。三相 I・M の 2 次抵抗および電源周波数を変化し、それらと正弦波電圧を印加し駆動した時の始動過渡特性との関係を、前章で論じたアナログ計算機による方法と本章で述べる瞬時対称座標法とによる解析結果を比較、検討して、明らかにする。

3.1 解析方法

(3.1.1) 瞬時対称座標法による三相 I・M の基礎方程式

(i) 電圧・電流方程式

三相 I・M の電気系を瞬時対称座標法によって表示した電圧・電流方程式は、零相分を除き (固定子側の巻線は星形結線であるため、零相電流が零であるので)、整流行列 [K] で変換した後に、第 (3.1) 式となる。

(iii) 回転機の運動方程式

回転機の運動方程式は第 (2.20) 式で表わされる。再び書くと次式である。

$$T = \frac{J}{q} P \omega' + \frac{D_r}{q} \omega' \quad \dots\dots \begin{cases} (2.20) \\ (3.3) \end{cases}$$

(3.1.2) 瞬時対称座標軸での過渡電流

過渡トルクを求めるには、第 (3.2) 式より対称分の過渡電流を求めなければならないことがわかる。第 (3.1) 式において、逆相分は正相分の共役量であることに注目すれば、第 (3.1) 式は第 (3.4) 式のように正相分だけで表わすことができる。

$$\begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{21}\varepsilon^{j\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + P\left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right), & \frac{3}{2}MP \\ \frac{3}{2}M(P - j\omega'), & R_2 + (P - j\omega') \times \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1^1 \\ i_2^1\varepsilon^{j\theta} \end{pmatrix} \quad \dots\dots(3.4)$$

第 (3.4) 式より、正弦波三相平衡電圧をステップ

状に印加した場合の過渡電流を計算する。

ここで、機械的な現象(回転数の変化)は電氣的な現象に比べ、非常に緩慢であるから ω' は定数とみなす。また、巻線形 I・M で 2 次励磁がないと $e_{21}\epsilon^{j\theta}$ は零となる。

そこで、第(3.4)式は第(3.5)式のように変形できる。

$$K\{P^2 - (\lambda_1 + \lambda_2)P + \lambda_1\lambda_2\}[i] = \begin{pmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(P - j\omega') \\ -\frac{3}{2}M(P - j\omega') \end{pmatrix} e_{11} \quad \dots\dots(3.5)$$

ただし

φ ; 固定子, a 相電圧の位相角 [rad]

$E_{(a)}$; 固定子, a 相電圧実効値 [V]

$$\dot{E}_{11} = \sqrt{3} E_{(a)} \epsilon^{j\varphi}$$

$$[i] = \begin{bmatrix} i_1' \\ i_2' \epsilon^{j\theta} \end{bmatrix}$$

$$e_{11} = \frac{\dot{E}_{11} \epsilon^{j\omega t} + \dot{E}_{12}^* \epsilon^{-j\omega t}}{\sqrt{2}}$$

$$\sigma = 1 - \frac{\frac{9}{4}M^2}{\left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)}$$

$$x_1 = \frac{R_1}{l_1 + \frac{3}{2}L_1} \quad x_2 = \frac{R_2}{l_2 + \frac{3}{2}L_2}$$

$$K = a \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right) \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)$$

$$\left. \begin{matrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{matrix} \right\} = -\frac{x_1 + x_2}{2\sigma} \pm \frac{\gamma(\omega')}{2} + j \left\{ \frac{\omega'}{2} \mp \frac{\delta(\omega')}{2} \right\}$$

$$\left. \begin{matrix} \gamma(\omega') \\ \delta(\omega') \end{matrix} \right\}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2)^2 + \frac{4\omega'^2(x_2 - x_1)^2}{\sigma^2}} \pm (\omega_0^2 - \omega'^2) \right\}}$$

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + 4(1 - \alpha)x_1x_2}}{\sigma}$$

第(3.5)式を Laplace 変換すれば第(3.6)式となる。ただし、 S はラプラス変換の S である。

$$K\{S^2L[i] - S[i_0] - [i_0]^{(1)} - (\lambda_1 + \lambda_2)(L[i] - [i_0]) + \lambda_1\lambda_2L[i]\} = \begin{pmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(S - j\omega') \\ -\frac{3}{2}M(S - j\omega') \end{pmatrix} \left(\frac{\dot{E}_{11}/\sqrt{2}}{S - j\omega} + \frac{\dot{E}_{12}^*/\sqrt{2}}{S + j\omega} \right) - \begin{pmatrix} l_2 + \frac{3}{2}L_2 \\ -\frac{3}{2}M \end{pmatrix} e_0 \quad \dots\dots(3.6)$$

第(3.6)式で e_0 は電圧の初期値を表わす。スイッチ投入前は電圧も電流も存在しないとすれば第(3.

6)式において、第(3.7)式が成立する。

$$e_0 = 0 \quad [i_0] = 0 \quad [i_0]^{(1)} = 0 \quad \dots\dots(3.7)$$

また、入力電圧は平衡電圧が印加されたとしているから、スイッチ投入前後を通じて、逆相分電圧は存在しない。故に、第(3.8)式が成立する。

$$\dot{E}_{12}^* = 0 \quad \dots\dots(3.8)$$

第(3.7)式および第(3.8)式を第(3.6)式に代入すると、過渡電流は、第(3.6)式をラプラス逆変換した第(3.9)式から求められる。

$$[i] = \frac{1}{2\pi K j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} \frac{\begin{pmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(S - j\omega') \\ -\frac{3}{2}M(S - j\omega') \end{pmatrix} \frac{\dot{E}_{11}/\sqrt{2}}{(S - j\omega)}}{(S - j\lambda_1)(S - j\lambda_2)} \times \epsilon^{S t} dS \quad \dots\dots(3.9)$$

この過渡電流は留数の定理を使用して求められる。その計算過程を省略して、結果だけを書くと第(3.10)式となる。

第(3.10)式は、回転子が ω'/q で回転しているときに電圧が印加されて流れる過渡電流を示している。

また、先に述べたように、逆相分電流は第(3.10)

$$\begin{bmatrix} i_1'(t) \\ i_2'(t) \epsilon^{j\theta} \end{bmatrix} = \frac{\dot{E}_{11}/\sqrt{2}}{K(\lambda_1 - j\omega)(\lambda_2 - j\omega)} \begin{pmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(j\omega - \omega') \\ -j(\omega - \omega') \frac{3}{2}M \end{pmatrix} \epsilon^{j\omega t} + \frac{\dot{E}_{11}/\sqrt{2}}{K(\lambda_1 - \lambda_2)} \left\{ \begin{pmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(\lambda_1 - j\omega') \\ -(\lambda_1 - j\omega') \frac{3}{2}M \end{pmatrix} \frac{\epsilon^{\lambda_1 t}}{(\lambda_1 - j\omega)} - \begin{pmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(\lambda_2 - j\omega') \\ -(\lambda_2 - j\omega') \frac{3}{2}M \end{pmatrix} \frac{\epsilon^{\lambda_2 t}}{(\lambda_1 - j\omega)} \right\} \dots\dots(3.10)$$

$$\begin{bmatrix} i_1^2(t) \\ i_2^2(t) \epsilon^{-j\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1^1(t) \\ i_2^1(t) \epsilon^{j\theta} \end{bmatrix}^* \quad \dots\dots(3.11)$$

式の共役量であるため、第(3.11)式の関係が成立する。

結局、第(3.10)式および第(3.11)式が求められた対称分で表示した過渡電流の計算式である。

3.2 三相 I・M の始動時過渡現象の解析結果

(3.2.1) 固定子過渡電流

(3.1.2) において、対称分で表わした過渡電流を求めた。その電流を変換行列 $[A]$ を使って、固定子の a, b, c 相電流に変換する。固定子 a 相の過渡電流は第(2.12)式となる。

$$i_a = \frac{\sqrt{2} E_{(a)}}{K} \left\{ \frac{C_1 \cos(\omega t + \varphi) - D_1 \sin(\omega t + \varphi)}{(\alpha_1^2 + \omega - \beta_1^2)(\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2)} + \frac{(C_2 \cos(\beta_1 t + \varphi) - D_2 \sin(\beta_1 t + \varphi)) \epsilon^{\alpha_1 t}}{(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(\alpha_1^2 + \omega - \beta_1^2)} \right\}$$

$$+\frac{(C_3 \cos(\beta_2 t + \varphi) - D_3 \sin(\beta_2 t + \varphi))e^{\alpha_2 t}}{(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2)} \dots\dots(3 \cdot 12)$$

ただし,

$$[A] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1, & 1, & 1 \\ 1, & a^2, & a \\ 1, & a, & a^2 \end{pmatrix} \quad a = \epsilon^{j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\lambda_1 = \alpha_1 + j\beta_1, \quad \lambda_2 = \alpha_2 + j\beta_2$$

$$\left. \begin{matrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{matrix} \right\} = -\frac{x_1 + x_2}{2\sigma} \pm \frac{\gamma(\varphi')}{2}$$

$$\left. \begin{matrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{matrix} \right\} = \frac{\omega' \mp \delta(\omega')}{2}$$

$$C_1 = R_2(\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1 \omega - \beta_2)$$

$$-(\omega - \omega') \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\alpha_2 \omega - \beta_1 + \alpha_1 \omega - \beta_2)$$

$$D_1 = R_2(\alpha_2 \omega - \beta_1 + \alpha_1 \omega - \beta_2)$$

$$+ \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\omega - \omega') (\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1 \omega - \beta_2)$$

$$C_2 = \left(R_2 + \alpha_1 l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 + \beta_1 - \beta_2 \omega - \beta_1)$$

$$+ (\omega' - \beta_1) \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\alpha_1 - \alpha_2 \omega - \beta_1 - \alpha_1 \beta_1 - \beta_2)$$

$$D_2 = \left(R_2 + \alpha_1 l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\alpha_1 - \alpha_2 \omega - \beta_1 - \alpha_1 \beta_1 - \beta_2)$$

$$- (\omega' - \beta_1) \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 + \omega - \beta_1 \beta_1 - \beta_2)$$

C_3, D_3 は C_2, D_2 で α_1 と α_2, β_2 と β_2 を互いに入れ換えた値に等しい。

第(3・12)式からわかるように固定子過渡電流は、定常項と過渡項からなり、電氣的回転角速度 ω' と時間 t の関数になっていることがわかる。過渡項は時間的には指数関数的に減少している。

(3.2.2) 過渡トルク

瞬時トルクは一般式第(3・2)式で与えられる。したがって、(3.1.2)で求めた対称分過渡電流を第(3・2)式にそれぞれ代入すると瞬時トルクは得られる。

さて、従来の論文では、かご形 I・M を試料機としているため、 $x_1 = x_2$ なる条件を加えて計算を行なっている。

ここでは、その条件を加えないで電流の計算を行っ

$$T_{(s,t)} = U_{(s)} \Gamma_{1(s)} - U_{(s)} e^{-\frac{x_1 + x_2}{\sigma} t} \left\{ \Gamma_{2(s)} e^{\gamma(s)t} + \Gamma_{3(s)} e^{-\gamma(s)t} + A_{1(s)} \sin(-\delta(s)t) + B_{1(s)} \cos(-\delta(s)t) \right\}$$

$$- 2U_{(s)} e^{-\frac{x_1 + x_2}{2\sigma} t} \left[\left\{ A_{2(s)} \sin \frac{(s+1)\omega t}{2} + B_{2(s)} \cos \frac{(s+1)\omega t}{2} \right\} \cos \frac{\delta(s)t}{2} \sin h \frac{\gamma(s)t}{2} \right]$$

$$+ \left\{ A_{2(s)} \cos \frac{(s+1)\omega t}{2} - B_{2(s)} \sin \frac{(s+1)\omega t}{2} \right\} \sin \frac{\delta(s)t}{2} \cos h \frac{\gamma(s)t}{2}$$

$$+ \Gamma_{1(s)} \left\{ \cos \frac{(s+1)\omega t}{2} \cos \frac{\delta(s)t}{2} \cos h \frac{\gamma(s)t}{2} - \sin \frac{(s+1)\omega t}{2} \sin \frac{\delta(s)t}{2} \sin h \frac{\gamma(s)t}{2} \right\}$$

.....(3・17)

ただし,

$$\left. \begin{matrix} \gamma(s) \\ \delta(s) \end{matrix} \right\} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{\omega^4 (s-s_0)^2 (2-s-s_0)^2 + \frac{4\omega^2 (1-s)^2 (x_2-x_1)^2}{\sigma^2}} \pm \omega^2 (s-s_0) (2-s-s_0) \right]}$$

たのと同様に、過渡トルクの計算に当たっても、その条件を加えない。

今、電流を第(3・13)式および第(3・14)式とおく。

$$i_1^1(t) = \frac{E_{11}/\sqrt{2}}{K} (A + B + C) = i_1^{2*}(t) \dots\dots(3 \cdot 13)$$

$$i_2^1(t) e^{j\theta} = \frac{E_{11}/\sqrt{2}}{K} (a + b + c) = \{i_2^2(t) e^{-j\theta}\}^* \dots\dots(3 \cdot 14)$$

ただし

$$A = \frac{R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (j\omega - \omega')}{(\lambda_1 - j\omega)(\lambda_2 - j\omega)} e^{j\omega t}$$

$$B = \frac{R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\lambda_1 - j\omega')}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - j\omega)} e^{\lambda_1 t}$$

$$C = -\frac{R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\lambda_2 - j\omega')}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - j\omega)} e^{\lambda_2 t}$$

$$a = -\frac{j(\omega - \omega') \frac{3}{2} M}{(\lambda_1 - j\omega)(\lambda_2 - j\omega)} e^{j\omega t}$$

$$b = \frac{-(\lambda_1 - j\omega') \frac{3}{2} M}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - j\omega)} e^{\lambda_1 t}$$

$$c = \frac{(\lambda_2 - j\omega') \frac{3}{2} M}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - j\omega)} e^{\lambda_2 t}$$

このように電流をおくと、過渡トルク T [$N \cdot m$] は第(3・15)式を計算すればえられる。

$$T = \frac{i \frac{3}{2} M q E_{11}^2}{2K^2} \left[(A^* + B^* + C^*)(a + b + c) - (A + B + C)(a^* + b^* + c^*) \right] \dots\dots(3 \cdot 15)$$

この計算は多少、めんどうであるが単なる複素代数計算であるため、直進的に計算を進めればよい。

この計算を行なう際に、電氣的回転角速度の代りに、第(3・16)式のような関係のあるすべり (s) を使用する。

$$s = \frac{\omega - \omega'}{\omega}, \quad s_0 = \frac{\omega - \omega_0}{\omega} \dots\dots(3 \cdot 16)$$

結局、過渡トルクは、すべり s と時間 t の関数として、第(3・17)式のように書き表わすことができる。

$$\eta(s) = \gamma(s)^2 + \delta(s)^2 = \sqrt{\omega^2(s-s_0)^2(2-s-s_0)^2 + \frac{4\omega^2(1-s)^2(x_1-x_2)^2}{\sigma^2}}$$

$$T_0 = \frac{4(1-\sigma)x_2E_{11}^2q}{\sigma^2\left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)}$$

$$U(s) = \frac{T_0}{4\eta\left[\frac{1}{16}\eta^2 + \left\{\left(\frac{x_1+x_2}{2\sigma}\right)^2 + \frac{(1+s)^2\omega^2}{4}\right\}^2 + \frac{\omega^2(s-s_0)(2-s-s_0)}{2}\left\{\frac{\omega^2(1+s)^2}{4} - \left(\frac{x_1+x_2}{2\sigma}\right)^2\right\} + \frac{(x_2^2-x_1^2)(1-s^2)\omega^2}{2\sigma^2}\right]}$$

$$\Gamma_{1(s)} = s\omega\eta(s)$$

$$\left. \begin{matrix} \Gamma_{2(s)} \\ \Gamma_{3(s)} \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2}\{(1-s)\omega - \delta(s)\}\left\{\left(\frac{x_1+x_2}{2\sigma}\right)^2 + \frac{(1+s)^2\omega^2}{4} + \frac{\eta(s)}{4} \pm \left(\frac{x_1+x_2}{2\sigma}\right)\gamma(s) \mp \frac{(1+s)\omega}{2}\delta(s)\right\}$$

$$A_{1(s)} = \gamma(s)\left\{\left(\frac{x_1+x_2}{2\sigma}\right)^2 + \frac{(1+s)(3s-1)\omega^2}{4} - \frac{\eta}{4}\right\} - \frac{\delta(s)(x_1+x_2)(1-s)\omega}{2\sigma}$$

$$B_{1(s)} = -(1-s)\omega\left\{\left(\frac{x_1+x_2}{2\sigma}\right)^2 + \frac{(1+s)^2\omega^2}{4} - \frac{\eta}{4}\right\} - \frac{\gamma(s)^2\omega(1+s)}{2} - \frac{(x_2^2-x_1^2)(1-s)\omega}{2\sigma^2}$$

$$A_{2(s)} = \gamma(s)\left\{\left(\frac{x_1+x_2}{2\sigma}\right)^2 + s^2\omega^2 - \omega^2\left(\frac{1-s_0}{2}\right)^2\right\} - \delta(s)\frac{(1-s)\omega x_2}{\sigma}$$

$$B_{2(s)} = -\delta(s)\left\{\left(\frac{x_1+x_2}{2\sigma}\right)^2 + s^2\omega^2 - \omega^2\left(\frac{1-s_0}{2}\right)^2\right\} - \gamma(s)\frac{(1-s)\omega x_2}{\sigma}$$

第(3・17)式で表わされた過渡トルクはすべり(s)と時間(t)の関数になっており、過渡項である右辺第2項目以下と定常項である第1項とからなっている。また、過渡項は時間的には指数関数的に減少し、正弦波的に振動していることがわかる。

過渡トルクの一般式である第(3・2)式には虚数の記号が陽に表われているが、実際に対称分電流を代入して計算すれば第(3・17)式の如く、当然実数の値として求められる。数値計算はこの計算式が時間とすべりsとの関数であるから回転機の運動方程式を解いて、すべりと時間の関係を得て行なわれなければならない。

また、第(3・17)式は非常に複雑であるから、手計算で解くことは困難である。そこで、デジタル計算機で数値計算をすることになる。数値計算については以下の節で述べる。

(3.2.3) 始動時間と回転数

始動時間と回転数との関係は第(3・3)式の運動方程式から求めることができる。静止状態から一定回転数までの回転数と時間の関係を求める始動時過渡状態では、第(3・3)式の右辺で、慣性力が制動力とか一定負荷に比べて、大きく影響する。このため、制動力とか一定負荷の項を無視し、第(3・3)式を第(3・18)式のように変形する。

$$T = \frac{J d\omega'}{q dt} \quad \dots\dots(3 \cdot 18)$$

第(3・16)式の関係から電気的回転角速度 ω' の代りにすべり s を使って、第(3・18)を第(3・19)に変形する。

$$T = -\frac{\omega J ds}{q dt} \quad \dots\dots(3 \cdot 19)$$

ここで、発生過渡トルク T は第(3・17)式で表わされるすべり s と時間 t の関数である。そのため、第

(3・19)式は非線形微分方程式となり、解析的に手計算では解けない。時間とすべりの関係を求める方法として、次の2つの方法がある。(1)発生トルクの平均値(時間 t に無関係な項、すなわち、第(3・17)式の右辺第1項)を近似的に、実効トルク(第3・20)式として第(3・18)式または第(3・19)式の T に代入する方法。(2)発生トルクをそのまま第(3・18)式のトルク T に代入してデジタル計算機で数値計算する方法。

(2)の方法による解析は、第4章において詳細に論じ、(1)の方法による結果と比較・検討して、(1)の方法でも十分精度の高い結果をうることを明らかにしている。

本章では、(1)の方法を用いて、過渡特性の解析を行ってアナログ計算機での解析結果とを比較・検討する。

第(3.20)式を第(3.19)式に代入した運動方程式は第(3・21)式となる。

$$T_{1(s)} = U(s)\Gamma_{1(s)} \quad \dots\dots(3 \cdot 20)$$

$$T_{1(s)} = -\frac{\omega J ds}{q dt} \quad \dots\dots(3 \cdot 21)$$

そこで、始動時間と回転数(すべり)の関係は第(3・21)式からえた第(3・22)式を解けば求められる。第(3・22)式は計算が多少めんどうになるが、積分可能であるため計算を遂行すれば解をうる。

$$\int_0^t dt = -\int_1^s \frac{\omega J}{q T_{1(s)}} ds \quad \dots\dots(3 \cdot 22)$$

結局、近似的な始動時間とすべり(回転数)との関係は第(3・23)式で表わされる。

$$t = \frac{2\omega^4 J}{q T_0} [C_2(1-s^2) + C_1(1-s) - C_0 \log_e s] \quad \dots\dots(3 \cdot 23)$$

ただし

$$C_2 = 1 + \left(\frac{x_2}{\omega\sigma}\right)^2$$

$$C_1 = (1-s_0)^2 - \left(\frac{x_2-x_1}{\omega\sigma}\right)^2$$

$$C_0 = \frac{1}{18.42} \left[2s_0(s_0 - 2) + \left\{ s_0(2 - s_0) + \left(\frac{x_1 + x_2}{\sigma\omega} \right)^2 \right\}^2 + \frac{2}{\omega^2\sigma^2} (7x_2^2 - 2x_1x_2 - x_1^2) \right]$$

第(3・23)式より、始動時間 t (sec) は電源周波数の4乗に比例し、すべりの2乗、1乗および対数の和の関数となっている。

第(3・23)式は、慣性負荷だけを持つ三相 I・M が静止状態からすべり s まで変化する場合の時間を示している。

ここで、時間 t は電源周波数の4乗に比例するので、周波数が高くなれば電源投入時の静止状態から安定速

度までの時間 t は急激に長くなることに十分留意しなければならないことが解る。このことは S・C・R インバータ等により電源周波数を変化して I・M の速度制御を行う場合に周知すべき重要な特性である。

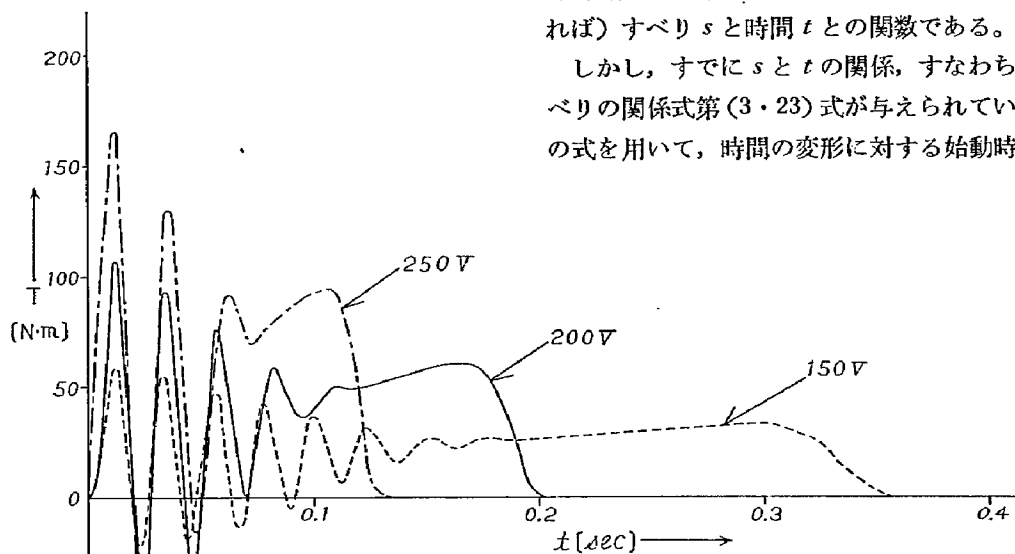
3.3 数値解析結果

(3.3.1) 始動時過渡トルクと始動時間

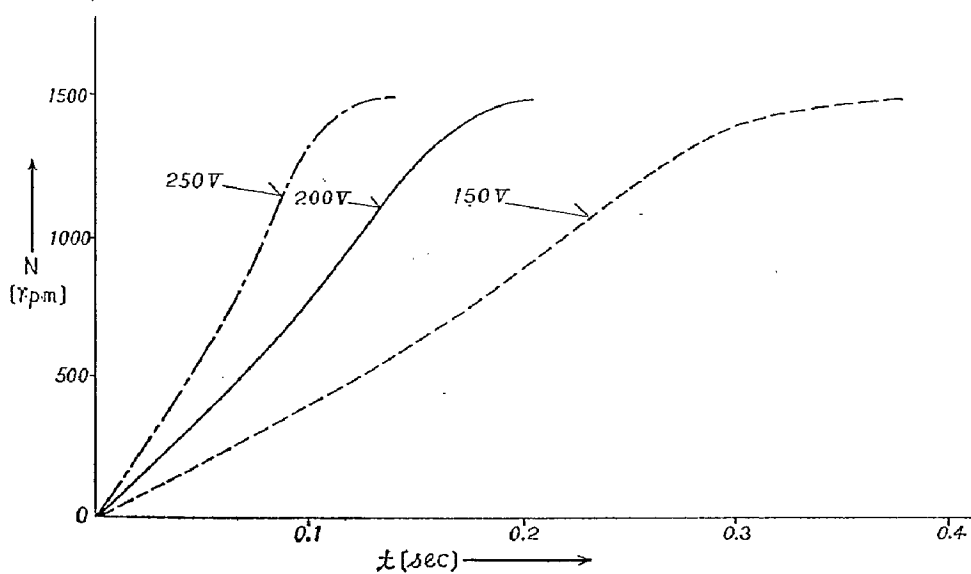
(i) 電源周波数が 50Hz で、2次挿入抵抗が零の場合

始動時における三相 I・M の過渡トルクおよび始動時間の計算式は第(3・17)式および第(3・23)式で与えられた。ところで、過渡トルクの第(3・17)式は(試料機の諸定数と入力電圧および電源周波数が定まれば)すべり s と時間 t との関数である。

しかし、すでに s と t の関係、すなわち、時間とすべりの関係式第(3・23)式が与えられているので、この式を用いて、時間の変形に対する始動時過渡トルク



第(3・1)図 始動時過渡トルク ($f=50\text{Hz}$)



第(3・2)図 始動時間 ($f=50\text{Hz}$)

の値は計算できる。

この数値計算に使用した三相 I・M は第 2 章で用いた試料機であり、その定格および諸定数は第 (2・1) 表に示した。

この試料機についての始動時過渡トルクおよび始動時間の数値計算の一例を第 (3・1) 図および第 (3・2) 図に示す。この計算は、電源電圧が正弦波で、周波数 50Hz、2 次挿入抵抗が零であり、端子電圧が 150V、200V、250V についてのステップ状にその電圧を印加した時の計算結果である。

計算に当って、独立変数を s にとり、過渡振動トル

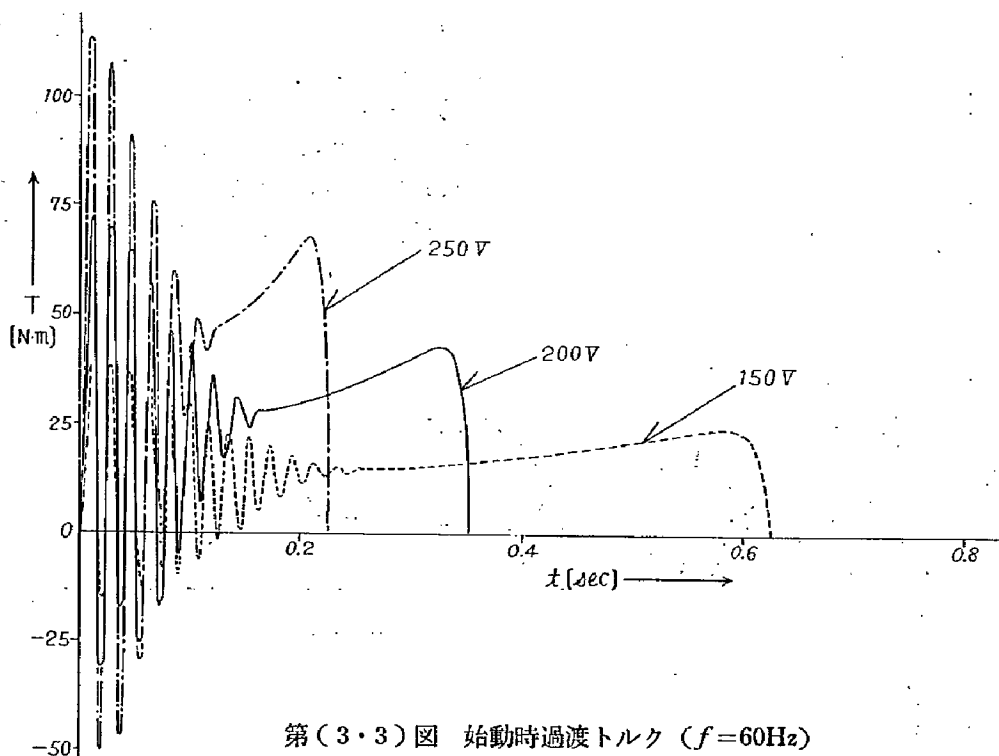
クが存在している範囲では、その計算のきざみを s について 0.005 とし、その範囲外では 0.01 とした。 s の計算範囲は 0.995~0.01 である。

なお、この場合、計算回数は 149 回であり、計算所要時間は約 13 分であった。

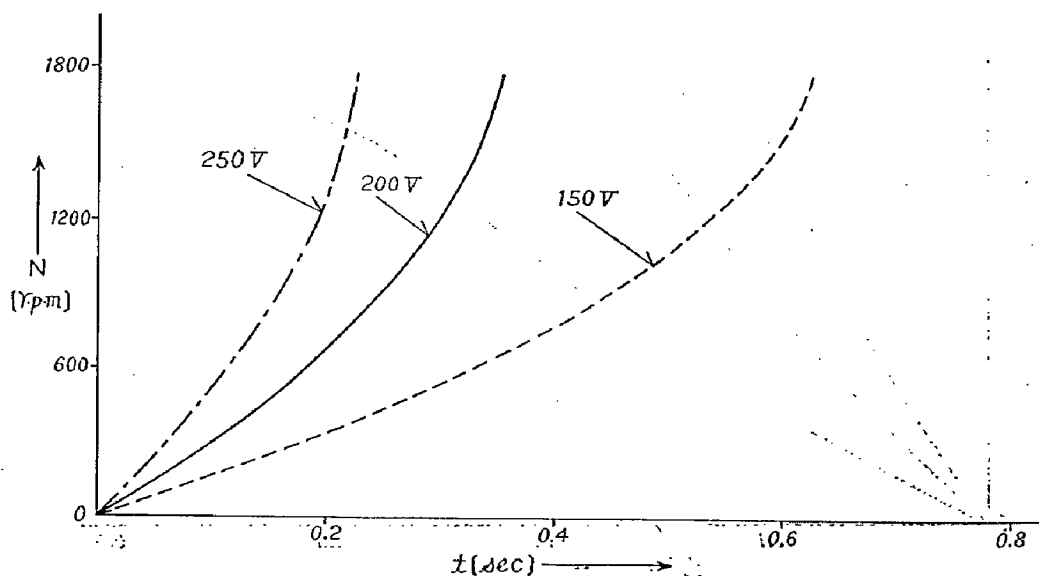
電源周波数を変化して計算する場合はその都度計算のきざみを変える必要がある。

(ii) 電源周波数を変化した場合

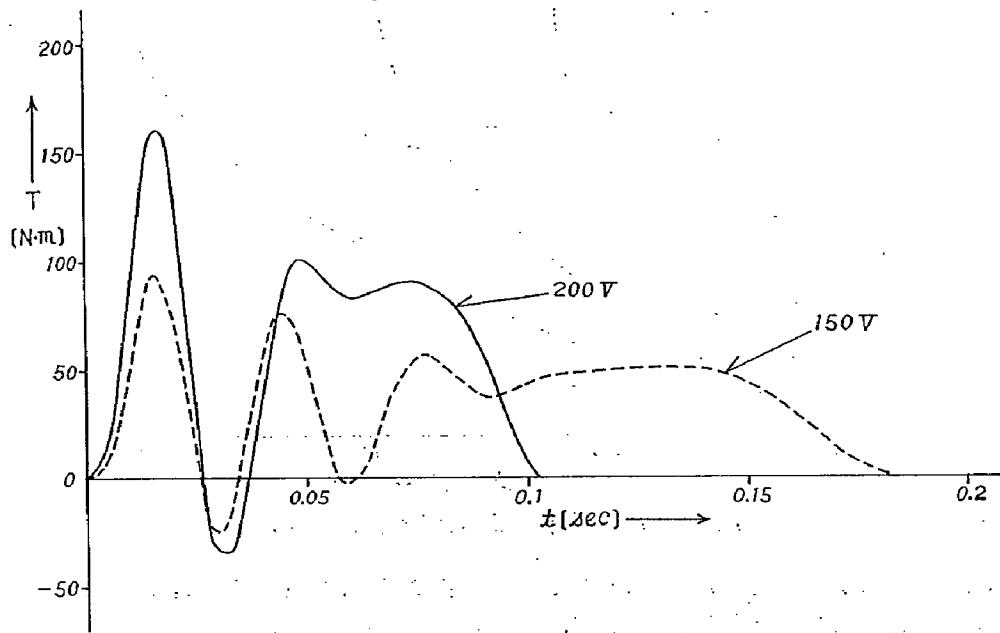
試料機の諸定数を変えず、電源周波数と電圧の大きさを変えた場合の如動時過渡トルクと如動時間の計算結果を第 (3・3) 図~第 (3・7) 図に示す。実際には、



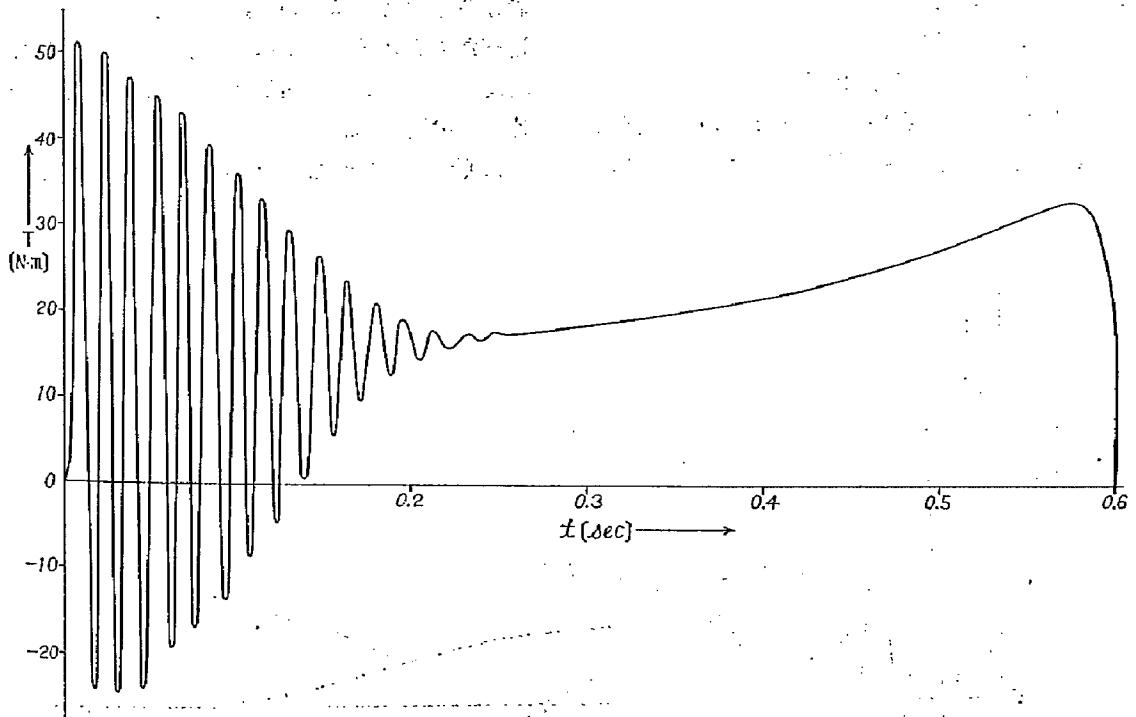
第 (3・3) 図 始動時過渡トルク ($f=60\text{Hz}$)



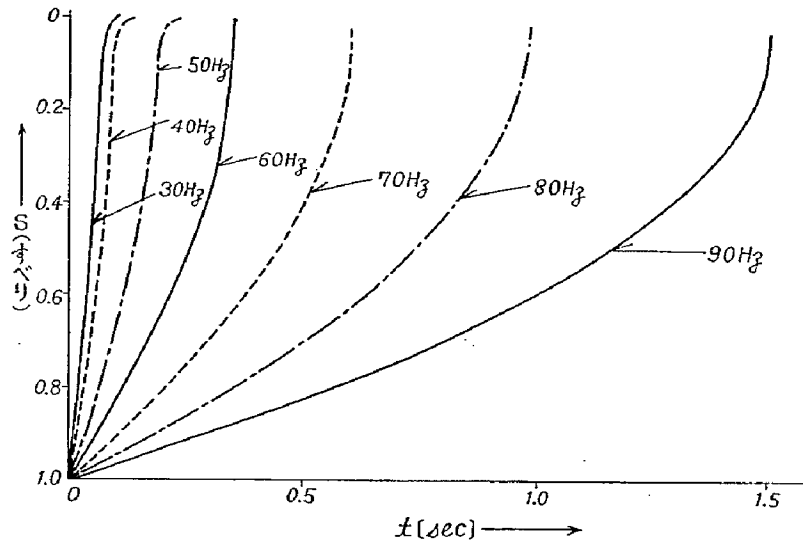
第 (3・4) 図 始動時間 ($f=60\text{Hz}$)



第(3・5)図 始動時過渡トルク ($f=40Hz$)



第(3・6)図 始動時過渡トルク ($V=200V, f=70Hz$)



第(3・7)図 始動時間 (端子電圧 200V)

一般に周波数が少くなるか、又は電圧が高くなると磁気飽和の影響により試料機の定数は多少変化するが、ここで計算した範囲では三相 I・M の諸定数は周波数と電圧に対し、200 V, 50 Hz の定格時の値に等しいとして計算を行った。その範囲は 40 Hz~70 Hz …… 150 V, 200 V, 250 V; 80 Hz, 90 Hz …… 200 Hz, 250 Hz である。

この計算結果より、電源周波数と始動時過渡特性との関係が明らかになる。

(iii) 2次抵抗を変化した場合

電源周波数を 50 Hz とし、2次抵抗だけを変化した場合の数値計算例を第(3・8)図~第(3・11)図に示す。これらの図中で、 R_2 は挿入抵抗までを含めた

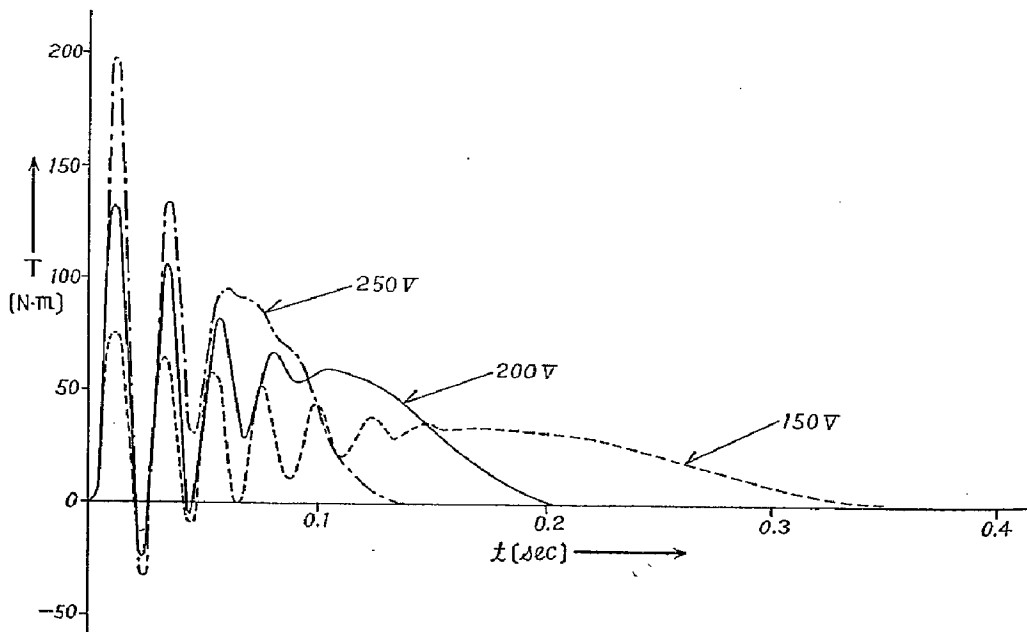
一相の回転子抵抗を表わし、 R_{20} は回転子一相の巻線抵抗だけを表わす。

ここでの計算範囲は R_2 が R_{20} の 1.00 倍から、0.25 倍おきに、3.0 倍までの各々の端子電圧が 150 V, 200 V, 250 V の場合についてである。

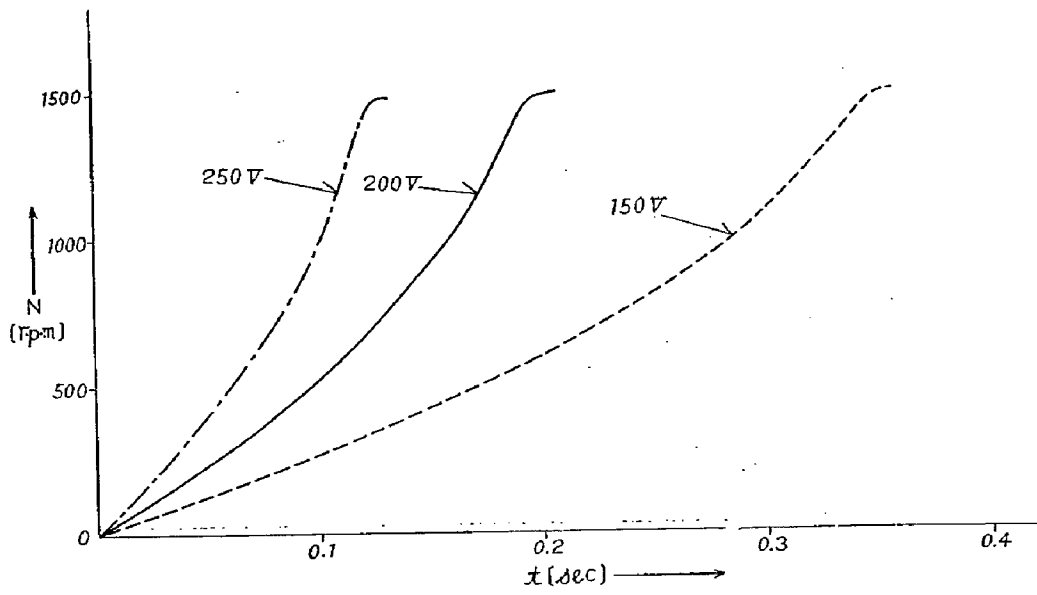
(3.3.2) アナログ計算機による計算結果との比較検討

三相 I・M のじか入れ始動時 (端子電圧 200 V) における過渡特性について、電源周波数を変え、前章で述べたアナログ計算機による解析結果と本章で述べた瞬時対称座標法を適用した計算式による解析結果とを比較・検討する。

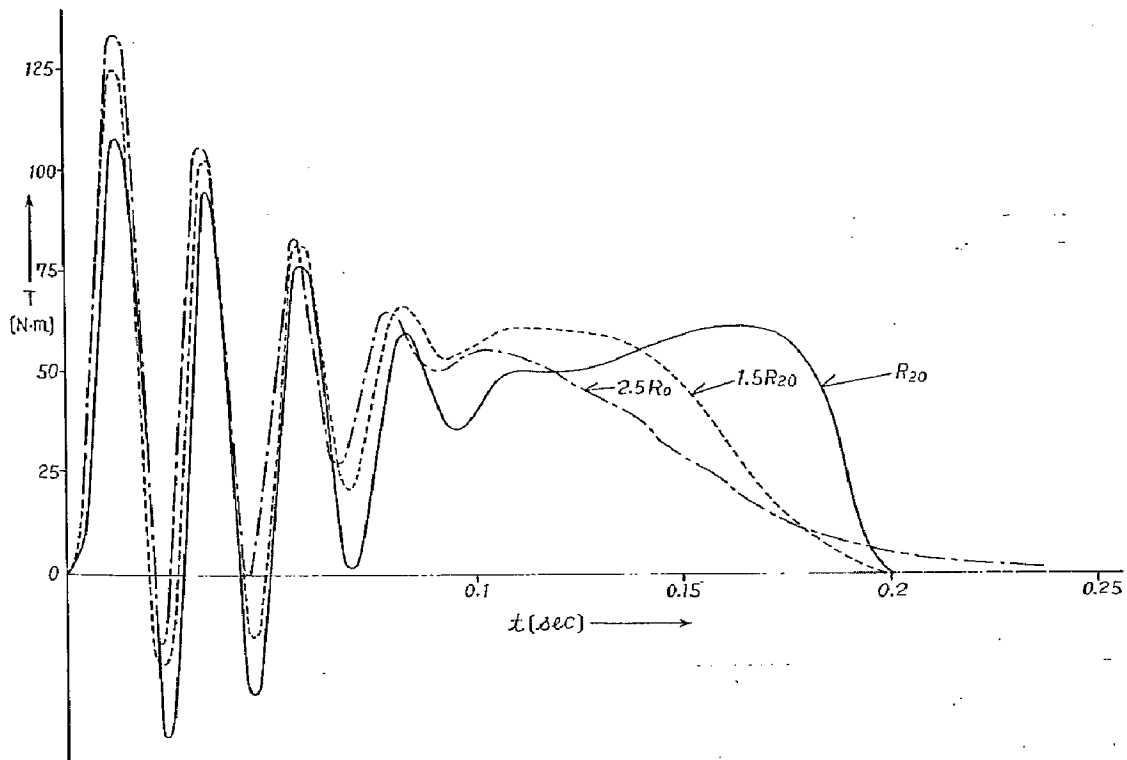
第(3・12)図~第(3・15)図は正弦波の電源電圧が



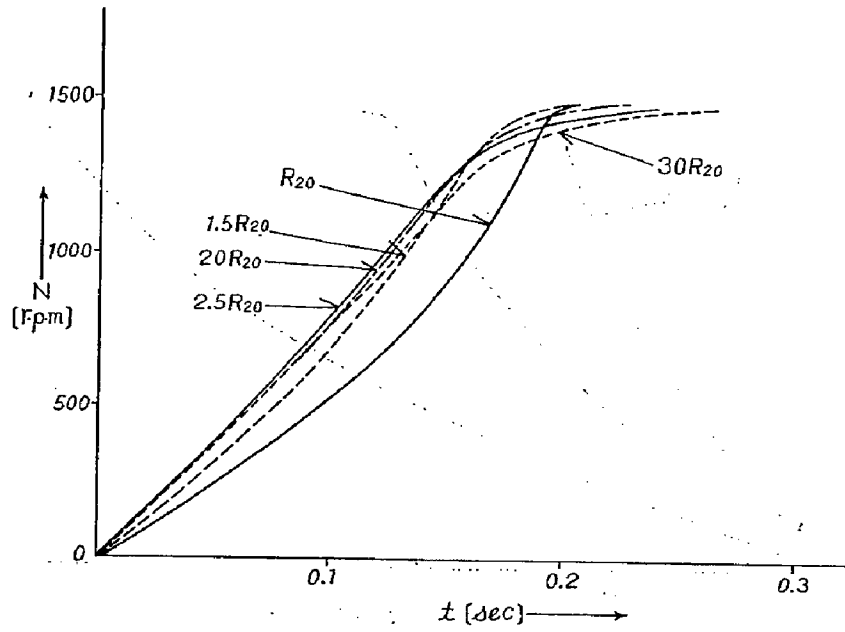
第(3・8)図 始動時過渡トルク ($f=50\text{ Hz}$, $R_2=2.0R_{20}$)



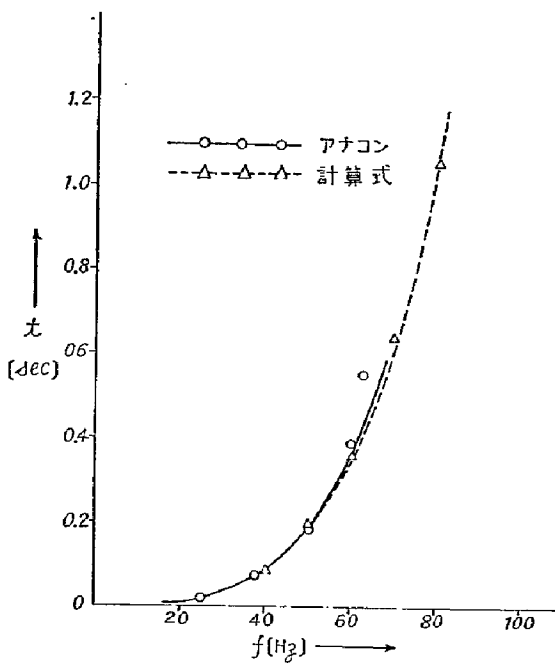
第(3・9)図 始動時間 ($f=50\text{ Hz}$, $R_2=2.0R_{20}$)



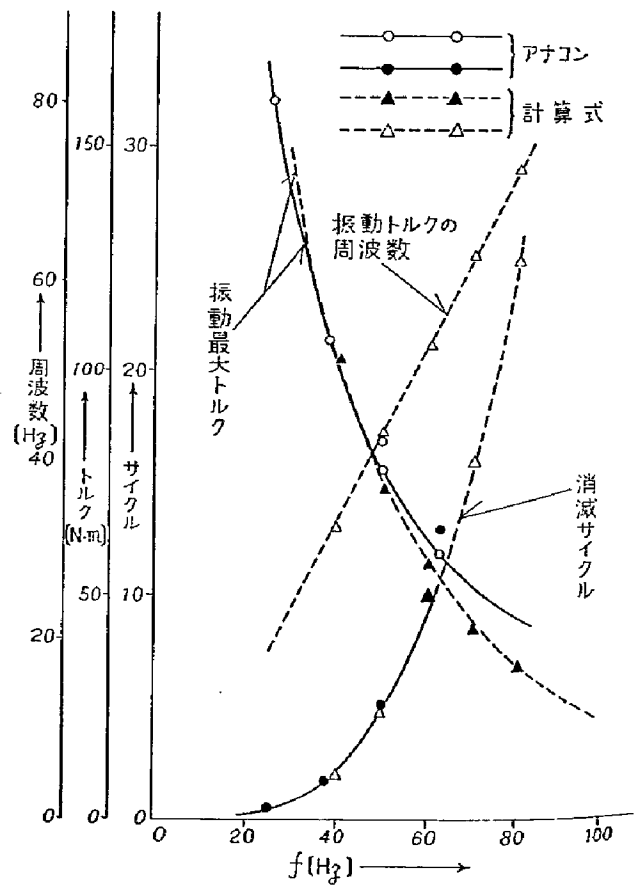
第(3・10)図 始動時過渡トルク ($f=50\text{ Hz}$, $V=200\text{ V}$)



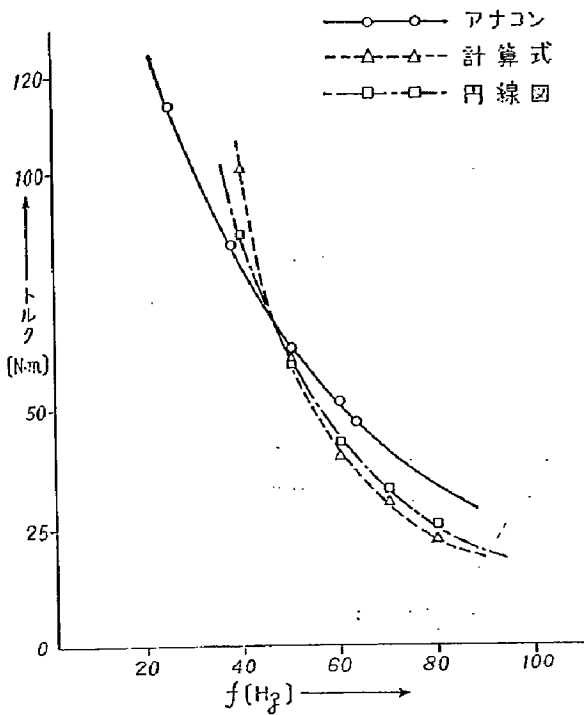
第(3・11)図 始動時間 ($f=50\text{ Hz}$, $V=200\text{ V}$)



第(3・12)図 電源周波数と始動時間 (すべりが4%まで) の関係



第(3・13)図 電源周波数と過渡振動トルクの関係



第(3・14)図 電源周波数と定常最大トルクとの関係

200V (端子電圧) の場合の電源周波数と過渡特性およびトルク特性との関係を示している。

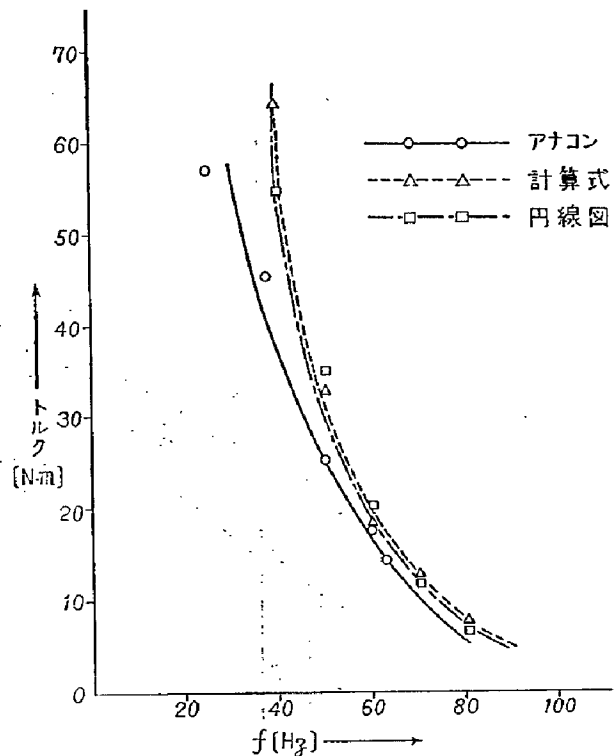
第(3・12)図は電源周波数と始動時間(すべりが4%までの時間)との関係を示しているが第(3・23)式からもわかるように始動時間は電源周波数のほぼ4乗に比例し、急激に長くなるのがわかる。周波数がある限度以上になると始動トルクが小さくなり、静止摩擦トルクにうちかたないで当然始動しないことになる。従って、周波数を大きくするとそれだけ、電圧の大きさも増さなければならない。

第(3・13)図は電源周波数と過渡振動トルクとの関係を示している。この図より、振動最大トルクは電源周波数のほぼ2乗弱に逆比例し、第(3・14)図や第(3・15)図に示す定常最大トルクや始動トルクは電源周波数にほぼ逆比例することがわかる(ここで、振動最大トルクとは定常トルクを取り除いた過渡振動トルクの最大振幅値のことである)。

振動トルクの消滅サイクルは始動時間と同様に電源周波数のほぼ4乗に比例する。

また、振動トルクの周波数はアナログ計算機による計算結果からは電源周波数に近いことがわかったが、本章における解析結果より、第(3・13)図に示すようにおのおのの電源周波数よりも約6~8 Hz程度少ないことがわかった。

その上、過渡振動トルクはどの電源周波数に対しても時間的には指数関数的に減少している。



第(3・15)図 電源周波数と始動トルクの関係

次に、二次抵抗だけを変えて、前述の始動時における過渡特性を比較・検討した。

その結果を第(3・16)図と第(3・17)図に示す。

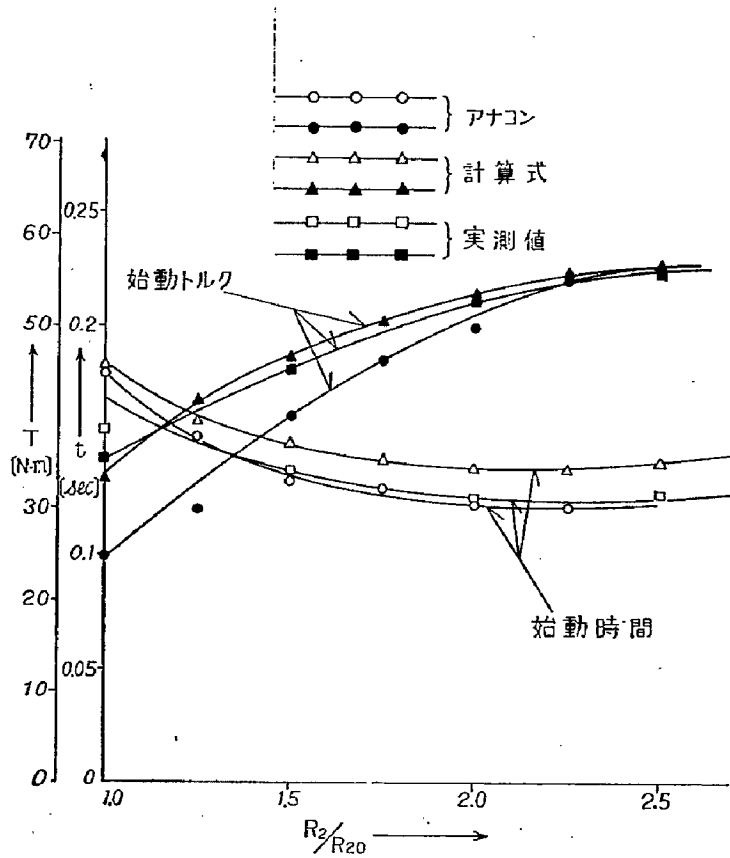
第(3・16)図は端子電圧200V一定で、周波数も50 Hz一定であり、2次抵抗を変化した始動時間との関係を示しているが、始動トルクが最大となる2次抵抗値と始動時間($s=4\%$ までの時間)が最小となる抵抗時間が一般的に異なることを示している。一般、始動値とが一小となる2次抵抗値は、速度・トルク平面におけるトルク・速度曲線と速度およびトルク軸とに囲まれた面積が最大となるような2次抵抗値の時である。

第(3・12)図の二次抵抗と過渡トルクの関係からは、2次抵抗によって振動最大トルクは2次抵抗が増すとわずかにその値は大きくなるがそれ以後はその値は小さくなること、振動トルクの周波数はほとんど変わらず、その消滅サイクルは2次抵抗と始動時間の関係と同じ傾向を示すことがわかる。

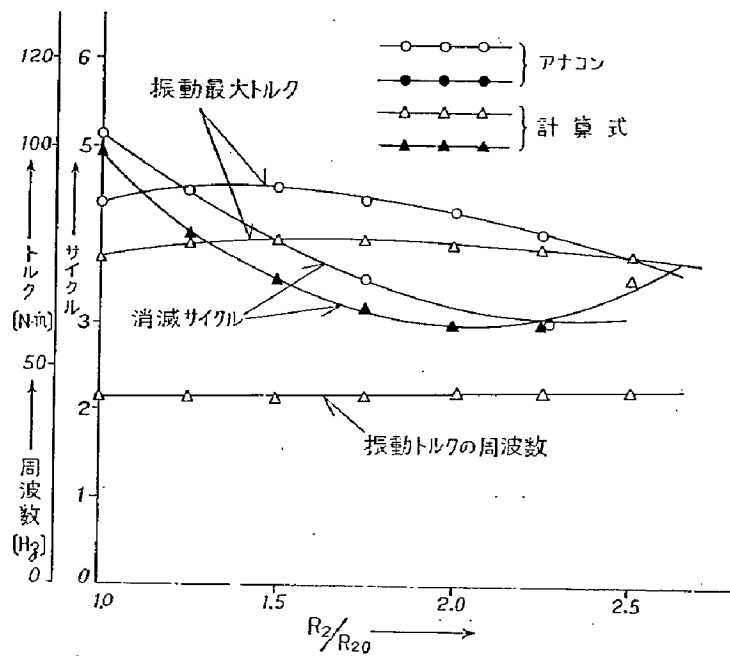
2次抵抗を多くすると、定常状態にはいつから回転数およびトルクは不安定となり変動するが、ここで検討してきた過渡振動トルクとは区別しなければならない。

以上に述べたように、アナログ計算機での計算結果と瞬時対称座標法による始動時間と回転数の迎似的な関係を用いた計算結果とがよく一致することがわかる。

第4章では、始動時間と回転数の関係を近似化しないで得た解析結果が、過渡振動トルクが発生している



第(3・16)図 2次抵抗と始動時間および始動トルクとの関係



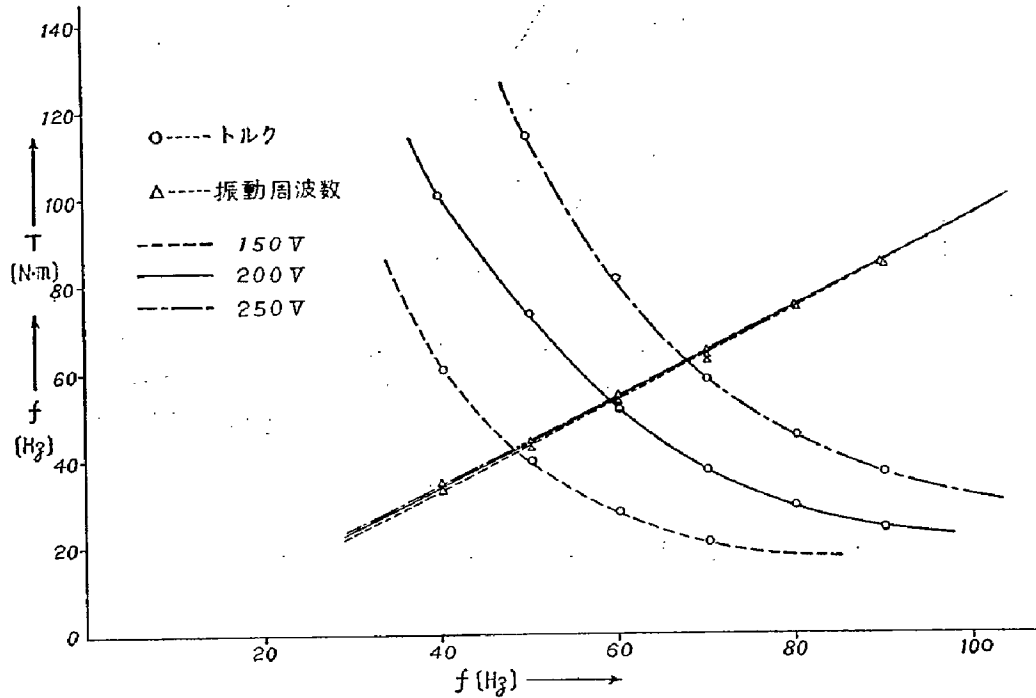
第(3・17)図 2次抵抗と過渡特性

範囲での特性については本章で得られた解析結果とよく一致することを述べる。

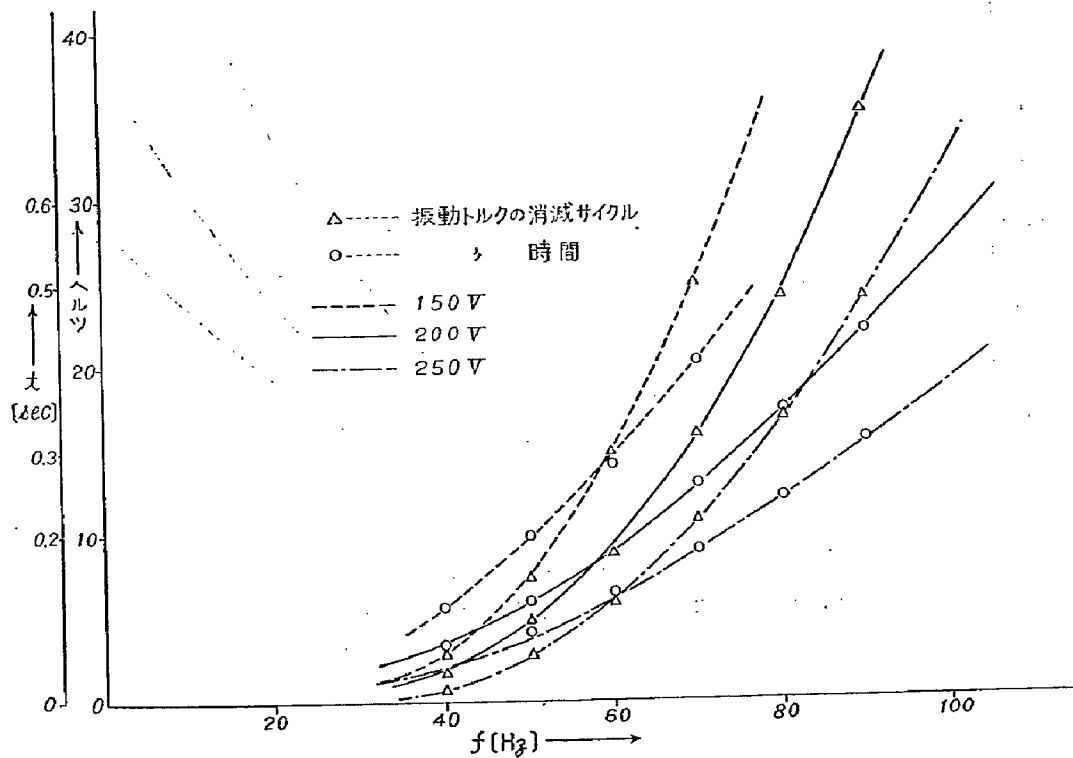
3.4 三相 I・M の始動時過渡特性

(3.4.1) 電源周波数と始動時過渡特性との関係

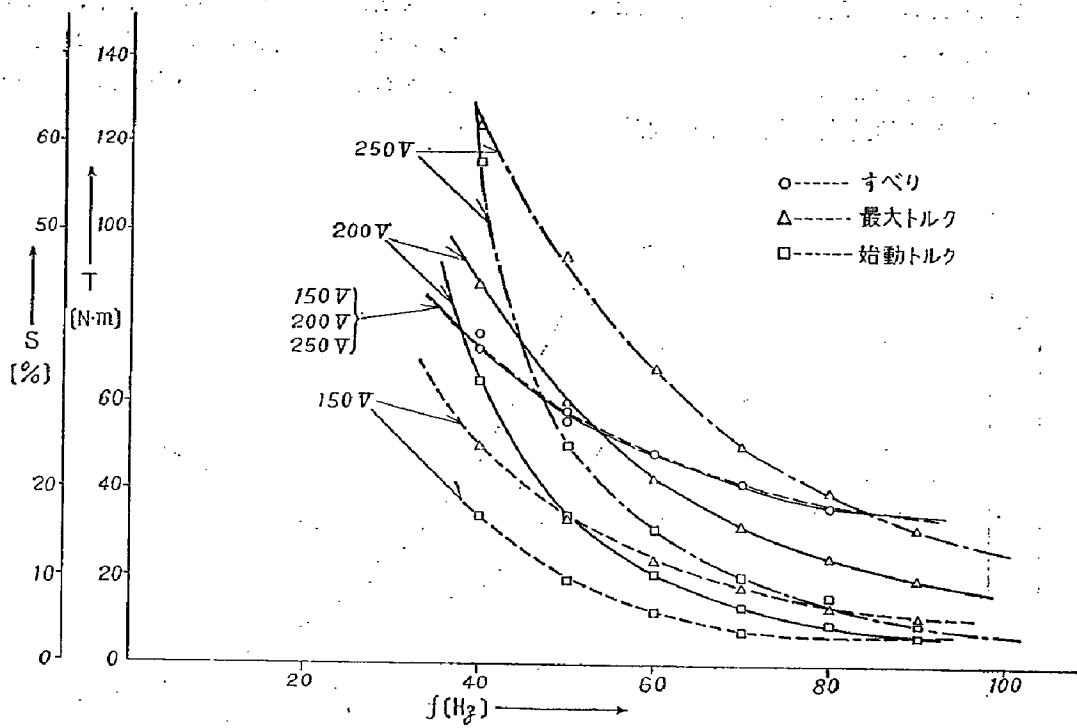
電源周波数を 40 Hz~90 Hz の範囲で変えて計算した結果から始動時過渡トルクの諸特性および始動時間と電源周波数との関係を第(3・18)図~第(3・21)図に示す。



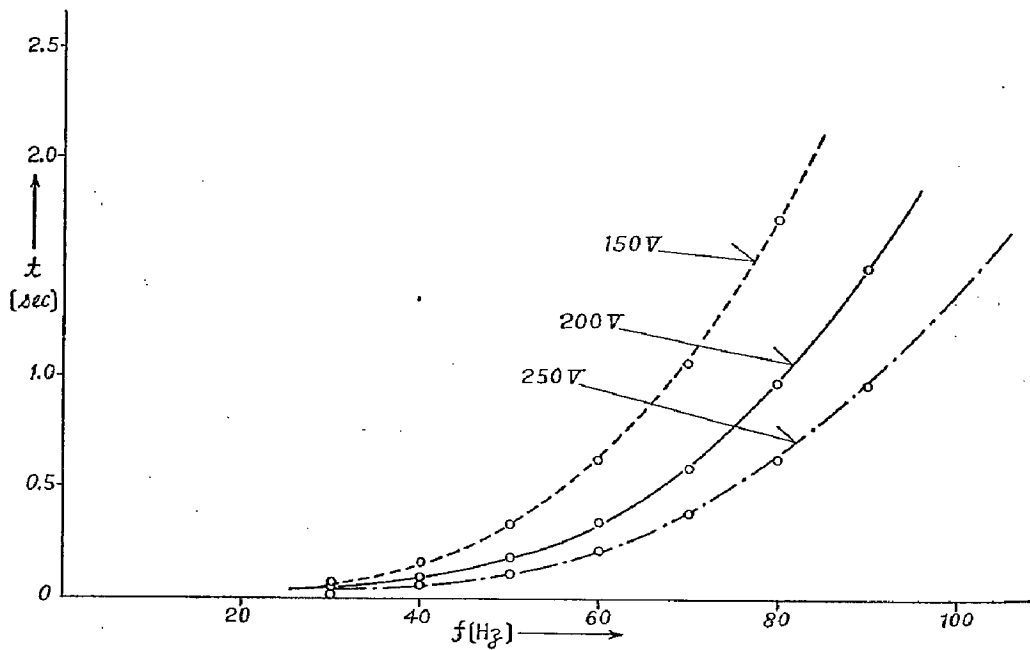
第(3・18)図 過渡振動最大トルク, 振動周波数と電源周波数



第(3・19)図 過渡振動トルク消滅サイクル, 時間と電源周波数



第(3・20)図 定常最大トルク, すべり, 定常始動トルクと電源周波数

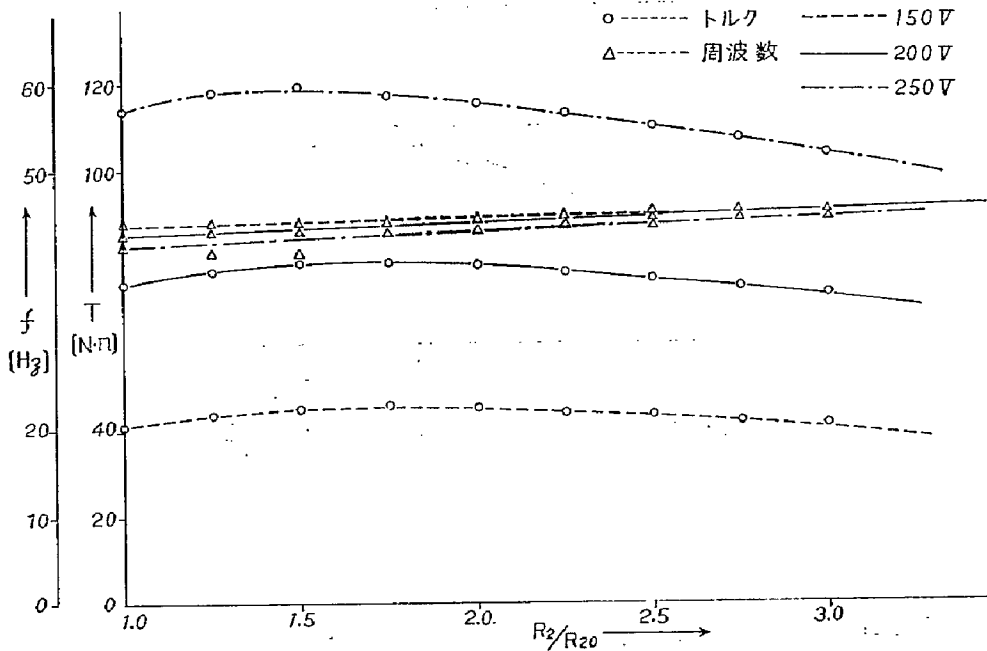


第(3・21)図 始動時間 ($S=4\%$ までの時間) と電源周波数

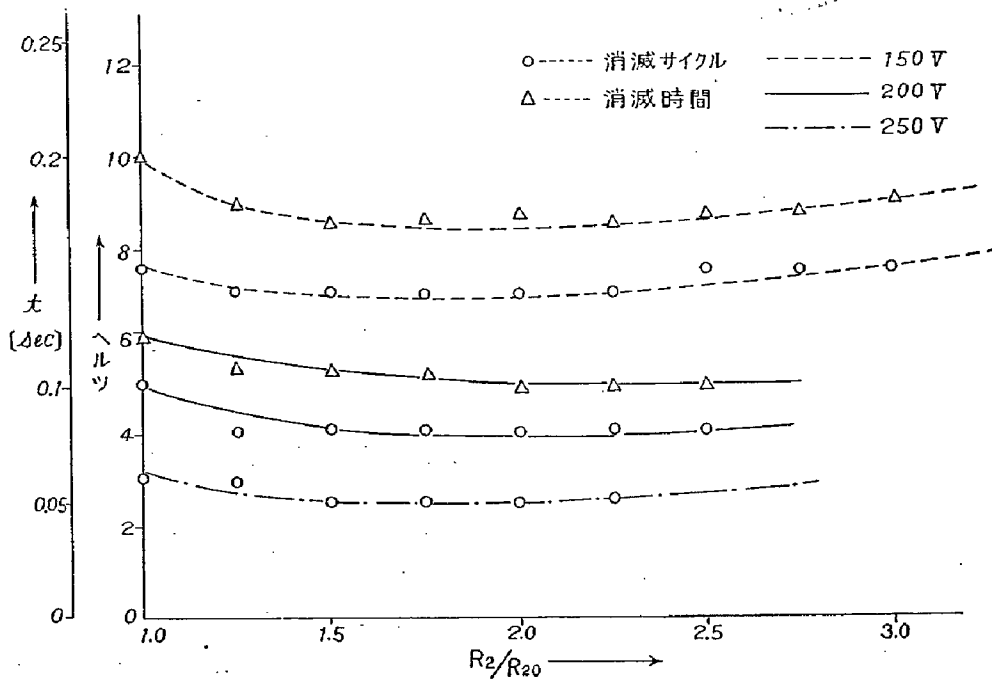
電源電圧が 200 V の場合の計算結果は (3.3.1) で述べたがここでは電圧をその電圧, 150 V, 250 V と変化した場合の各特性を示した。

(3.4.2) 2次抵抗と始動時過渡特性との関係

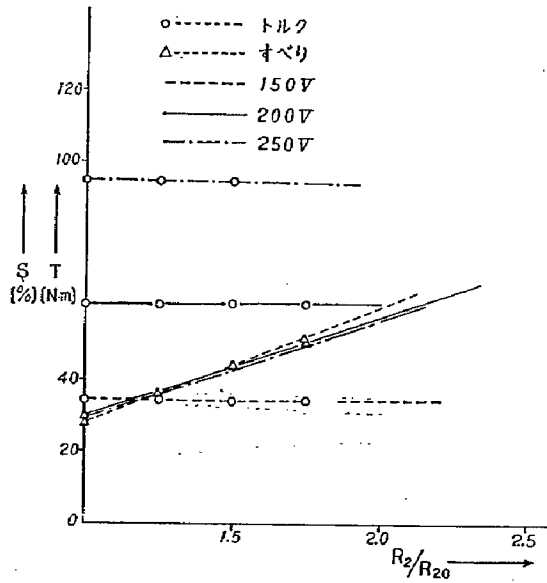
2次抵抗値を変えて計算した結果から, 始動時過渡トルクの諸特性および始動時間と2次抵抗値との関係を第(3・22)図~第(3・25)図に示す。ここでも, 電圧を 150 V, 200V, 250 V とした各々の場合の特性を



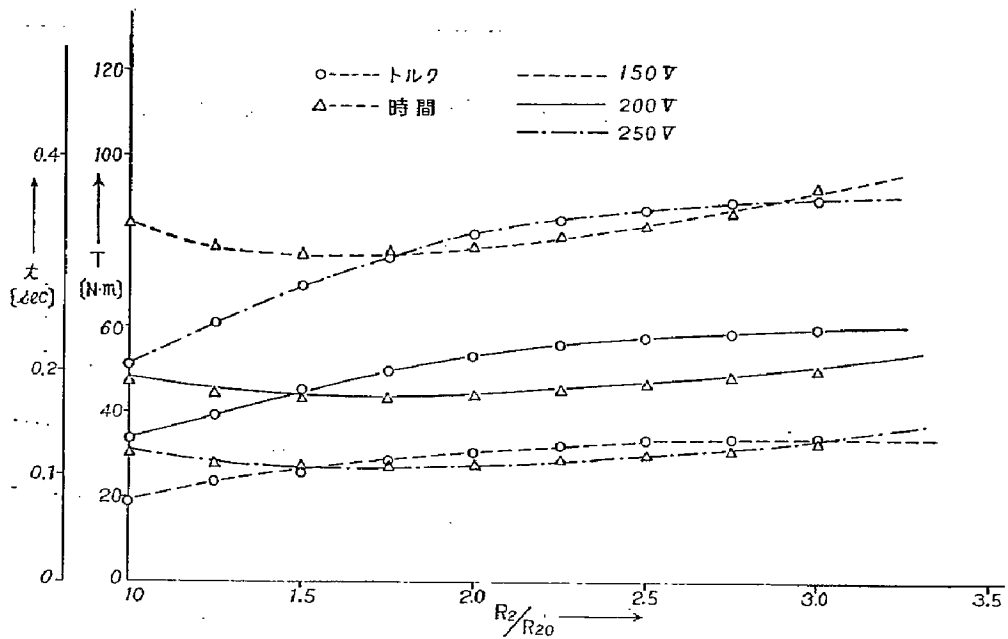
第(3・22)図 過渡振動最大トルク, 振動トルクの周波数と2次抵抗



第(3・23)図 過渡振動消滅サイクル, 消滅時間と2次抵抗



第(3・24)図 定常最大トルク, すべりと2次抵抗



第(3・25)図 定常始動トルク, 始動時間 ($S=4\%$ までの時間) と2次抵抗

図示した。

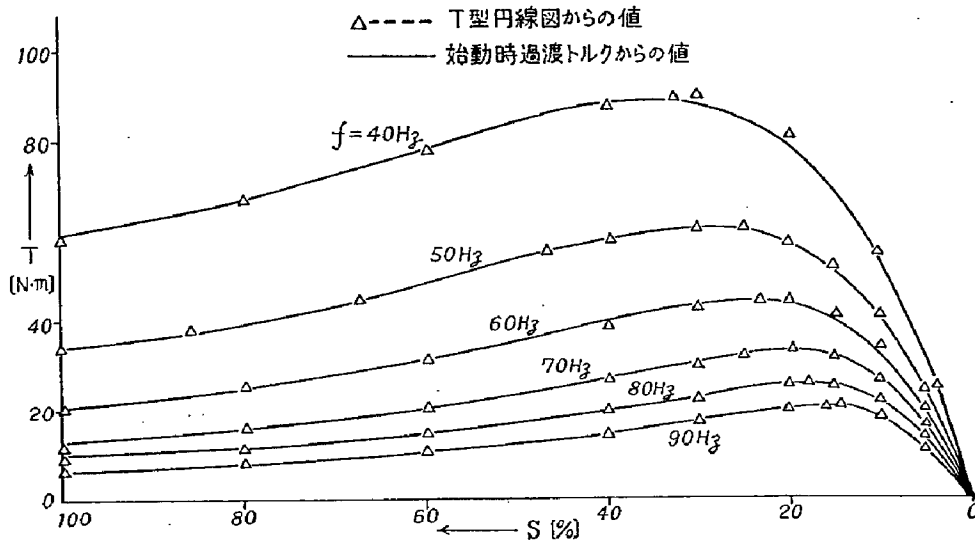
(3.4.3) 電源周波数と定常時速度・トルク特性

第(3・26)図に, 各電源周波数での定常状態に対する速度・トルク特性を示す。この図においては, 計算値より求めた始動時過渡トルクの振動トルクを取り除いた平均値と定常トルク, それに, T形円線図により求めたトルクとの比較を行なっている。この図からわ

かるように, 円線図より求めた値と計算値とはまったく一致する。

ここで, 円線図を書く際に使用した各電源周波数に対する試料機の諸定数を第(3・1)表に示す。電源周波数によって, 諸定数は多少異なっていることがわかる。

なお, この定数は定格電圧200V時の各周波数に対する無負荷試験および拘束試験より求めた。



第(3・26)図 速度，トルク特性と電源周波数 (200V)

第(3・1)表 周波数に対する試料機の諸定数

f[Hz]	R ₁ [Ω]	R ₂ [Ω]	$l_1 + \frac{3}{2}l_2$ = $l_2 + \frac{3}{2}l_2$ [H]	$\frac{3}{2}M$ [H]
35	0.322	0.410	0.0554	0.0527
40	〃	0.468	0.0558	0.0532
50	〃	0.473	0.0682	0.0656
60	〃	0.493	0.0762	0.0736
70	〃	0.492	0.0801	0.0776
80	〃	0.526	0.0807	0.07805
96	〃	0.549	0.0790	0.0765
100	〃	0.554	0.0747	0.0720

第4章 三相誘導電動機の始動時における過渡現象

本章においては、始動時間と回転数の関係を、近似式を用いないでデジタル計算機により厳密に運動方程式を数値計算して求めた。そして、その始動時間と回転数との関係より、三相I・Mの始動時における過渡現象を、第3章と同様に瞬時対称座標法を適用して解析した。

この方法による計算結果と第2章および第3章で論じた方法とによる計算結果を比較し、解析方法の得失を論じた。

最後に、静止状態の三相I・Mに正弦波電圧をステップ状に印加して始動する場合の過渡現象と電源電圧の大きさ、電源周波数および2次抵抗値などの関係について論じた。

4.1 三相I・Mの始動時過渡電流と過渡トルク

三相I・Mの始動時における過渡電流と過渡トルクの計算式は3・2節に瞬時対称座標法を適用して表わ

した。

すなわち、過渡電流は第(3・12)式で表わされ、過渡トルクは第(3・17)式で表わされる。本章でもその式を用いる。

4.2 始動時間と回転数の関係

始動時過渡トルクや過渡電流は、回転数とスイッチ投入時からの時間などの関数として表わされる。そこで、運動方程式から回転数と時間の関係を求めて、過渡トルクや過渡電流を計算しなければならない。その関係を求める方法として、第3章(3.2.3)にも述べたように次の2つの方法がある。

(4.2.1) 近似化した始動時間と回転数の関係

実効トルクは発生トルクのうち近似的に、時間に無関係で回転数だけの関数(すなわち、発生トルクの平均値で第(3・17)式の右辺第1項だけ)であるとし、微分方程式の運動方程式を手計算により解く。そして、回転数と時間との関係を求めると第3章の第(3・23)式で表わされる。ここでもう一度書くと次式である。

$$t = \frac{2\omega' J}{q T_0} [C_2(1-s^2) + C_1(1-s) - C_0 \log \epsilon s] \dots (3 \cdot 23)$$

ここで、 ω , J , q , T_0 , C_2 , C_1 , C_0 は第3章で定義した記号である。そして、 t はスイッチ投入時からすべり s までの時間(sec)である。

(4.2.2) 正確な始動時間と回転数の関係

正確な始動時間と回転数の関係は、始動時には慣性負荷が大きいため制動係数 D_r および一定負荷を無視して、前述第(3・18)式の運動方程式を解いて得られる。

$$T = \frac{J d\omega'}{q dt} \dots (3 \cdot 18)$$

J は慣性モーメント、 q は極対数で、 ω' は電氣的

回転角速度である。 T は発生トルクの第(3・17)式であり、時間と電氣的回転角速度(すべり)の複雑な関数であるので、上式は手計算では解けない。

始動時間と電氣的回転角速度との関係はデジタル計算機により数値計算して求めた。その場合、常微分方程式を解く一般的な方法として知られているルンゲ・クッタ法を用いて解いた。

4.3 正確な始動時間と回転数の関係による解析結果

試料機は定格出力が3.7KWの巻線形三相I・Mであり、その定格および諸定数は第2章、第(2・1)表に示す。

静止状態の三相I・Mに三相電圧をステップ状に印加した後の過渡現象は前節までに述べた過渡電流の式、トルク方程式および回転数と始動時間の関係式を使って解くことができる。その時、4.2で述べたように始動時間と回転数の関係をうるのに、近似式として第(3・23)式を用いる場合と厳密に運動方程式、第(3・23)式をデジタル計算機で数値計算する場合とに分けられる。

ここでは、前者から得られる過渡トルクの解を近似解といい、後者から得られるその解を厳密解ということにする。

それらの方法による解を比較・検討して、どのような特性の算定に計算時間の少ない近似解を用いることができるかを検討しようとするものである。

厳密解において、計算のきざみによりその解がどのような誤差になるかを調査する必要がある。それを検討するため、第(4・1)表に正弦波の電源周波数が50Hzで、端子電圧が200Vである時の計算きざみ時間

による計算結果の比較を記した。この表より、この二つの計算きざみによる誤差はまったくないことがわかる。従って、計算きざみ時間として、計算所要時間が半分である0.002秒を用いた。

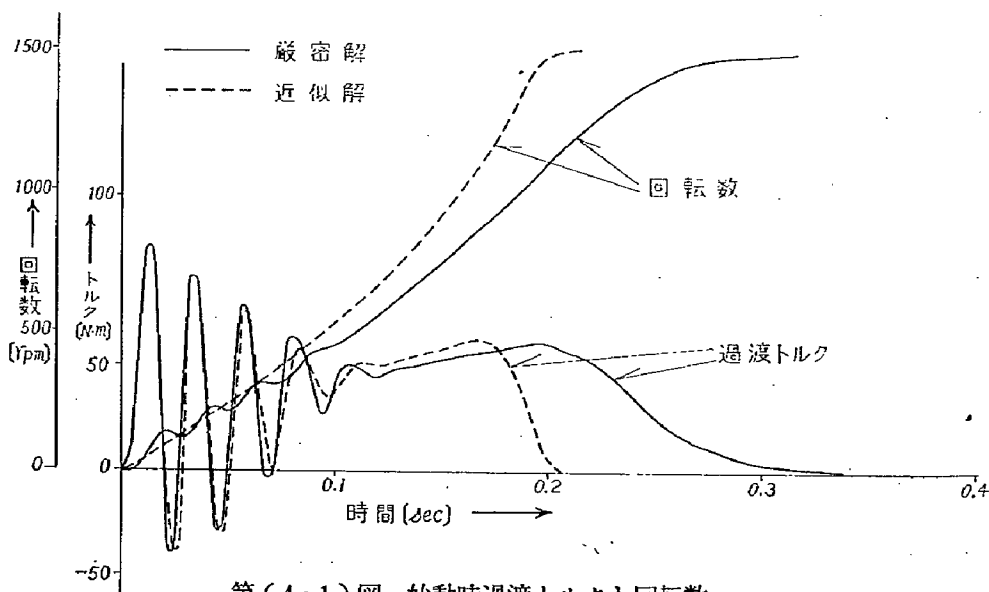
この計算きざみ時間は電源波形の周期を10等分した時間である。電源周波数を変える場合には、その周期を10等分した時間が計算きざみとなる。

端子電圧が200V、電源周波数が50Hz、そして2次挿入抵抗が零の場合の数値計算例を第(4・1)図に示す。

この図は、三相I・Mのじか入れ始動時における過

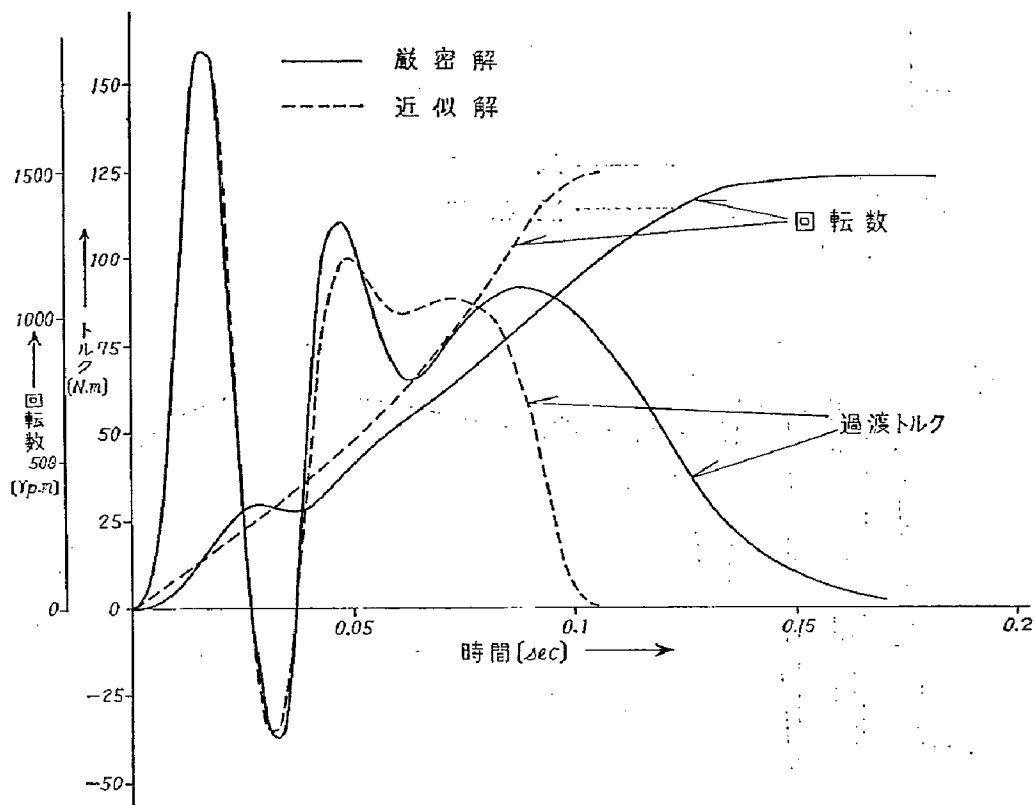
第(4・1)表 計算きざみ時間による計算値の比較
——電源周波数 50 Hz,
端子電圧 200 V——

		きざみ時間	
		0.001[sec]	0.002[sec]
定常始動トルク [N・m]		33.1	32.9
定常最大トルク	トルク[N・m]	60.4	60.4
	すべり [%]	29.0	28.4
過渡振動最大トルク (振幅値) [N・m]		72.6	72.7
振動消滅サイクル [Hz]		5	5
振動消滅時間 [sec]		0.131	0.1295
振動周波数 [Hz]		42.5	43.0
過渡最大トルク [N・m]		105.8	105.6
始動時間 [sec]	すべりが4%まで	0.265	0.259
	すべりが10%まで	0.237	0.238

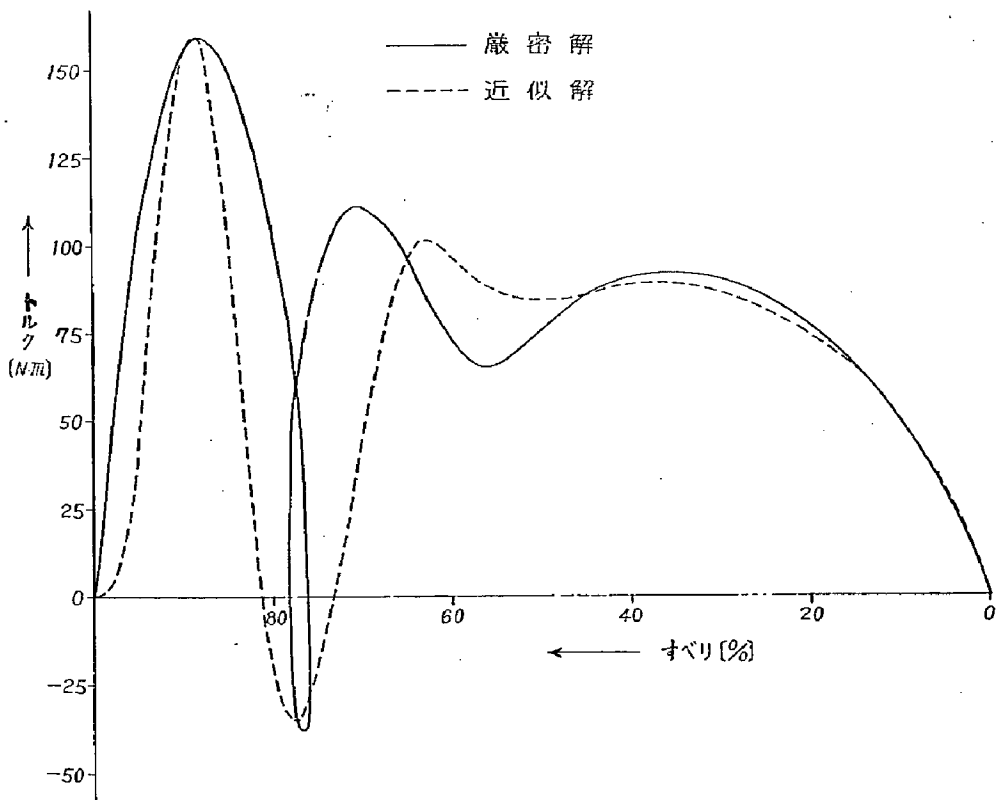


第(4・1)図 始動時過渡トルクと回転数

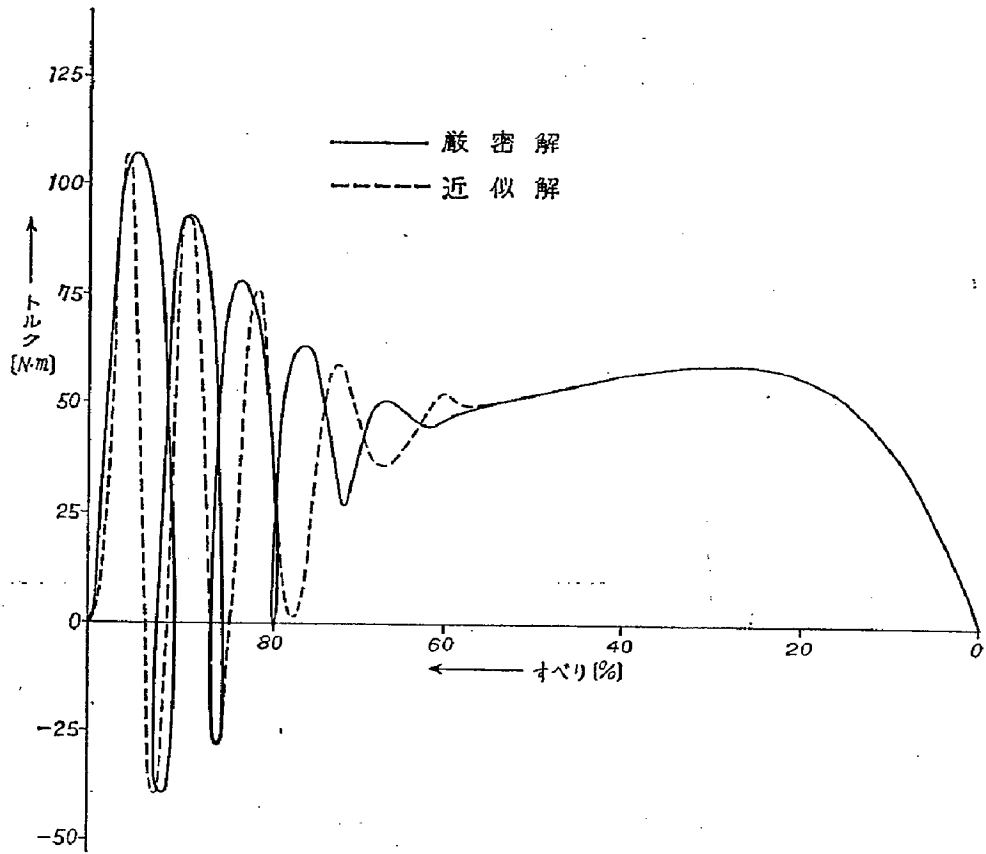
——V=200V, f=50Hz——



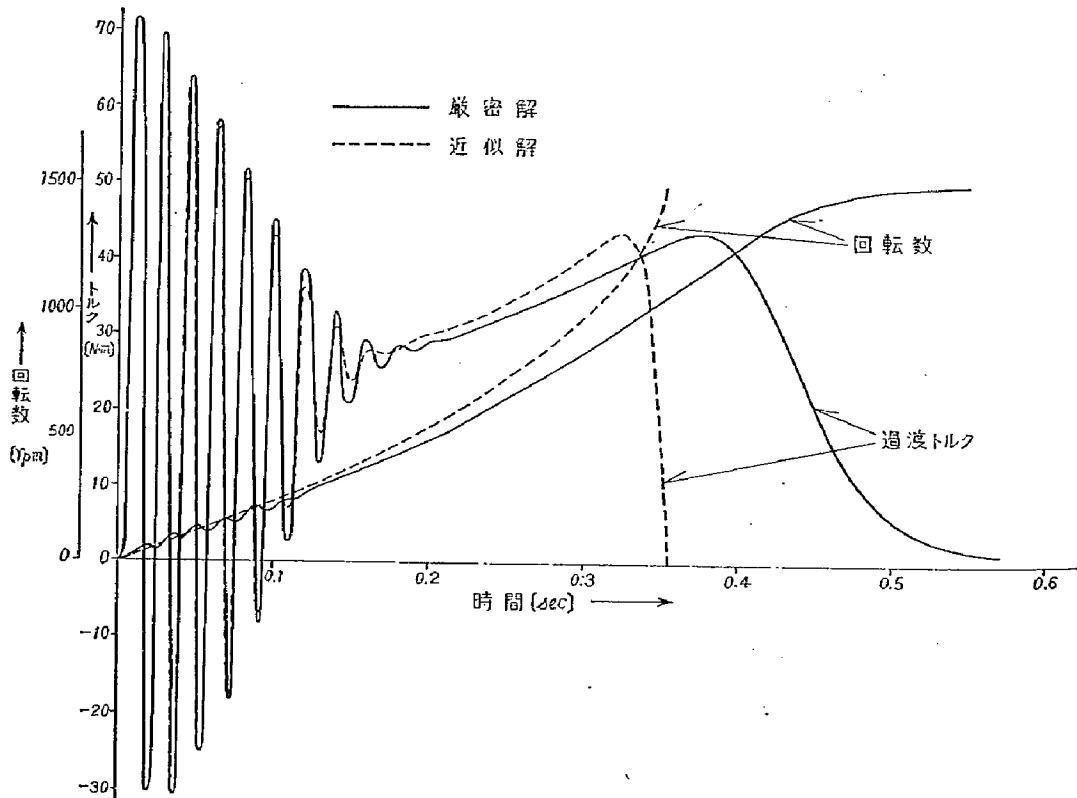
第(4・2)図 始動時過渡トルクと回転数
 —200 V, 40 Hz—



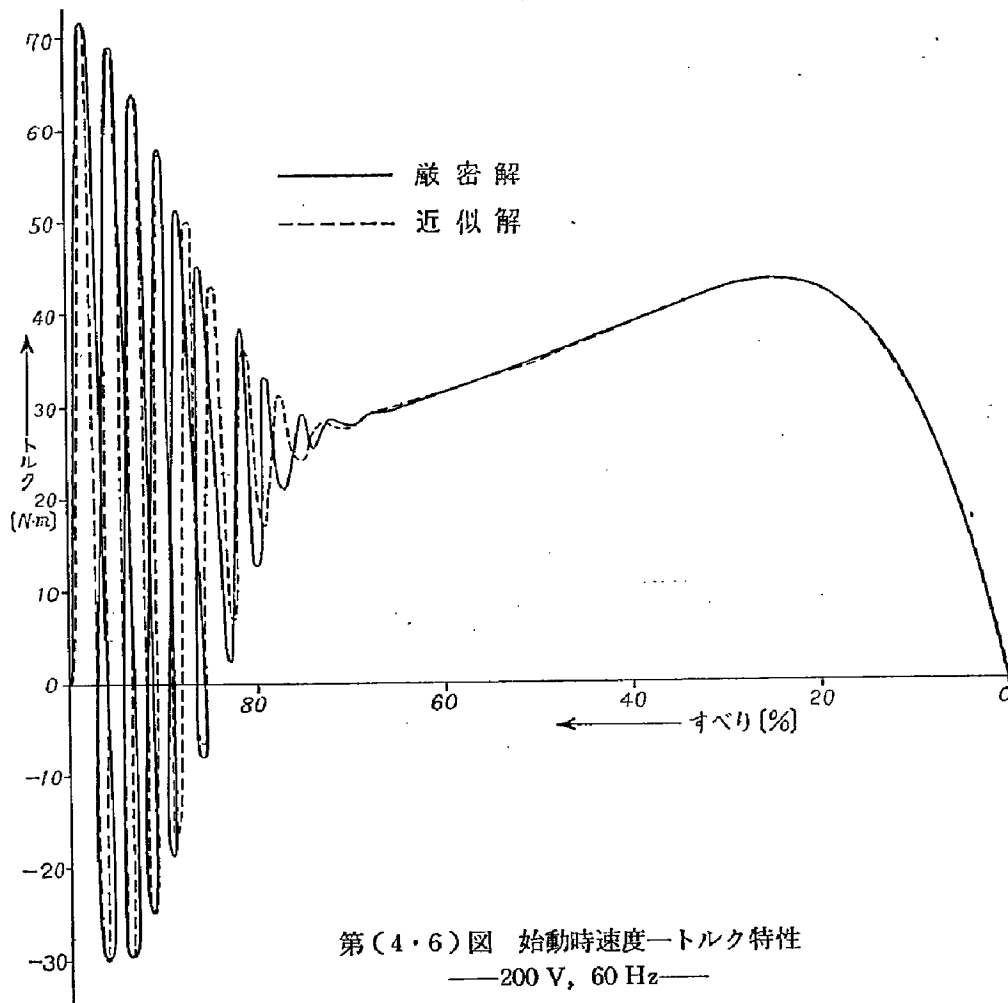
第(4・3)図 始動時速度—トルク特性
 —200 V, 40 Hz—



第(4・4)図 始動時速度—トルク特性
 —200 V, 50 Hz—



第(4・5)図 始動時過渡トルクと回転数
 —200 V, 60 Hz—



第(4・6)図 始動時速度—トルク特性
—200 V, 60 Hz—

渡トルクおよび回転数の時間的変化を示している。

第(4・2)図～第(4・6)図に、電源周波数が40 Hz, 50 Hz, および60 Hzで、線間電圧が200 Vの電圧をステップ状に印加した時の始動時過渡トルクと回転数の時間的変化および始動時速度・トルク特性の計算結果を示す。

第(4・3)図は第(4・2)図の、第(4・4)図は第(4・1)図の、第(4・6)図は第(4・5)図の始動時過渡トルクと回転数の関係より求めた。

第(4・7)図～第(4・10)図に、線間電圧が200 Vで、その周波数が50 Hzである時、回転子挿入抵抗が回転子巻線抵抗に等しい場合と、その2倍の場合の始動時過渡トルクと回転数の時間的変化および始動時速度・トルク特性を示した。

以上のすべての図に、先に求めた近似解と厳密解とを比較した。

4.4 解析方法による三相I・Mの始動時過渡特性の比較・検討

(4.4.1) 電源周波数および2次抵抗を変化した場合の特性

第(4・11)図～第(4・17)図に電圧が200 V一定で電源周波数および2次抵抗を変化した場合の始動時諸特性の近似解による値と厳密解による値とを比較した。

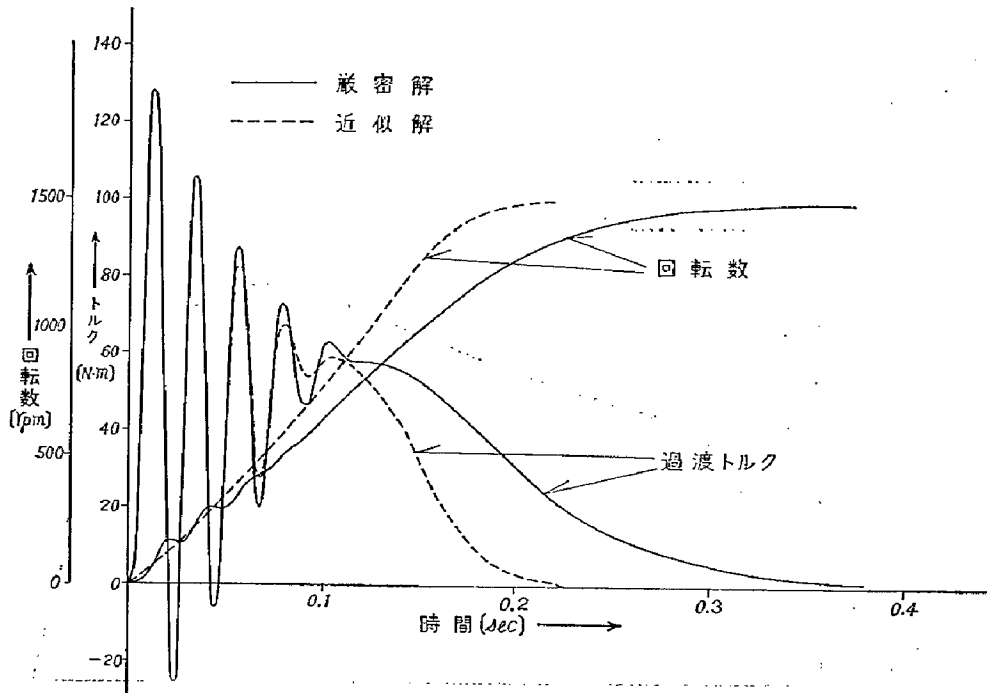
これらのグラフより、厳密解と近似解とは電源周波数や2次抵抗値が変化しても(すべり4%までの始動時間を除いて)まったく一致することがわかる。

(4.4.2) 解析方法による計算結果の検討

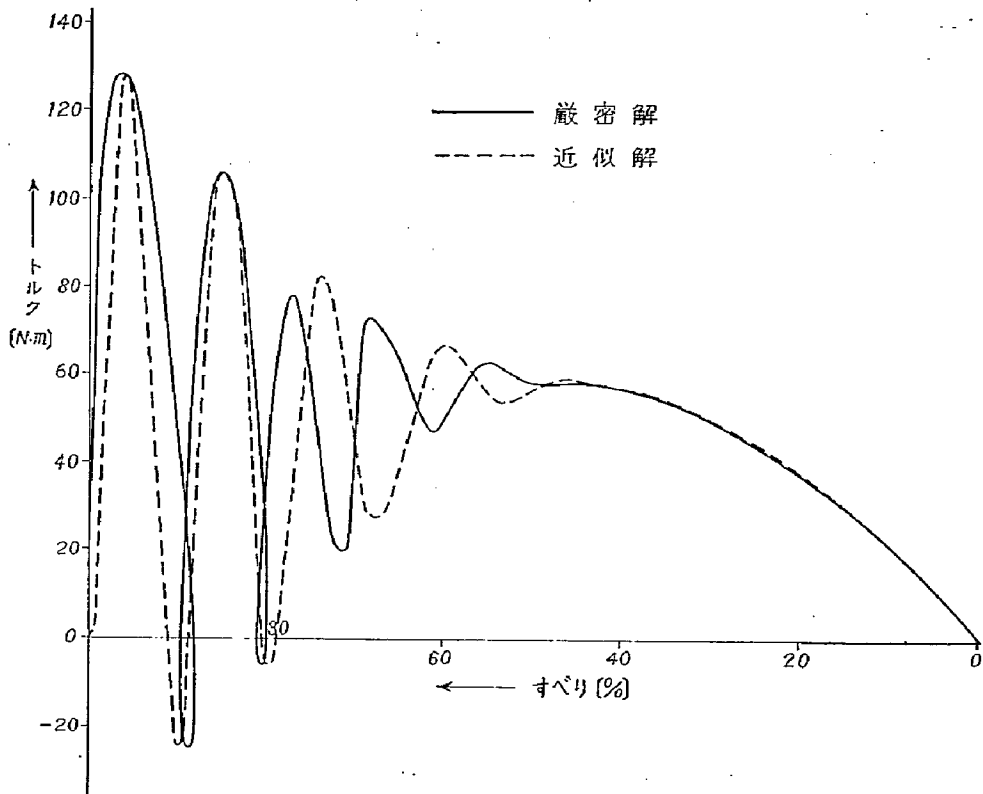
数値計算のための計算所要時間は、端子電圧200 V, 電源周波数50 Hz, 2次挿入抵抗が零の場合、厳密解の計算には(すべりが99.4%から1%まで)46分かかり、近似解の計算には(振動トルクが存在する範囲では、計算きざみを s について0.005とし、その範囲外では0.01とし、 s が99.5%から1%まで)約13分かかった。厳密解の計算きざみは0.002秒である。

それ故、厳密解の計算には、近似解の計算所要時間の3.5倍を必要とするので、近似解と厳密解とを求めた特性によって使い分ければより合理的である。

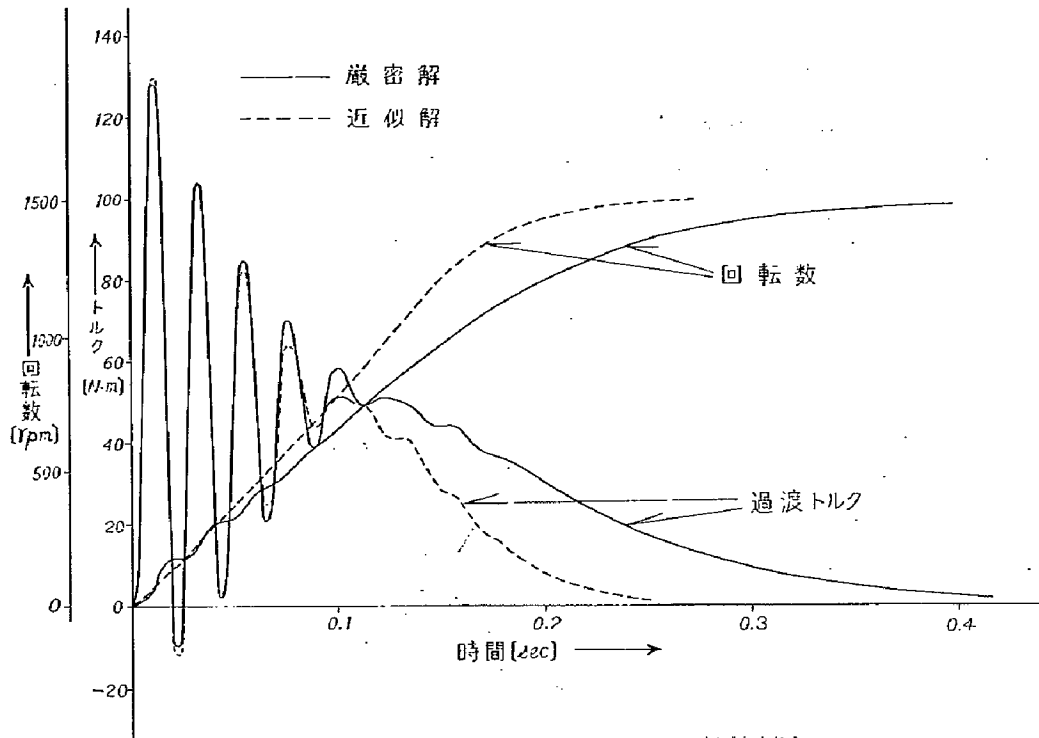
始動時間と回転数の関係を近似化して求めた過渡特性と近似化しないで求めた特性との間には、始動時過



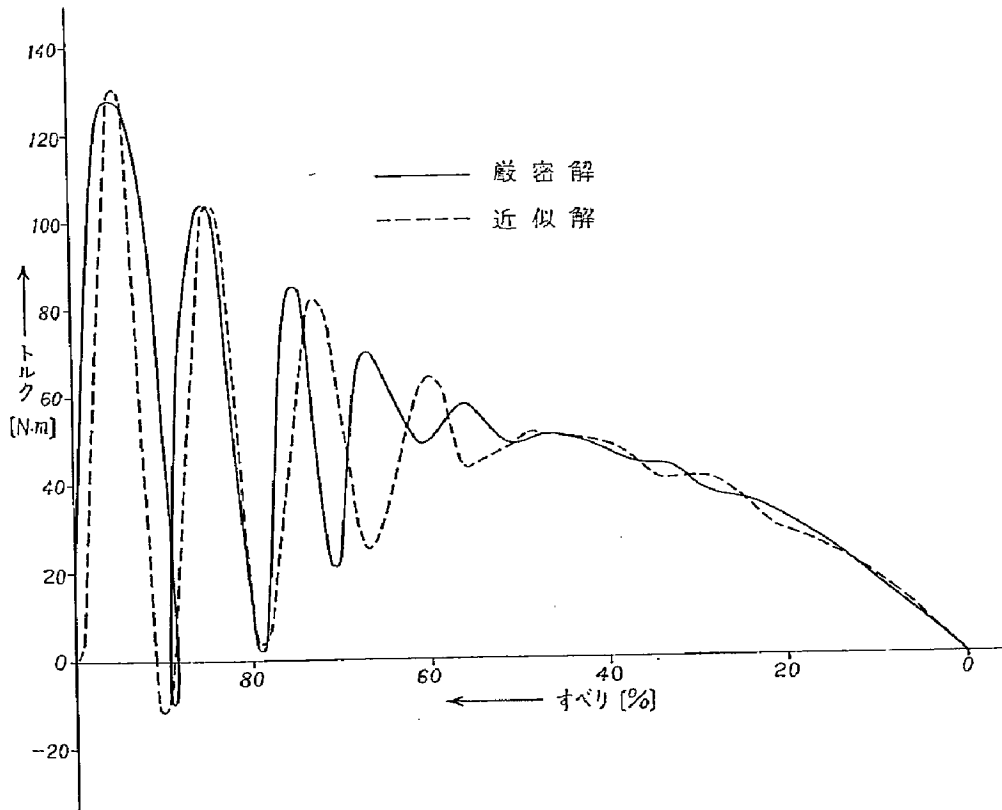
第(4・7)図 始動時過渡トルクと回転数
 ——200 V, 50 Hz, $R_2=2.0R_{20}$ ——



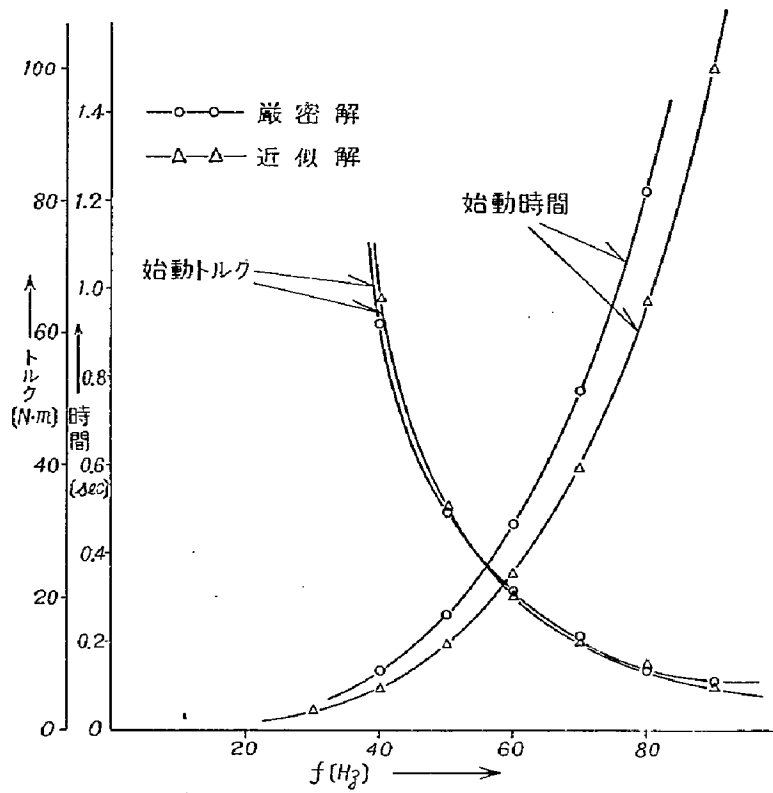
第(4・8)図 始動時速度—トルク特性
 ——200 V, 50Hz, $R_2=2.0R_{20}$ ——



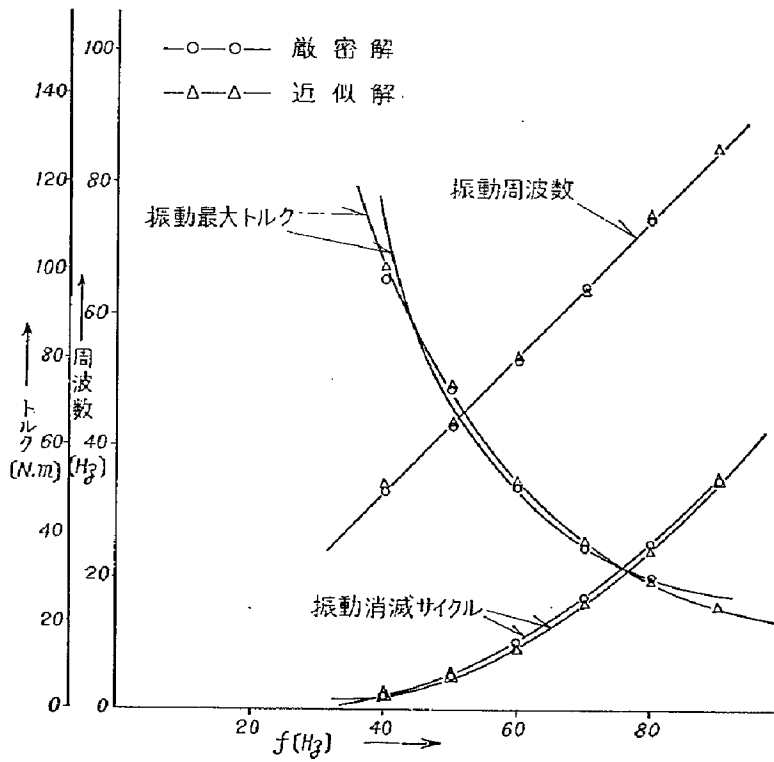
第(4・9)図 始動時過渡トルクと回転数
 —200 V, 50 Hz, $R_2=3.0R_{20}$ —



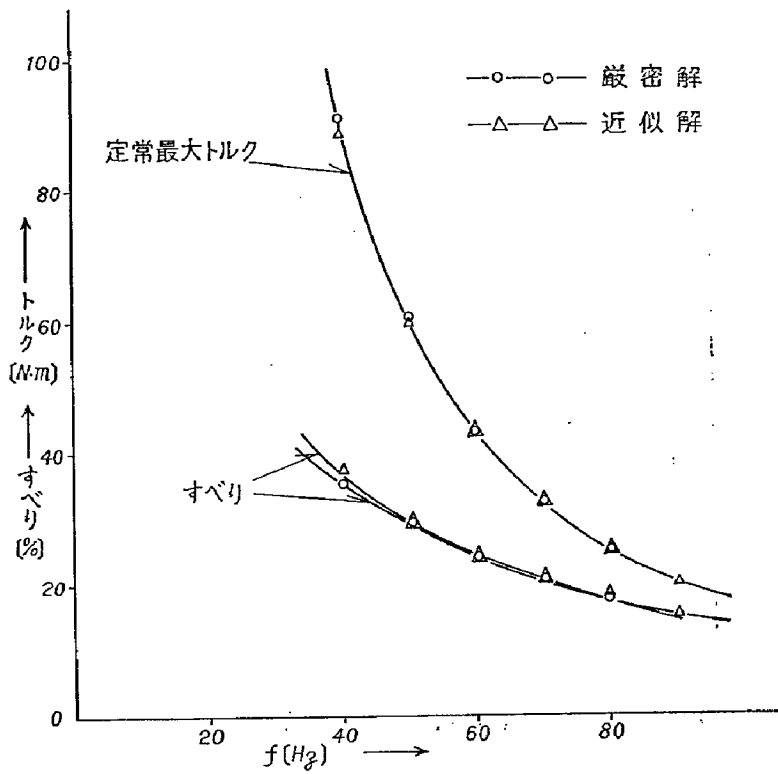
第(4・10)図 始動時速度—トルク特性
 —200 V, 50 Hz, $R_2=3.0R_{20}$ —



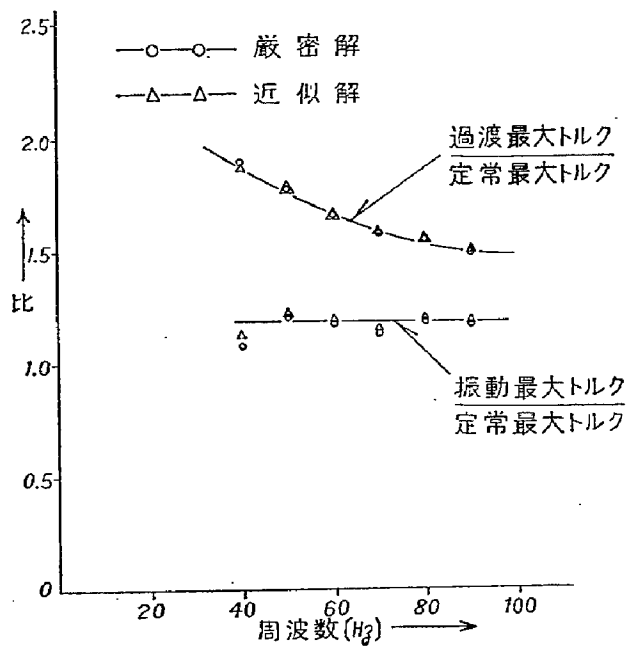
第(4・11)図 定常始動トルク，始動時間と電源周波数



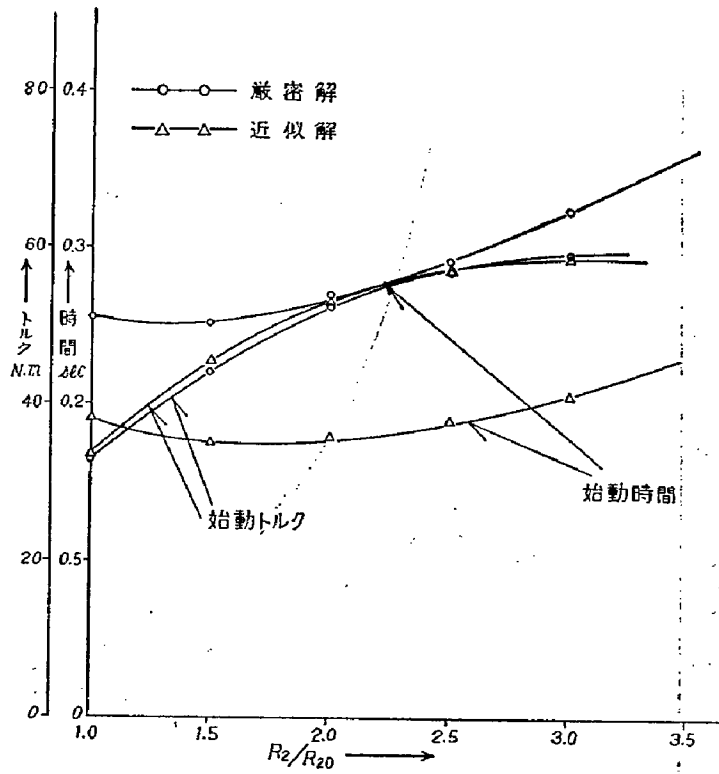
第(4・12)図 振動最大トルク，振動周波数，振動消滅サイクルと電源周波数



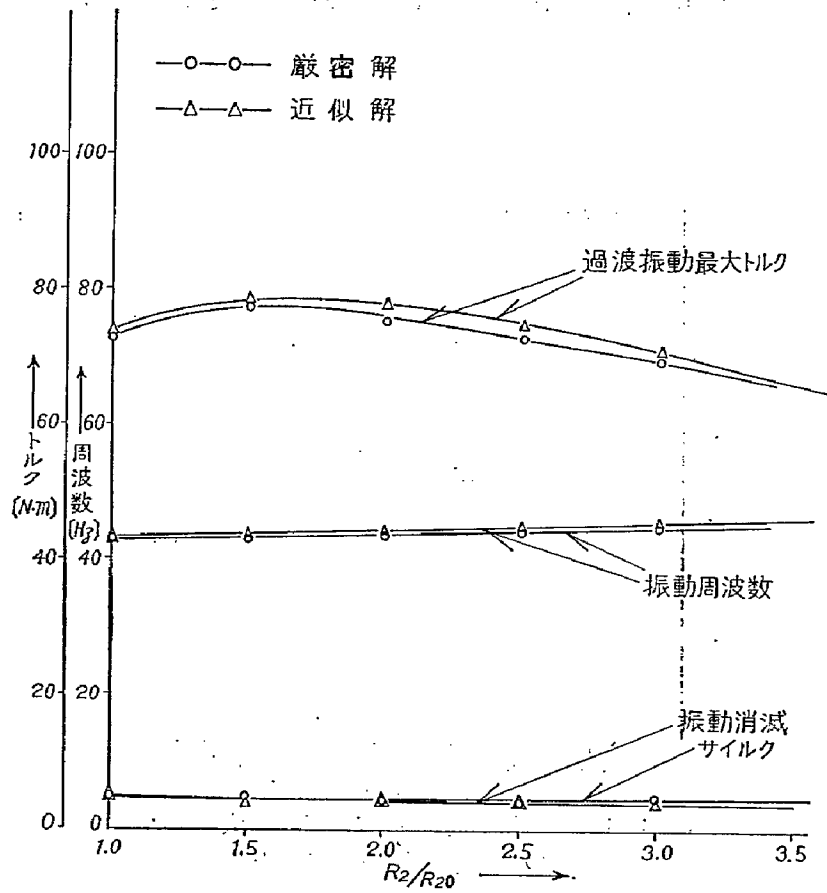
第(4・13)図 定常最大トルク，その時のすべりと電源周波数



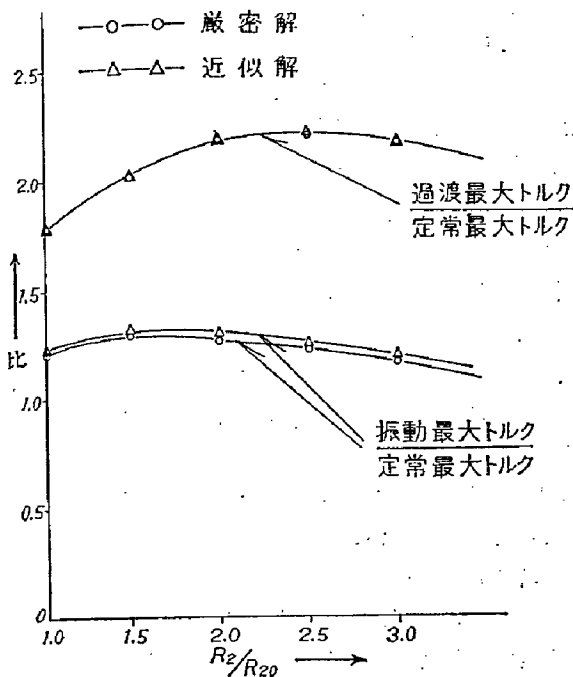
第(4・14)図 振動最大トルク，過渡最大トルクと定常最大トルクとの比



第(4・15)図 定常始動トルク，始動時間と2次挿入抵抗



第(4・16)図 振動最大トルク，振動周波数，振動消滅サイクルと2次抵抗



第(4.17)図 振動最大トルク，過渡最大トルクと定常最大トルクとの比

渡トルク，始動時間共に時間的な誤差だけが生じたことがわかった。しかし，第(4.1)図や第(4.2)図などの過渡トルク—時間の特性において，振動トルクの存在する範囲では，まったく，二つの解は一致している。また，振動トルクの周波数も一致している。

次に，第(4.3)図，第(4.4)図および第(4.8)図などに示す始動時トルク・速度特性での過渡トルクは，その振動トルクの大きさについてはほとんど誤差がない。そして，振動トルクが消滅した後のすべりの範囲では，円線図，近似解および厳密解の結果はまったく一致している。

ただ，振動トルクの存在する範囲での，すべりについてだけ誤差がある。回転数の時間的な変化を示すグラフにおいて，近似化した計算では，速度の上昇中に速度の振動を生じないが，厳密解では，振動トルクが存在している期間中に周期的な速度の変動が生じる。

結局，この点と先に述べた時間的な相違が近似化したための誤差であり，始動時過渡トルクの誤差にもなっている。

電源周波数(40 Hz~90 Hz)および2次抵抗(回転子挿入抵抗が回転子巻線抵抗の2倍まで)を変化した場合の始動時過渡トルク，回転数および始動時間などの計算結果より，回転数と始動時間の関係を近似化した場合と近似化しない場合の特性計算の間には以下のことを明らかにすることができる。

(A) 厳密解と近似解がまったく一致する特性(この

特性の算定には，計算所要時間の少ない近似解を使用できる)

(i) 過渡振動トルクが発生している期間での過渡トルクの諸特性(振動トルクの大きさ，その周波数および消滅サイクル等)

(ii) 速度・トルク特性におけるすべての範囲での定常トルク・振動トルクの大きさ。

(iii) 始動時間と速度の関係における速度の変動を除く大体の傾向。

(B) 次の特性については比較的誤差が大きい。

(i) 始動時間(すべりが4%までの時間)；電圧が200 Vで，周波数変化において誤差はすべて20%以上であり，40 Hzのとき最高で29.4%まで達する。また，2次抵抗変化時には，はなはだしくすべて30%以上であり， $R_2/R_{20}=3.0$ のとき最高で36.9%にもなる。

(ii) 加速状態の相違；発生トルクが振動するから，当然回転数も振動しながら上昇するのであるが，近似解においては回転数は振動しないで上昇する。

それは近似解の場合，回転数と時間の関係を求める際のトルクとして，発生トルクの平均値を用いたための誤差である。それ故，始動時速度・トルク特性でのトルク振動部分における相違がある。

4.5 三相I・Mの始動時過渡特性の要約

第2章~第4章に静止状態の三相誘導電動機に正弦波の三相平衡電圧をステップ状に印加した場合の始動時過渡現象の解析およびその解析結果を論じた。そして，その各々の解析方法による特性の解析結果を比較・検討した。

その結果，三相I・Mの始動時過渡特性について以下の事項を明らかにすることができた。

(4.5.1) 電源周波数と始動時過渡特性

正弦波の電源電圧の大きさを一定とした場合，電源周波数と始動時過渡特性との間に，以下の様な特性を有することが明らかになった。

(1) 始動時間(すべりが4%までの時間)は電源周波数の4乗にほぼ比例して増大し，過渡振動トルクの消滅サイクル(消滅時間)もほぼ同じ傾向を示す。

(2) 過渡振動トルクは，時間的には指数関数的に減少するが，その最大値(振幅値)は電源周波数のほぼ2乗弱に逆比例し，定常最大トルクや定常始動トルクは電源周波数にほぼ逆比例する。

(3) 振動トルクの周波数はおのおの電源周波数よりも約6~8 Hz程度低い周波数であり，その電圧の大きさには無関係である。

(4) 過渡振動最大トルク（振幅値）と定常最大トルクの比は、電圧の大きさ一定で、40 Hz～90 Hzの範囲では1.08倍～1.2倍までの間にある。ただし、電圧が200 Vの時である。電源周波数に対して、その比はほぼ一定である。従って、定常最大トルクは電源周波数の1.5乗程度に逆比例する。

(5) 過渡最大トルク（正の過渡最大トルク）と定常最大トルクとの比は、電圧200 Vの時、40 Hzの時、最高1.89倍で順次少なくなり、90 Hzで1.48倍であった。

従って、電源周波数が多くなるにつれて、その比は少なくなる。

(4.5.2) 2次抵抗と始動時過渡特性

2次抵抗と始動時過渡特性の関係は、以下のようになることが明らかになった。

(1) 始動時間（すべりが4%までの時間）と過渡振動トルクの消滅サイクルは2次抵抗に対し、ほぼ同じ傾向を示し、いったん少なくなった後、また多くなる。これは試料機の定数によって多少異なる。

(2) 過渡振動トルクの最大値（振幅値）はわずかに大きくなった後、直線的に減少して行く。この特性は電圧が高いほど変化が顕著である。

(3) 過渡振動トルクの周波数は、ほとんど2次抵抗に対して一定であり、電圧にも影響を受けない。

(4) 過渡振動最大トルク（振幅値）と定常最大トルクとの比は、 R_2/R_{20} が1.5の附近で最大1.28となり、それ以上の抵抗の値に対し順次減少する。

(5) 過渡最大トルクと定常最大トルクとの比は、 R_2/R_{20} が2.18附近で最大となり、次第に減少する。

第5章 ひずみ波電源駆動時の三相誘導電動機の過渡現象

最近、R・C・Rインバータ等を用いて誘導電動機 の速度制御を行うようになってきている。電源として、S・C・Rインバータを用いて周波数の変化により、速度制御を行う際、その電源波形は正弦波ではなく、一般に高調波成分を含むひずみ波となる。ひずみ波電圧駆動時には正弦波電圧駆動時の解析では解明しえない新しい現象を生じる。

そこで、本章ではひずみ波の電源電圧をフーリエ級数に展開して表わし、重畳の理、瞬時対称座標法ならびにラプラス変換法などを用いて、ひずみ波電圧駆動による三相I・Mの始動時過渡現象を解析する方法を提案し、この方法によりその過渡特性の高調波電圧による影響を明らかにする。

5.1 ひずみ波電圧駆動による三相I・Mの始動時過

渡現象の解析方法

(5.1.1) 解析における基本仮定

高調波成分を含むひずみ波電源電圧で、三相I・Mをじか入れ始動する場合の過渡現象を解析するに先立ち、以下の仮定が成立するものとする。

(1) I・Mは電氣的に線形（磁気飽和なし）であり、正弦波電圧駆動時の一般的仮定が成立する。

(2) 線形であるため、重畳の理が電氣的過渡現象についても成立する。

(3) 電源電圧波形は時間的にはひずみ波であるが、空間的には正弦波状磁束分布を作る。すなわち、空間高調波を無視する。

(4) 抵抗やインダクタンスなどの回路定数は周波数によって変化しない。

(5.1.2) 電源電圧波形の瞬時対称座標法表示

電源電圧の波形として周期的な非正弦波が対称三相の相電圧に与えられたとする。このひずみ波の相電圧 e_a, e_b, e_c は高調波成分の合成されたものとし、フーリエ級数で表示すると一般に第(5.1)式の様な形式で表わされる。

ここで、電源および三相I・Mが三相对称であり、I・Mは星形結線で中性線がないので、3の倍数の高調波成分は線間電圧には現われても、相電圧には存在しないことは周知のことである。また、直流分や残留磁気は存在しないものとする。

$$\begin{pmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ a^{2(n+2)} \\ a^{(n+2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{E}_b \\ \dot{E}_c \end{pmatrix}_{(n)} \right\} e^{jn\omega t} + \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ a^{(n+2)} \\ a^{2(n+2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{E}_b \\ \dot{E}_c \end{pmatrix}_{(n)} \right\} e^{-jn\omega t} \dots\dots (5.1)$$

ただし $n=1, 5, 7, 11, 13, \dots\dots$

$a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ $E_{(n)}$ … n 次高調波の a 相電圧実効値(V)
 φ_n ; n 次高調波位相角(rad)

$$\begin{pmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{E}_b \\ \dot{E}_c \end{pmatrix}_{(n)} = \begin{pmatrix} E_{(n)} e^{j\varphi_n} \\ E_{(n)} e^{j(\varphi_n - \frac{2}{3}\pi)} \\ E_{(n)} e^{j(\varphi_n - \frac{4}{3}\pi)} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{E}_b \\ \dot{E}_c \end{pmatrix}_{(n)}^* = \begin{pmatrix} E_{(n)} e^{-j\varphi_n} \\ E_{(n)} e^{-j(\varphi_n - \frac{2}{3}\pi)} \\ E_{(n)} e^{-j(\varphi_n - \frac{4}{3}\pi)} \end{pmatrix}$$

第(5.1)式で表わされた e_a, e_b, e_c を変換行列 A を使用して、瞬時対称座標法で表示した電圧 e_{10}, e_{11}, e_{12} に変換する。即ち、その電圧 e_{10}, e_{11}, e_{12} は第(5.1)式の両辺に左から A^{-1} を掛けて得られ、第(5.2)式となる。

$$\begin{pmatrix} e_{10} \\ e_{11} \\ e_{12} \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{E}_{1(1)}\epsilon^{j\omega t} + \dot{E}_{1(5)}^*\epsilon^{-j5\omega t} + \dot{E}_{1(7)}\epsilon^{j7\omega t} + \dot{E}_{1(11)}^*\epsilon^{-j11\omega t} + \dots \\ \dot{E}_{1(1)}\epsilon^{-j\omega t} + \dot{E}_{1(5)}\epsilon^{j5\omega t} + \dot{E}_{1(7)}^*\epsilon^{-j7\omega t} + \dot{E}_{1(11)}\epsilon^{j11\omega t} + \dots \end{pmatrix} \quad \dots(5.2)$$

ただし,

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix}, \quad \dot{E}_{1(n)} = \sqrt{3} \dot{E}_{a(n)}$$

(5.1.3) 電圧・電流方程式

三相 I・M の電圧・電流方程式を瞬時対称座標法で

$$\begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{21}\epsilon^{j\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + P\left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right), & \frac{3}{2}MP \\ \frac{3}{2}M(P - j\omega'), & R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(P - j\omega') \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1^1 \\ i_2^1\epsilon^{j\theta} \end{pmatrix} \quad \dots(5.3)$$

ただし

- R_1, R_2 ; 1次, 2次の1相分巻線抵抗 (Ω)
- L_1, L_2 ; 1次, 2次の1相分主自己インダクタンス (H)
- l_1, l_2 ; 1次, 2次の1相分漏れインダクタンス (H)
- ω' ; 回転子の電氣的回転角速度 (red/sec)

e_{11}, i_1^1 ; 高調波の合成した1次正相分瞬時電圧 (V) および瞬時電流 (A)

$e_{21}\epsilon^{j\theta}, i_2^1\epsilon^{j\theta}$; 高調波の合成した2次正相分瞬時電圧 (V) および瞬時電流 (A)

P ; 微分演算子

$$[K] = \begin{pmatrix} 1, & & & \\ & 1, & & \\ & & \epsilon^{-j\theta}, & \\ & & & \epsilon^{j\theta} \end{pmatrix}$$

(5.1.4) トルク方程式

一般に2つの電源を持つ電磁系での磁気エネルギー W_m [J] は磁気飽和のない線形の場合には第(5.4)式で表わされる。

$$T = q \begin{pmatrix} i_1^a \\ i_1^b \\ i_1^c \end{pmatrix}^* \frac{dM}{d\theta} \begin{pmatrix} \cos\theta, & \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right), & \cos\left(\theta + \frac{4}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right), & \cos\theta, & \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{4}{3}\pi\right), & \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right), & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_2^a \\ i_2^b \\ i_2^c \end{pmatrix} \quad \dots(5.6)$$

ただし, $i_1^a, i_1^b, i_1^c, i_2^a, i_2^b, i_2^c$ は1次および2次の a, b, c 相瞬時電流 (A)

第(5.6)式において, q は極対数, 電流は瞬時値であり, 一般に高調波成分の合成されたもので極形式

$$T = \frac{3}{2} M q \sum_{n=1}^{\infty} \begin{pmatrix} i_1^0 \\ i_1^1 \\ i_1^2 \end{pmatrix}^* \frac{d}{d\theta} \begin{pmatrix} 0, \\ \epsilon^{j\theta}, \\ \epsilon^{-j\theta} \end{pmatrix} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{pmatrix} i_2^0 \\ i_2^1 \\ i_2^2 \end{pmatrix} \quad \dots(5.7)$$

ただし, $n, m = 1, 5, 7, 11, 13, \dots$

表示する。この方程式は第(3.1)式に述べた。第(3.1)式で, 逆相分は正相分の共役量であるから, 正相分だけの電圧・電流方程式を書けば第(5.3)式となる。第(5.3)式において, 電圧 $e_{11}, e_{21}\epsilon^{j\theta}$, および電流 $i_1^1, i_2^1\epsilon^{j\theta}$ は瞬時値であり, 高調波成分の合成されたものである。

$$W_m = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + L_{12} i_1 i_2 \quad \dots(5.4)$$

従って, トルク T [N・m] は第(5.5)式で表わされる。

$$T = \frac{dW_m}{d\theta_m} = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\theta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\theta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\theta_m} \quad \dots(5.5)$$

ただし,

- i_1, i_2 ; 1次, 2次巻線電流 (A)
- L_{11}, L_{22} ; 1次, 2次巻線の自己インダクタンス (H)
- L_{12} ; 1次, 2次間の相互インダクタンス (H)
- θ_m ; 巻線軸の角変位 (機械的角変位)
- θ ; 巻線軸の角変位 (電氣的角変位)

さて, 三相 I・M においては, エア・ギャップが一樣であるため, L_{11} および L_{22} は θ_m に関して変化しない。

また, 第(5.5)式の1次, 2次の電流 i_1, i_2 を三相 I・M の固定子側および回転子側の三相電流を表わす行列で表わし, 三相 I・M における1次と2次間の相互インダクタンスを L_{12} に代入し, $q\theta_m = \theta$ なる関係より, 三相 I・M の発生トルク第(5.6)式をうる。

で表わす。このことを考慮し, 電流を行列 A を使用して瞬時対称分で表わした場合の発生トルクは第(5.7)式となる。

第(5.7)式の n, m に 1, 5, 7, 11, ……を代入し、整理すると、瞬時対称座標法による各高調波の瞬時電流で表示したひずみ波電圧駆動時の発生トルク第(5.8)式をうる。

第(5.8)式は、電圧に基本波、第5次および第7次高調波成分まで含まれる場合の発生トルクである。

$$T = j \frac{3}{2} M \omega_r \left[\{i_{1(1)}^2 i_{2(1)}^1 \varepsilon^{j\theta} - i_{1(1)}^1 i_{2(1)}^2 \varepsilon^{-j\theta}\} + \{i_{1(1)}^2 i_{2(5)}^1 \varepsilon^{j\theta} - i_{1(1)}^1 i_{2(5)}^2 \varepsilon^{-j\theta}\} \right. \\ + \{i_{1(5)}^2 i_{2(1)}^1 \varepsilon^{j\theta} - i_{1(5)}^1 i_{2(1)}^2 \varepsilon^{-j\theta}\} + \{i_{1(5)}^2 i_{2(5)}^1 \varepsilon^{j\theta} - i_{1(5)}^1 i_{2(5)}^2 \varepsilon^{-j\theta}\} \\ + \{i_{1(1)}^2 i_{2(7)}^1 \varepsilon^{j\theta} - i_{1(1)}^1 i_{2(7)}^2 \varepsilon^{-j\theta}\} + \{i_{1(5)}^2 i_{2(7)}^1 \varepsilon^{j\theta} - i_{1(5)}^1 i_{2(7)}^2 \varepsilon^{-j\theta}\} \\ + \{i_{1(7)}^2 i_{2(1)}^1 \varepsilon^{j\theta} - i_{1(7)}^1 i_{2(1)}^2 \varepsilon^{-j\theta}\} + \{i_{1(7)}^2 i_{2(5)}^1 \varepsilon^{j\theta} - i_{1(7)}^1 i_{2(5)}^2 \varepsilon^{-j\theta}\} \\ \left. + \{i_{1(7)}^2 i_{2(7)}^1 \varepsilon^{j\theta} - i_{1(7)}^1 i_{2(7)}^2 \varepsilon^{-j\theta}\} \right] \quad \dots\dots(5.8)$$

(5.1.5) 回転機の運動方程式

回転機の運動方程式は第2章(2.1.4)に述べたが、もう一度書くとして次式である。

$$T = JP\omega_r + D_r\omega_r \quad \dots\dots(2.20)$$

(5.1.6) 瞬時対称座標法表示によるひずみ波電圧駆動時の過渡電流

電圧・電流方程式の第(5.3)式においては、電圧

$$\begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{21}\varepsilon^{j\theta} \end{pmatrix}_{(n)} = \begin{pmatrix} R_1 + P\left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right), & \frac{3}{2}MP \\ \frac{3}{2}M(P - j\omega'), & R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(P - j\omega') \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1^1 \\ i_2^1 \varepsilon^{j\theta} \end{pmatrix}_{(n)} \quad \dots\dots(5.9)$$

第(5.2)式で与えられた各高調波成分の電圧を第(5.9)式に代入して、ステップ状に各々の高調波電圧を印加した時の過渡電流をラプラス変換法を用いて計算する。

この計算において、電気的回転角速度 ω' の変化は電気的な過渡現象に対して、非常に緩慢であるため、 ω' は一定であるとする。第(5.2)式からわかるように $e_{11(n)}, e_{21(n)}$ は (i) $n=1, 7, 13, \dots\dots$ に対する形式、および (ii) $n=5, 11, 17, \dots\dots$ に対する形式との2種類に分割でき、その各々はそれぞれ統

$$\begin{pmatrix} i_1^1 \\ i_2^1 \varepsilon^{j\theta} \end{pmatrix}_{(n)} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(P - j\omega'), & -\frac{3}{2}MP \\ -\frac{3}{2}M(P - j\omega'), & R_1 + \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\dot{E}_{1(n)}}{\sqrt{2}} \varepsilon^{jn\omega t} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots\dots(5.10)$$

ただし、 $n=1, 7, 13, \dots\dots$

$$D = \left\{ R_1 + P\left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right) \right\} \left\{ R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(P - j\omega') \right\} - \frac{9}{4} M^2 P(P - j\omega')$$

この計算はステップ状に n 次高調波電圧を投入した場合の第 n 次高調波の過渡電流を与えるが、スイッチ投入前は電流も電圧も存在しないとして計算を要する。

$$K\{S^2 L[i] - (\lambda_1 + \lambda_2)S[i] + \lambda_1 \lambda_2 L[i]\} = \begin{pmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(S - j\omega') \\ -\frac{3}{2}M(S - j\omega') \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\dot{E}_{1(n)}}{\sqrt{2}} \\ (S - jn\omega) \end{pmatrix} \quad \dots\dots(5.11)$$

従って

任意の高調波が電圧に含まれる場合には、第(5.7)式の n, m にその高調波の次数を代入してトルクを求めればよい。

また、第(5.8)式は見かけ上は複素数で表わされているが、各電流の値を代入して計算すれば、当然、その値は実数となる。

も電流も高調波成分の合成されたものとして表わされた。

電気的に線形であるとの仮定に基づき、この方程式を各高調波に分割した電圧・電流方程式で書きかえると第(5.9)式となる。ただし、 n は 1, 5, 7, 11, ……である。

一的に扱うことができる。

また、2次入力がないとすれば $e_{21(n)}\varepsilon^{j\theta}$ は (i) と (ii) の場合共に零である。

そこで、過渡電流は以下の如く分割して計算される。

(i) 第1, 7, 13, ……次高調波電圧に対応する過渡電流

上記高調波電圧に対応する過渡電流は第(5.2)式とその次数に対応する電圧を第(5.9)式の電圧に代入した第 n 次高調波成分についての電圧・電流方程式を変形した第(5.10)式を計算して得られる。

この条件を考慮して、第(5.10)式をラプラス変換すると第(5.11)式となる。ここで電流を行列 $[i]$ で表わし、 S はラプラス変換の S である。

$$L[i] = \frac{\begin{pmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(S - j\omega') \\ -\frac{3}{2}M(S - j\omega') \end{pmatrix} \frac{\dot{E}_{1(n)}}{\sqrt{2}}}{K(S - \lambda_1)(S - \lambda_2)(S - jn\omega)} \dots (5 \cdot 12)$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} i_1^1(t) \\ i_2^1(t)\varepsilon^{j\theta} \end{pmatrix}_{(n)} &= \frac{1}{K(\lambda_1 - jn\omega)(\lambda_2 - jn\omega)} \begin{pmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)j(n\omega - \omega') \\ -j(n\omega - \omega')\frac{3}{2}M \end{pmatrix} \frac{\dot{E}_{1(n)}}{\sqrt{2}} \varepsilon^{jn\omega t} \\ &+ \frac{1}{K(\lambda_1 - \lambda_2)} \left\{ \begin{pmatrix} R_2 + (\lambda_1 - j\omega')\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right) \\ -(\lambda_1 - j\omega')\frac{3}{2}M \end{pmatrix} \frac{\dot{E}_{1(n)}}{\sqrt{2}(\lambda_1 - jn\omega)} \varepsilon^{\lambda_1 t} \right. \\ &\left. - \begin{pmatrix} R_2 + (\lambda_2 - j\omega')\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right) \\ -(\lambda_2 - j\omega')\frac{3}{2}M \end{pmatrix} \frac{\dot{E}_{1(n)}}{\sqrt{2}(\lambda_2 - jn\omega)} \varepsilon^{\lambda_2 t} \right\} \dots (5 \cdot 13) \end{aligned}$$

ただし、ここで用いた記号は第3章(3.1.2)で用いたものと同じであるが再び書くと次のようになる。

$$A = K(P - \lambda_1)(P - \lambda_2)$$

$$K = \sigma \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right) \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)$$

$$\sigma = 1 - \frac{\frac{9}{4}M^2}{\left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right) \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)}$$

$$x_1 = \frac{R_1}{l_1 + \frac{3}{2}L_1} \quad x_2 = \frac{R_2}{l_2 + \frac{3}{2}L_2}$$

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + ((1 - \sigma)x_1 x_2)}}{\sigma}$$

$$\lambda_1 = \alpha_1 + j\beta_1 \quad \lambda_2 = \alpha_2 + j\beta_2$$

$$\alpha_1 \Big\} = -\frac{x_1 + x_2}{2\sigma}$$

$$\beta_1 \Big\} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2)^2 + \frac{4\omega'^2(x_2 - x_1)^2}{\sigma^2}} - (\omega_0^2 - \omega'^2) \right]}}{2}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} i_1^2(t) \\ i_2^2(t)\varepsilon^{j\theta} \end{pmatrix}_{(n)} &= \frac{1}{K(\lambda_1 + jn\omega)(\lambda_2 + jn\omega)} \begin{pmatrix} R_2 - j(n\omega + \omega')\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right) \\ \frac{3}{2}Mj(n\omega + \omega') \end{pmatrix} \frac{\dot{E}_{1(n)}^*}{\sqrt{2}} \varepsilon^{-jn\omega t} \\ &+ \frac{1}{K(\lambda_1 - \lambda_2)} \left\{ \begin{pmatrix} R_2 + (\lambda_1 - j\omega')\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right) \\ -\frac{3}{2}M(\lambda_1 - j\omega') \end{pmatrix} \frac{\dot{E}_{1(n)}^*}{\sqrt{2}(\lambda_1 + jn\omega)} \varepsilon^{\lambda_1 t} \right. \\ &\left. - \begin{pmatrix} R_2 + (\lambda_2 - j\omega')\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right) \\ -(\lambda_2 - j\omega')\frac{3}{2}M \end{pmatrix} \frac{\dot{E}_{1(n)}^*}{\sqrt{2}(\lambda_2 + jn\omega)} \varepsilon^{\lambda_2 t} \right\} \dots (5 \cdot 15) \end{aligned}$$

ここで用いた記号 λ_1, λ_2 などは(i)の場合と同じ定義による。

第(5.14)式は $n=5, 11, 17, \dots$ の場合にも成立し、これらの n に対する逆相分過渡電流は第(5.15)式と第(5.15)式から求められる。

第(5.12)式をラプラス逆変換すれば、過渡電流 $[i]$ が求められる。

結局、第1, 7, 13, \dots 次高調波過渡電流の1次および2次の正相分は第(5.13)式となる。

$$\beta_1 \Big\} = \frac{\omega'}{2}$$

$$\beta_2 \Big\} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2)^2 + \frac{4\omega'^2(x_2 - x_1)^2}{\sigma^2}} - (\omega_0^2 - \omega'^2) \right]}}{2}$$

また、1次、2次の逆相分過渡電流は、正相分の共役量であるから、第(5.14)式で与えられる。

$$\begin{pmatrix} i_1^2(t) \\ i_2^2(t)\varepsilon^{-j\theta} \end{pmatrix}_{(n)} = \begin{pmatrix} i_1^1(t) \\ i_2^1(t)\varepsilon^{j\theta} \end{pmatrix}_{(n)}^* \dots (5 \cdot 14)$$

(ii) 第5, 11, 17, \dots 次高調波電圧に対応する過渡電流

これらの次数の高調波電圧に対応する過渡電流は第(5.2)式と第(5.9)式とを用いて計算される。

(i)と同様にラプラス変換法を用いて、ステップ状に電圧を印加したときの過渡電流を計算する。

第5, 11, 17, \dots 次高調波電流の1次および2次の正相分、第(5.15)式で表わされる。ただし、 n は5, 11, 17, \dots である。

5.2 解析結果

(5.2.1) ひずみ波電圧による駆動の三相 I・M の始動時過渡電流

前節(5.1.6)において、ラプラス変換法を適用し、瞬時対称座標法で表示した過渡電流を個々の高調波成

分について、それぞれ分割して求めた。

そこで、求めた対称分電流を a, b, c 相分の電流に変換するために変換行列 A を使用した第 (5・16) 式の関係を用いる。

$$\begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} i_0 \\ i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots (5 \cdot 16)$$

第 (5・13) 式～第 (5・16) 式を用いて、1次 a 相過

$$\begin{aligned} i_{1a} = & \frac{\sqrt{2} E_{(1)}}{K} \left\{ \frac{C_1 \cos \omega t - D_1 \sin \omega t}{(\alpha_1^2 + \omega - \beta_1^2)(\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2)} + \frac{(C_2 \cos \beta_1 t - D_2 \sin \beta_1 t) \varepsilon^{\alpha_1 t}}{(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(\alpha_1^2 + \omega - \beta_1^2)} \right. \\ & + \left. \frac{(C_3 \cos \beta_1 t - D_3 \sin \beta_1 t) \varepsilon^{\alpha_2 t}}{(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2)} \right\} + \frac{\sqrt{2} E_{(5)}}{K} \left\{ \frac{C_4 \cos 5\omega t - D_4 \sin 5\omega t}{(\alpha_1^2 + 5\omega + \beta_1^2)(\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2)} \right. \\ & + \frac{(C_5 \cos \beta_1 t - D_5 \sin \beta_1 t) \varepsilon^{\alpha_1 t}}{(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(\alpha_1^2 + 5\omega + \beta_1^2)} + \frac{(C_6 \cos \beta_2 t - D_6 \sin \beta_2 t) \varepsilon^{\alpha_2 t}}{(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2)} \left. \right\} \\ & + \frac{\sqrt{2} E_{(7)}}{K} \left\{ \frac{C_7 \cos 7\omega t - D_7 \sin 7\omega t}{(\alpha_1^2 + 7\omega - \beta_1^2)(\alpha_2^2 + 7\omega - \beta_2^2)} + \frac{(C_8 \cos \beta_1 t - D_8 \sin \beta_1 t) \varepsilon^{\alpha_1 t}}{(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(\alpha_1^2 + 7\omega - \beta_1^2)} \right. \\ & \left. + \frac{(C_9 \cos \beta_2 t - D_9 \sin \beta_2 t) \varepsilon^{\alpha_2 t}}{(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(\alpha_2^2 + 7\omega - \beta_2^2)} \right\} \quad \dots\dots (5 \cdot 17) \end{aligned}$$

ただし、

$$C_1 = R_2(\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1 \omega - \beta_2) - \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\omega - \omega') (\alpha_2 \omega - \beta_1 + \alpha_1 \omega - \beta_2)$$

$$D_1 = R_2(\alpha_2 \omega - \beta_1 + \alpha_1 \omega - \beta_2) + \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\omega - \omega') (\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1 \omega - \beta_2)$$

$$C_2 = \left(R_2 + \alpha_1 l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 + \beta_1 - \beta_2 \omega - \beta_1) + (\omega' - \beta_1) \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\alpha_1 - \alpha_2 \omega - \beta_1 - \alpha_1 \beta_1 - \beta_2)$$

$$D_2 = \left(R_2 + \alpha_1 l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\alpha_1 - \alpha_2 \omega - \beta_1 - \alpha_1 \beta_1 - \beta_2) - (\omega' - \beta_1) \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 + \omega - \beta_1 - \alpha_1 - \beta_2)$$

$C_3, D_3; C_2, D_2$ で α_1 と α_2, β_1 と β_2 をそれぞれ互いに入れ換えた値。

$C_4 \sim C_6, D_4 \sim D_6; C_1 \sim C_3, D_1 \sim D_3$ で $\omega - \beta_1$ を $-(5\omega + \beta_1)$ に、 $\omega - \beta_2$ を $-(5\omega + \beta_2)$ に、そして、 $\omega - \omega'$ を $-(5\omega + \omega')$ に入れ換えた値。

$C_7 \sim C_9, D_7 \sim D_9; C_1 \sim C_3, D_1 \sim D_3$ で ω を 7ω に換えた値。

(5.2.2) ひずみ波電圧による駆動の三相 I・M の始動時過渡トルク

三相 I・M を高調波成分を含むひずみ波電圧で駆動する場合の始動時過渡トルクは第 (5・8) 式を用いて得られる。

第 (5・8) 式は対称分で表わされた各高調波成分の過渡電流から成っているのので、(5.1.6) で求めた第 (5・13) 式～第 (5・15) 式を第 (5・8) 式に代入して計算すればよい。

この計算を行なうのに、第 3 章で論じた方法と同様に、第 n 次高調波電流の各対称分を第 (5・18) 式および第 (5・19) 式の如く書く。

$$i_{1(n)}^i(t) = \frac{\dot{E}_{1(n)}}{\sqrt{2} K} (\dot{A}_n + \dot{B}_n + \dot{C}_n) = \{i_{1(n)}^2(t)\}^* \quad \dots\dots (5 \cdot 18)$$

渡電流の第 7 次高調波成分まで書くと第 (5・17) 式となる。ここで、電源投入を a 相電圧が最高時に行なったとし、高調波電圧の位相角 φ_n を零とおいた。

しかし、 φ_n が零でない場合にも第 (5・13) 式～第 (5・16) 式を用いれば過渡電流はただちに求められる。

数値計算を行なう場合には、この式が時間と回転数の関数になっているから、運動方程式を用いて、その関係を代入しなければならない。

$$\begin{aligned} i_{2(n)}^i(t) \varepsilon^{j\theta} &= \frac{\dot{E}_{1(n)}}{\sqrt{2} K} \{\dot{a}_n + \dot{b}_n + \dot{c}_n\} \\ &= \{i_{2(n)}^2(t) \varepsilon^{-j\theta}\}^* \quad \dots\dots (5 \cdot 19) \end{aligned}$$

ただし、 $n=1, 5, 7, 11, 13, \dots\dots$ であるが、 $n=5, 11, 17, \dots\dots$ では $\dot{E}_{1(n)}$ を $\dot{E}_{1(n)}^*$ とおく。

第 (5・18) 式および第 (5・19) 式の如く、各高調波対称分電流を $A_n, \dots\dots, a_n, \dots\dots$ などのように、各々三つに分割し、 $n=1, 5, 7, 11, \dots\dots$ とし、それぞれ第 (5・8) 式に代入し細く分けて計算を行なった。

基本波成分だけの過渡トルクについては第 3 章に述べた。

過渡電流の計算で行ったと同様に、ここでも、スイッチ投入時を a 相電圧が最大の時であるとし、 φ_n を零とした。しかし、トルクはこの条件以外でもまったく同様の結果をうる。

また、過渡トルクの数値計算はこのトルクが時間と回転数の関数であるため、運動方程式からその関係を得て行なわなければならない。

第 (5・20) 式は、電源電圧が正弦波の場合 (すなわち、基本波成分のみ) の始動時過渡トルク T_d [N・m] を表わしている。第 3 章では電氣的回転角速度 ω^h の

代りにすべり s を用いている。

第(5・21)式は、ひずみ波電圧の第5次高調波成分までを考慮した場合の始動時過渡トルク T_B [N・m] の計算式である。

第(5・22)式は第7次高調波成分まで考慮した場合の始動時過渡トルク T_C [N・m] を示している。

第7次高調波以上の成分を考慮する場合の過渡トルクは、これまでの計算手順とまったく同様な方法で求めることができる。

この結果、第(5・21)式からは定常時に電源基本波周波数の6倍で、また、第(5・22)式からは6倍および12倍の周波数でトルクが振動することがわかる。この定常時トルクとは、第(5・20)式や第(5・21)式などにおいて、指数関数がかかっている頃のことである。

$$T_A = u_1 [\Gamma_1 + \{\Gamma_2 \varepsilon^{2\alpha_1 t} + \Gamma_3 \varepsilon^{2\alpha_2 t}\} - \{A_1 \cos(\omega - \beta_1)t + B_1 \sin(\omega - \beta_1)t\} \varepsilon^{\alpha_1 t} - \{A_2 \cos(\beta_1 - \beta_2)t + B_2 \sin(\beta_1 - \beta_2)t\} \varepsilon^{(\alpha_1 + \alpha_2)t} - \{A_3 \cos(\omega - \beta_2)t + B_3 \sin(\omega - \beta_2)t\} \varepsilon^{\alpha_2 t}] \quad \dots\dots(5 \cdot 20)$$

$$T_B = T_A - u_2 [\Gamma_4 \{A_4 \cos 6\omega t - B_4 \sin 6\omega t\} - \{\Gamma_5 \varepsilon^{2\alpha_1 t} + \Gamma_6 \varepsilon^{2\alpha_2 t}\} - \{(\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2)(A_5 \cos \overline{\omega - \beta_1 t} + B_5 \sin \overline{\omega - \beta_1 t}) - (\alpha_2^2 + \overline{\omega - \beta_2^2})(A_6 \cos \overline{5\omega + \beta_1 t} + B_6 \sin \overline{5\omega + \beta_1 t})\} \varepsilon^{\alpha_1 t} + \{(\alpha_2^2 + \overline{\omega - \beta_2^2})(\alpha_1^2 + 5\omega + \beta_1^2)(A_7 \cos \overline{\beta_1 - \beta_2 t} + B_7 \sin \overline{\beta_1 - \beta_2 t}) + (\alpha_1^2 + \overline{\omega - \beta_1^2})(\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2)(A_8 \cos \overline{\beta_1 - \beta_2 t} + B_8 \sin \overline{\beta_1 - \beta_2 t})\} \varepsilon^{(\alpha_1 + \alpha_2)t} + \{(\alpha_1^2 + 5\omega + \beta_1^2)(A_9 \cos \overline{\omega - \beta_2 t} + B_9 \sin \overline{\omega - \beta_2 t}) - (\alpha_1^2 + \overline{\omega - \beta_1^2})(A_{10} \cos \overline{5\omega + \beta_2 t} + B_{10} \sin \overline{5\omega + \beta_2 t})\} \varepsilon^{\alpha_2 t} - u_3 [\Gamma_7 - \{\Gamma_8 \varepsilon^{2\alpha_1 t} + \Gamma_9 \varepsilon^{2\alpha_2 t}\} - \{A_{11} \cos \overline{5\omega + \beta_1 t} + B_{11} \sin \overline{5\omega + \beta_1 t}\} \varepsilon^{\alpha_1 t} + \{A_{12} \cos \overline{\beta_1 - \beta_2 t} + B_{12} \sin \overline{\beta_1 - \beta_2 t}\} \varepsilon^{(\alpha_1 + \alpha_2)t} - \{A_{13} \cos \overline{5\omega + \beta_2 t} + B_{13} \sin \overline{5\omega + \beta_2 t}\} \varepsilon^{\alpha_2 t}] \quad \dots(5 \cdot 21)$$

$$T_C = T_B + u_4 [\Gamma_{10} \{A_{14} \cos 6\omega t - B_{14} \sin 6\omega t\} + \Gamma_{11} \varepsilon^{2\alpha_1 t} + \Gamma_{12} \varepsilon^{2\alpha_2 t} - \{(\alpha_2^2 + 7\omega - \beta_2^2)(A_{15} \cos \overline{\omega - \beta_1 t} + B_{15} \sin \overline{\omega - \beta_1 t}) + (\alpha_2^2 + \overline{\omega - \beta_2^2})(A_{16} \cos \overline{7\omega - \beta_1 t} + B_{16} \sin \overline{7\omega - \beta_1 t})\} \varepsilon^{\alpha_1 t} - \{(\alpha_1^2 + 7\omega + \beta_1^2)(\alpha_2^2 + \overline{\omega - \beta_2^2})(A_{17} \cos \overline{\beta_1 - \beta_2 t} + B_{17} \sin \overline{\beta_1 - \beta_2 t}) + (\alpha_1^2 + \overline{\omega - \beta_1^2})(\alpha_2^2 + 7\omega - \beta_2^2)(A_{18} \cos \overline{\beta_1 - \beta_2 t} + B_{18} \sin \overline{\beta_1 - \beta_2 t})\} \varepsilon^{(\alpha_1 + \alpha_2)t} - \{(\alpha_1^2 + 7\omega - \beta_1^2)(A_{19} \cos \overline{\omega - \beta_2 t} + B_{19} \sin \overline{\omega - \beta_2 t}) + (\alpha_1^2 + \overline{\omega - \beta_1^2})(A_{20} \cos \overline{7\omega - \beta_2 t} + B_{20} \sin \overline{7\omega - \beta_2 t})\} \varepsilon^{\alpha_2 t}] + u_5 [\Gamma_{12} \{A_{21} \cos 12\omega t - B_{21} \sin 12\omega t\} + \Gamma_{14} \varepsilon^{2\alpha_1 t} + \Gamma_{15} \varepsilon^{2\alpha_2 t} - \{(\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2)(A_{22} \cos \overline{7\omega - \beta_1 t} + B_{22} \sin \overline{7\omega - \beta_1 t}) - (\alpha_2^2 + 7\omega - \beta_2^2)(A_{23} \cos \overline{5\omega + \beta_1 t} + B_{23} \sin \overline{5\omega + \beta_1 t})\} \varepsilon^{\alpha_1 t} - \{(\alpha_1^2 + 5\omega + \beta_1^2)(\alpha_2^2 + 7\omega - \beta_2^2)(A_{24} \cos \overline{\beta_1 - \beta_2 t} + B_{24} \sin \overline{\beta_1 - \beta_2 t}) + (\alpha_1^2 + 7\omega - \beta_1^2)(\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2)(A_{25} \cos \overline{\beta_1 - \beta_2 t} + B_{25} \sin \overline{\beta_1 - \beta_2 t})\} \varepsilon^{(\alpha_1 + \alpha_2)t} - \{(\alpha_1^2 + 5\omega + \beta_1^2)(A_{26} \cos \overline{7\omega - \beta_2 t} + B_{26} \sin \overline{7\omega - \beta_2 t}) - (\alpha_1^2 + 7\omega - \beta_1^2)(A_{27} \cos \overline{5\omega + \beta_2 t} + B_{27} \sin \overline{5\omega + \beta_2 t})\} \varepsilon^{\alpha_2 t} + u_6 [\Gamma_{16} + \Gamma_{17} \varepsilon^{2\alpha_1 t} + \Gamma_{18} \varepsilon^{2\alpha_2 t} - \{A_{28} \cos \overline{7\omega - \beta_1 t} + B_{28} \sin \overline{7\omega - \beta_1 t}\} \varepsilon^{\alpha_1 t} - \{A_{29} \cos \overline{\beta_1 - \beta_2 t} + B_{29} \sin \overline{\beta_1 - \beta_2 t}\} \varepsilon^{(\alpha_1 + \alpha_2)t} - \{A_{30} \cos \overline{7\omega - \beta_2 t} + B_{30} \sin \overline{7\omega - \beta_2 t}\} \varepsilon^{\alpha_2 t}] \quad \dots\dots(5 \cdot 22)$$

ただし

$$u_1 = \frac{\frac{9}{4} M^2 q R_2 (E_{1(1)})^2}{K^2 (\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2) (\alpha_1^2 + \overline{\omega - \beta_1^2}) (\alpha_2^2 + \overline{\omega - \beta_2^2})}$$

$$u_2 = \frac{\frac{9}{4} M^2 q R_2 E_{1(1)} E_{1(5)}}{K^2 (\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2) (\alpha_1^2 + \overline{\omega - \beta_1^2}) (\alpha_2^2 + \overline{\omega - \beta_2^2}) (\alpha_1^2 + 5\omega + \beta_1^2) (\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2)}$$

$$u_4 = \frac{9}{4} \frac{M^2 q R_2 E_{1(s)} E_{1(r)}}{K^2 (\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2) (\alpha_1^2 + \omega - \beta_1^2) (\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2) (\alpha_1^2 + 7\omega - \beta_1^2) (\alpha_2^2 + 7\omega - \beta_2^2)}$$

$$u_5 = \frac{9}{4} \frac{M^2 q R_2 E_{1(s)} E_{1(r)}}{K^2 (\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2) (\alpha_1^2 + 5\omega + \beta_1^2) (\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2) (\alpha_1^2 + 7\omega - \beta_1^2) (\alpha_2^2 + 7\omega - \beta_2^2)}$$

u_3, u_6 ; u_1 において, $E_{1(r)}$ の代りに $E_{1(s)}$ および $E_{1(r)}$, $\omega - \beta_1$ の代りに $5\omega + \beta_1$ および $7\omega - \beta_1$, かつ $\omega - \beta_2$ の代りに $5\omega + \beta_2$ および $7\omega - \beta_2$ を代入した値にそれぞれ等しい。

$$\Gamma_1 = (\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2) (\omega - \omega')$$

$$\Gamma_2 = (\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2) (\beta_1 - \omega')$$

$$\Gamma_4 = 2(2\omega + \omega') (\alpha_1 - \alpha_2 + \beta_1 - \beta_2^2)$$

$$\Gamma_5 = 2(\beta_1 - \omega') (\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2) (\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2) (\alpha_1^2 - \omega - \beta_1) (5\omega + \beta_1)$$

$$\Gamma_7 = (\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2) (5\omega + \omega')$$

$$\Gamma_8 = (\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2) (\beta_1 - \omega')$$

$$\Gamma_{10} = 2(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2) (4\omega - \omega')$$

$$\Gamma_{11} = 2(\beta_1 - \omega') (\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2) (\alpha_2^2 + 7\omega - \beta_2^2) (\alpha_1^2 + 7\omega - \beta_1) (\omega - \beta_1)$$

$$\Gamma_{13} = 2(\omega - \omega') (\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)$$

$$\Gamma_{14} = 2(\beta_1 - \omega') (\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2) (\alpha_2^2 + 7\omega - \beta_2^2) (\alpha_1^2 - 5\omega + \beta_1) (7\omega - \beta_1)$$

$$\Gamma_{16} = (\alpha_1 - \alpha_2 + \beta_1 - \beta_2^2) (7\omega - \omega')$$

$$\Gamma_{17} = (\beta_1 - \omega') (\alpha_2^2 + 7\omega - \beta_2^2)$$

$\Gamma_3, \Gamma_6, \Gamma_9, \Gamma_{12}, \Gamma_{15}, \Gamma_{18}$; $\Gamma_2, \Gamma_5, \Gamma_8, \Gamma_{11}$, をお互いに入れ換えた値に等しい。

Γ_{14}, Γ_{17} において, それぞれ, α_1 と α_2, β_1 と β_2

$$A_1 = (\alpha_1 - \alpha_2) (\alpha_1 \omega - \beta_2 - \alpha_2 \omega + \beta_1 - 2\omega') + (\beta_1 - \beta_2) (\alpha_1 \alpha_2 + \omega - \beta_2) (\beta_1 + \omega - 2\omega')$$

$$B_1 = (\alpha_1 - \alpha_2) (\alpha_1 \alpha_2 + \omega - \beta_2) (\beta_1 + \omega - 2\omega') + (\beta_1 - \beta_2) (\alpha_2 \beta_1 + \omega - 2\omega' - \alpha_1 \omega - \beta_2)$$

$$A_2 = (\alpha_1 - \alpha_2) (\alpha_2 \omega - \beta_1 - \alpha_1 \omega - \beta_2) + (\beta_1 + \beta_2 - 2\omega') (\alpha_1 \alpha_2 + \omega - \beta_1) (\omega - \beta_2)$$

$$B_2 = (\alpha_1 - \alpha_2) (\alpha_1 \alpha_2 + \omega - \beta_1) (\omega - \beta_2) + (\beta_1 + \beta_2 - 2\omega') (\alpha_1 \omega - \beta_2 - \alpha_2 \omega - \beta_1)$$

$$A_4 = (\alpha_1 \alpha_2 - 5\omega + \beta_1) (5\omega + \beta_2) (\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1) (\omega - \beta_2) - (\alpha_1 5\omega + \beta_2 + \alpha_2 5\omega + \beta_1) (\alpha_2 \omega - \beta_1 + \alpha_1 \omega - \beta_2)$$

$$B_4 = (\alpha_1 5\omega + \beta_2 + \alpha_2 5\omega + \beta_1) (\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1) (\omega - \beta_2) + (\alpha_2 \omega - \beta_1 + \alpha_1 \omega - \beta_2) (\alpha_1 \alpha_2 - 5\omega + \beta_1) (5\omega + \beta_2)$$

$$A_5 = \alpha_1 \{ (\alpha_1 \beta_1 - \beta_2 + 2\omega' - \omega - \beta_1) (\alpha_1 - \alpha_2) (\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1) (\omega - \beta_2) + (\alpha_1 \omega - \beta_2 + \alpha_2 \omega - \beta_1) (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 - 2\omega' - \omega - \beta_1) (\beta_1 - \beta_2) \} + (5\omega + \beta_1) \{ (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 - 2\omega' - \omega - \beta_1) (\beta_1 - \beta_2) (\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1) (\omega - \beta_2) - (\alpha_1 \beta_1 - \beta_2 + 2\omega' - \omega - \beta_1) (\alpha_1 - \alpha_2) (\alpha_1 \omega - \beta_2 + \alpha_2 \omega - \beta_1) \}$$

$$B_5 = \alpha_1 \{ (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 - 2\omega' - \omega - \beta_1) (\beta_1 - \beta_2) (\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1) (\omega - \beta_2) - (\alpha_1 \beta_1 - \beta_2 + \alpha_1 - \alpha_2) (2\omega' - \omega - \beta_1) \times (\alpha_1 \omega - \beta_2 + \alpha_2 \omega - \beta_1) \} - (5\omega + \beta_1) \{ (\alpha_1 \beta_1 - \beta_2 + 2\omega' - \omega - \beta_1) (\alpha_1 - \alpha_2) (\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1) (\omega - \beta_2) + (\alpha_1 \omega - \beta_2 + \omega - \beta_1) (\alpha_2) (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 - 2\omega' - \omega - \beta_1) (\beta_1 - \beta_2) \}$$

$$A_6 = \alpha_1 \{ (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 - 2\omega' + 5\omega - \beta_1) (\beta_1 - \beta_2) (\alpha_2 \omega - \beta_1 + \alpha_1 5\omega + \beta_2) - (\alpha_1 - \alpha_2) (2\omega' + 5\omega - \beta_1 + \alpha_1 \beta_1 - \beta_2) \times (\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1) (5\omega + \beta_2) \} + (5\omega + \beta_1) \{ (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 - 2\omega' + 5\omega - \beta_1) (\beta_1 - \beta_2) (\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1) (5\omega + \beta_2) + (\alpha_1 - \alpha_2) (2\omega' + 5\omega - \beta_1 + \alpha_1 \beta_1 - \beta_2) (\alpha_2 \omega - \beta_1 + \alpha_1 5\omega + \beta_2) \}$$

$$B_6 = \alpha_1 \{ (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 - \beta_1 - \beta_2) (2\omega' + 5\omega - \beta_1) (\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1) (5\omega + \beta_2) + (\alpha_1 - \alpha_2) (2\omega' + 5\omega - \beta_1 + \alpha_1 \beta_1 - \beta_2) \times (\alpha_2 \omega - \beta_1 + \alpha_1 5\omega + \beta_2) \} - (5\omega + \beta_1) \{ (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 - 2\omega' + 5\omega - \beta_1) (\beta_1 - \beta_2) (\alpha_2 \omega - \beta_1 + \alpha_1 5\omega + \beta_2) - (2\omega' + 5\omega - \beta_1) (\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_1 \beta_1 - \beta_2) (\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1) (5\omega + \beta_2) \}$$

$$A_7 = (\alpha_1 - \alpha_2) (\alpha_2 \omega - \beta_1 + \alpha_1 5\omega + \beta_2) - (2\omega' - \beta_1 - \beta_2) (\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1) (5\omega + \beta_2)$$

$$B_7 = (\alpha_1 - \alpha_2) (\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1) (5\omega + \beta_2) + (2\omega' - \beta_1 - \beta_2) (\alpha_2 \omega - \beta_1 + \alpha_1 5\omega + \beta_2)$$

$A_3, A_3, A_3 \sim A_{10}, B_3 \sim B_{10}$; A_1, B_1, A_7, A_5, A_6 , えた値に等しい。

B_1, B_5, B_6 の α_1 と α_2, β_1 と β_2 を互いに入れ換

$$\begin{aligned}
A_{11} &= \alpha_1(\alpha_1 - \alpha_2 \overline{5\omega + \beta_2 - \alpha_2 \beta_1 - \beta_2}) - (2\omega' + 5\omega - \beta_1)(\alpha_2 \alpha_1 - \alpha_2 + \beta_1 - \beta_2 \overline{5\omega + \beta_2}) \\
B_{11} &= \alpha_1(\alpha_2 \alpha_1 - \alpha_2 + \beta_1 - \beta_2 \overline{5\omega + \beta_2}) + (2\omega' + 5\omega - \beta_1)(\alpha_1 - \alpha_2 \overline{5\omega + \beta_2} - \alpha_2 \beta_1 - \beta_2) \\
A_{12} &= (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 \overline{5\omega + \beta_2} - \alpha_2 \overline{5\omega + \beta_1}) - (2\omega' - \beta_1 - \beta_2)(\alpha_1 \alpha_2 + \overline{5\omega + \beta_1} \overline{5\omega + \beta_2}) \\
B_{12} &= (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 \alpha_2 + \overline{5\omega + \beta_1} \overline{5\omega + \beta_2}) + (2\omega' - \beta_1 - \beta_2)(\alpha_1 \overline{5\omega + \beta_2} - \alpha_2 \overline{5\omega + \beta_1}) \\
A_{14} &= (\alpha_1 \alpha_2 - \overline{\omega - \beta_1} \overline{\omega - \beta_2})(\alpha_1 \alpha_2 - \overline{7\omega - \beta_1} \overline{7\omega - \beta_2}) + (\alpha_2 \overline{\omega - \beta_1} + \alpha_1 \overline{\omega - \beta_2})(\alpha_2 \overline{7\omega - \beta_1} + \alpha_1 \overline{7\omega - \beta_2}) \\
B_{14} &= (\alpha_1 \alpha_2 - \overline{\omega - \beta_1} \overline{\omega - \beta_2})(\alpha_2 \overline{7\omega - \beta_1} + \alpha_1 \overline{7\omega - \beta_2}) - (\alpha_2 \overline{\omega - \beta_1} + \alpha_1 \overline{\omega - \beta_2})(\alpha_1 \alpha_2 - \overline{7\omega - \beta_1} \overline{7\omega - \beta_2}) \\
A_{15} &= \alpha_1 \{ (\alpha_1 \beta_1 - \beta_2 + \alpha_1 - \alpha_2 \overline{2\omega' - \beta_1 - \omega})(\alpha_1 \alpha_2 - \overline{\omega - \beta_1} \overline{\omega - \beta_2}) + (\alpha_1 \overline{\omega - \beta_2} + \alpha_2 \overline{\omega - \beta_1}) \\
&\quad \times (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 - \beta_1 - \beta_2 \overline{2\omega' - \beta_1 - \omega}) \} - (7\omega - \beta_1) \{ (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 - \beta_1 - \beta_2 \overline{2\omega' - \beta_1 - \omega})(\alpha_1 \alpha_2 - \overline{\omega - \beta_1} \overline{\omega - \beta_2}) \\
&\quad - (\alpha_1 \beta_1 - \beta_2 + \alpha_1 - \alpha_2 \overline{2\omega' - \beta_1 - \omega})(\alpha_1 \overline{\omega - \beta_2} + \alpha_2 \overline{\omega - \beta_1}) \} \\
B_{15} &= \alpha_1 \{ (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 - \beta_1 - \beta_2 \overline{2\omega' - \beta_1 - \omega})(\alpha_1 \alpha_2 - \overline{\omega - \beta_1} \overline{\omega - \beta_2}) - (\alpha_1 \beta_1 - \beta_2 + \alpha_1 - \alpha_2 \overline{2\omega' - \beta_1 - \omega}) \\
&\quad \times (\alpha_1 \overline{\omega - \beta_2} + \alpha_2 \overline{\omega - \beta_1}) \} + (7\omega - \beta_1) \{ \alpha_1 \beta_1 - \beta_2 + \alpha_1 - \alpha_2 \overline{2\omega' - \beta_1 - \omega})(\alpha_1 \alpha_2 - \overline{\omega - \beta_1} \overline{\omega - \beta_2}) \\
&\quad + (\alpha_1 \overline{\omega - \beta_2} + \alpha_2 \overline{\omega - \beta_1})(\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 - \overline{2\omega' - \beta_1 - \omega} \beta_1 - \beta_2) \} \\
A_{17} &= (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_2 \overline{\omega - \beta_1} - \alpha_1 \overline{7\omega - \beta_2}) - (2\omega' - \beta_1 - \beta_2)(\alpha_1 \alpha_2 + \overline{\omega - \beta_1} \overline{7\omega - \beta_2}) \\
B_{17} &= (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 \alpha_2 + \overline{\omega - \beta_1} \overline{7\omega - \beta_2}) + (2\omega' - \beta_1 - \beta_2)(\alpha_2 \overline{\omega - \beta_1} - \alpha_1 \overline{7\omega - \beta_2})
\end{aligned}$$

$A_{15}, B_{15}, A_{17}, B_{17}, A_{18}, B_{18}, A_{21} \sim B_{30}; A_{15}, B_{15}, A_{17}, B_{17}, A_{19} \sim A_{10}, A_{11} \sim A_{13}, B_{11} \sim B_{10}, B_{12} \sim B_3$ でそれぞれ ω を 7ω としたそれぞれの値に等しい。
 $A_{13}, B_{13}, A_{19}, B_{19}, A_{20}, B_{20};$ それぞれ $A_{11}, B_{11}, A_{15}, B_{15}, A_{16}, B_{16}$ において α_1 と α_2, β_1 と β_2 を互いに入れ換えたに等しい。

5.3 数値解析結果

(5.3.1) 試料機定格と諸定数

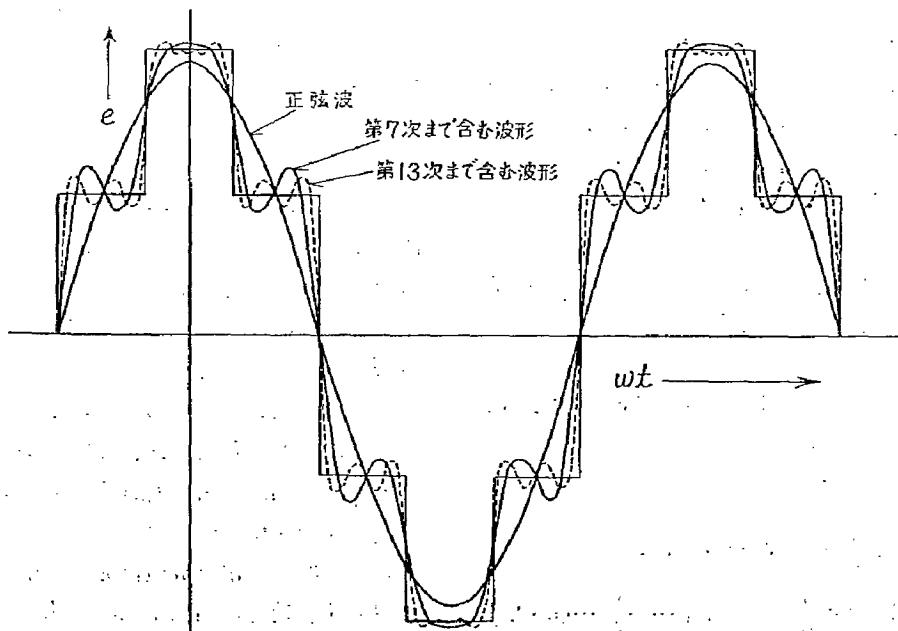
数値計算に使用した試料機は第(5.1)表に示すような定格と諸定数を持つ巻線形三相I・Mである。(前章までの解析に用いた試料機である)

巻線抵抗が1次と2次とは多少異なっているが等

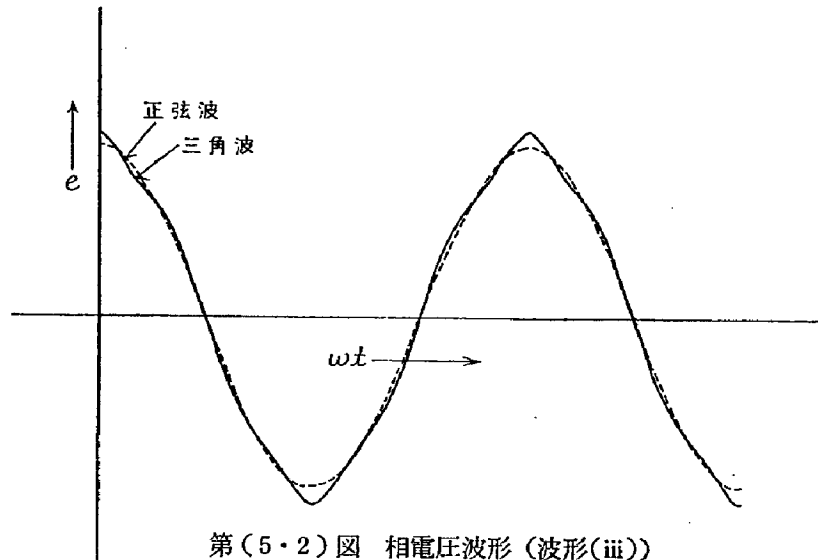
しいとおいた。定数の算定には、前述の如く、電氣的諸定数は電圧降下法、無負荷試験および拘束試験から

第(5.1)表 試料機の定格および諸定数

定 格	諸 定 数
巻線型	$R_1 = R_2 = 0.394 \Omega$
定格出力 3.7KW	$L_1 + \frac{3}{2}L_2 = \frac{3}{2}L_2 = 0.0566 \text{ H}$
電 圧 200 V	$\frac{3}{2}M = 0.054 \text{ H}$
電 流 14.6 A	$J = 7.65 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m sec}^2/\text{rad}$
極 数 4	$D_f = 5.16 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m sec}/\text{rad}$
周波数 50 Hz	



第(5.1)図 相電圧波形 (波形(i)(ii))



決定した。

(5.3.2) 電源波形

数値計算を行った電源波形は次の3つの波形である。

(i) 正弦波(基本波成分のみ)

(ii) 第 n 次高調波電圧が基本波電圧に対し、 $1/n$ 倍だけ含まれる波形(矩形波)

(iii) 第 n 次高調波電圧が基本波電圧に対し、 $1/n^2$ 倍だけ含まれる波形(三角波)

ただし、(ii)と(iii)の波形ともに高調波電圧の位相差は零とする。

三相I・Mが星形結線で中性線がない場合は、3の倍数の高調波電圧は相電圧には現われず、第(5.1)式のような形式で書き表わされる。

そこで、数値計算に供した電源波形の a 相電圧は第(5.1)図、第(5.2)図のようになる。

第(5.1)図は正弦波電圧と電源波形が前述(ii)の場合である。第(5.1)図には、電源波形(ii)の相電圧を高調波成分に分解して、第7次および第13次高調波成分まで含む場合の波形も描いた。

第(5.2)図は波形が(iii)の場合である。第(5.2)図は、第43次高調波成分まで含む波形であるが、第7次および第13次高調波成分まで含む場合の波形とほとんど一致している。

第(5.1)図の電源波形は、第(5.23)式で、第(5.2)図の電源波形は第(5.24)式で表わされる。ただし、 E は基本波の電圧である。

$$e_1 = E \left(\cos \omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t - \frac{1}{7} \cos 7\omega t - \frac{1}{11} \cos 11\omega t + \frac{1}{13} \cos 13\omega t + \dots \right) \dots (5.23)$$

$$e_2 = E \left(\cos \omega t + \frac{1}{25} \cos 5\omega t + \frac{1}{49} \cos 7\omega t + \dots \right) \dots (5.24)$$

$$+ \frac{1}{121} \cos 11\omega t + \dots \dots (5.24)$$

(5.3.3) 始動時過渡現象の数値解析結果

静止している三相I・Mにひずみ波電圧をステップ状に印加し、始動した場合の電氣的、機械的な過渡現象の解析を行ってきた。そして、第(5.18)式には一次過渡電流を、第(5.21)式、第(5.22)式などには過渡トルクを示した。その一次電流と過渡トルクは時間 t と電氣的回転角速度 ω' の関数であるから、運動方程式と連立させて解かなければならない。

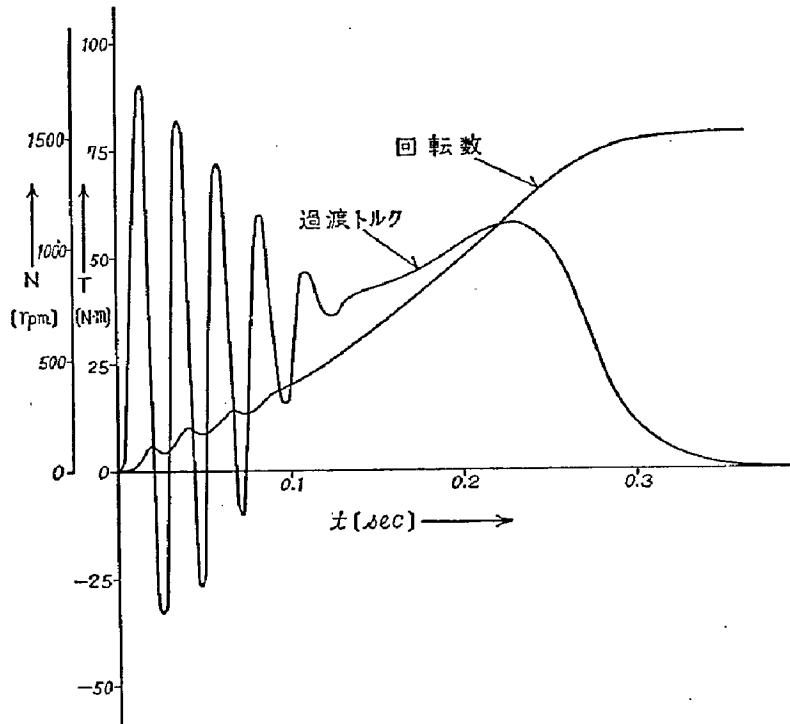
運動方程式、第(2.20)式は、発生トルク T が時間 t および回転角速度 ω' の関数であるから手計算で解析的に解けない。

そこで、第(2.20)式の T に(5.2.)で求めた T_A 、 T_B 、 T_C などを代入してデジタル計算機により、第(2.20)式を数値計算した。その方法は常微分方程式の数値計算に一般に用いられているRunge-Kutta法によった。

計算きざみは、電源基本波周波数を50Hzとした時、正弦波電圧駆動の場合には0.002秒とし、ひずみ波電圧駆動の場合にはすべて0.0002秒とした。

計算範囲は電氣的回転角速度 ω' が零から313.5(rad/sec)までを行った。

なお、運動方程式において、制動負荷と一定負荷は始動時は、慣性負荷に比べ非常に小さいとし無視した。第(5.3)図は、線間電圧200V、周波数50Hzの正弦波電圧で三相I・Mを始動した時の過渡トルクと回転数の時間的変化を数値計算した結果である。この正弦波電圧駆動時の始動時過渡現象については、第4章に詳しく論じている。



第(5・3)図 始動時過渡トルクと回転数
(正弦波電圧駆動電圧 200V)

5.4 ひずみ波駆動による三相 I・M の始動時過渡特性

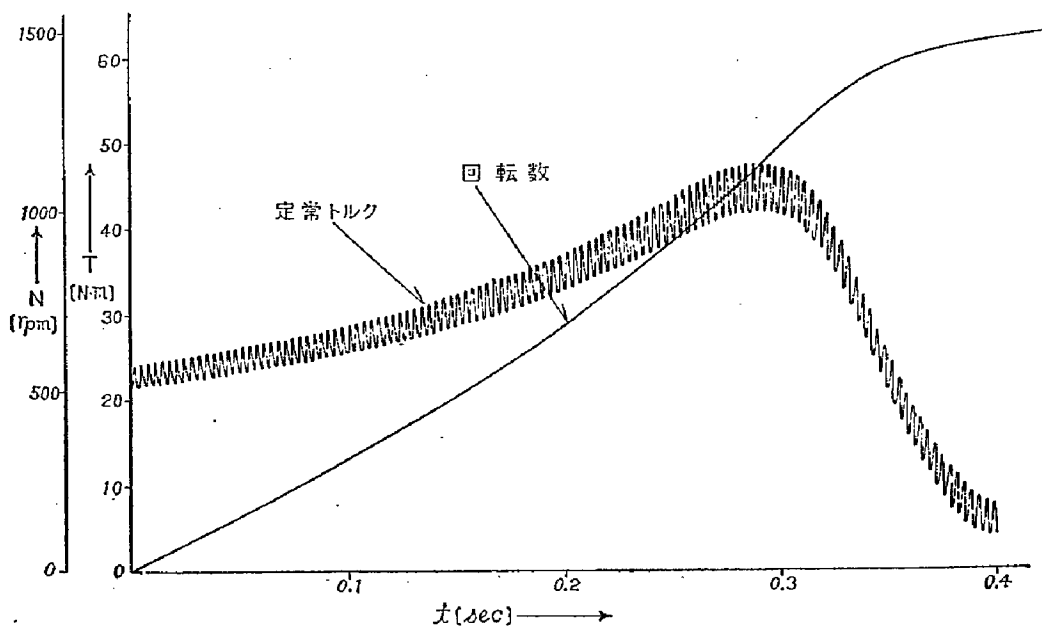
(5.4.1) 矩形波電圧駆動による始動時過渡特性

相電圧波形として(5.3.2)の電源波形(ii), すなわち, 第(5・23)式が与えられた場合の始動時過渡現象を数値解析した。その波形は線間電圧が矩形波となり,

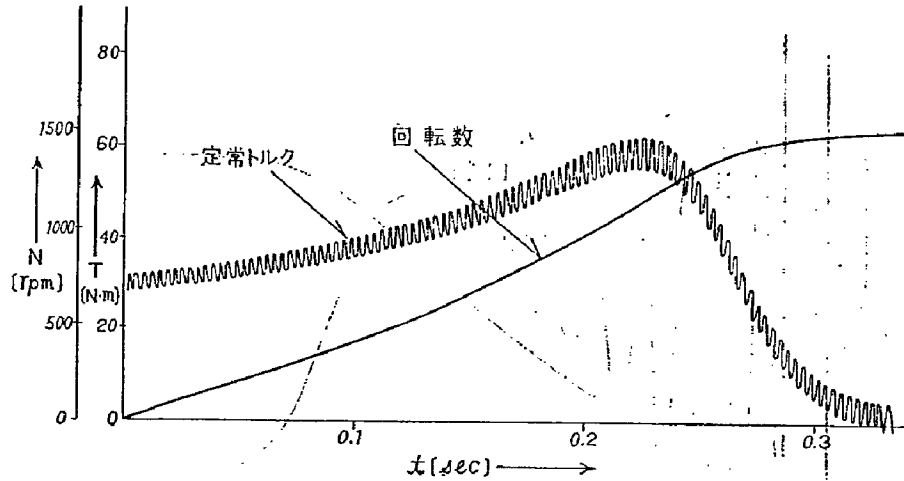
このような波形は S・C・R インバータの出力波形が具体例としてあげられる。

基本波電圧の周波数はすべて 50 Hz とした。

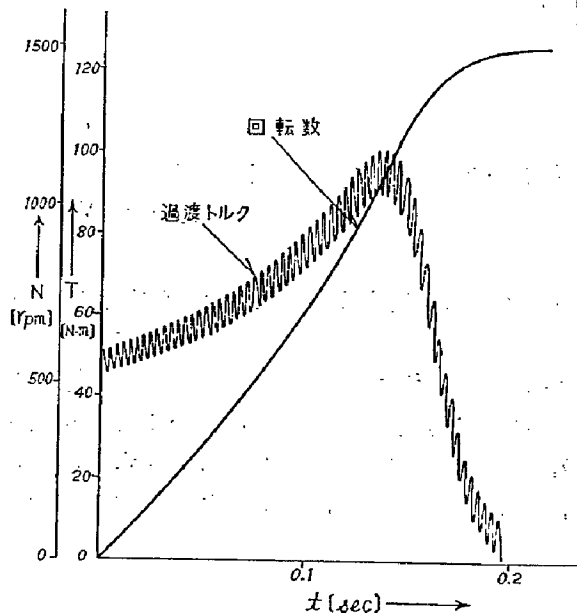
第(5・4)図～第(5・6)図は, 基本波線間電圧が 175 V, 200 V, 254.8 V でトルクを時間的に減衰しない項だけ(定常トルク)とした場合の数値計算結果で



第(5・4)図 定常トルクと回転数 ($V_1=175V$)



第(5・5)図 定常トルクと回転数 ($V_1=200V$)



第(5・6)図 定常トルクと回転数 ($V_1=254.8V$)

ある。この計算では第(5・23)式で表わされる電圧の第13次高調波成分まで考慮した。

この解析結果より、定常時にも振動トルクが発生することがわかる。

第(5・7)図～第(5・8)図に、基本波線間電圧が200V、254.8Vで、第5次高調波成分まで考慮した時の始動時過渡トルクと回転数の時間的変化を示した。

基本波電圧が等しい正弦波電圧駆動時に比べ、過渡最大トルク(正の最大値)と過渡振動最大トルク(振幅値)が大きくなっていることがわかる。

第(5・9)図～第(5・10)図に基本波線間電圧が200V、254.8Vであり、第7次高調波まで考慮した時の始動時過渡トルクと回転数の時間的変化を図示した。

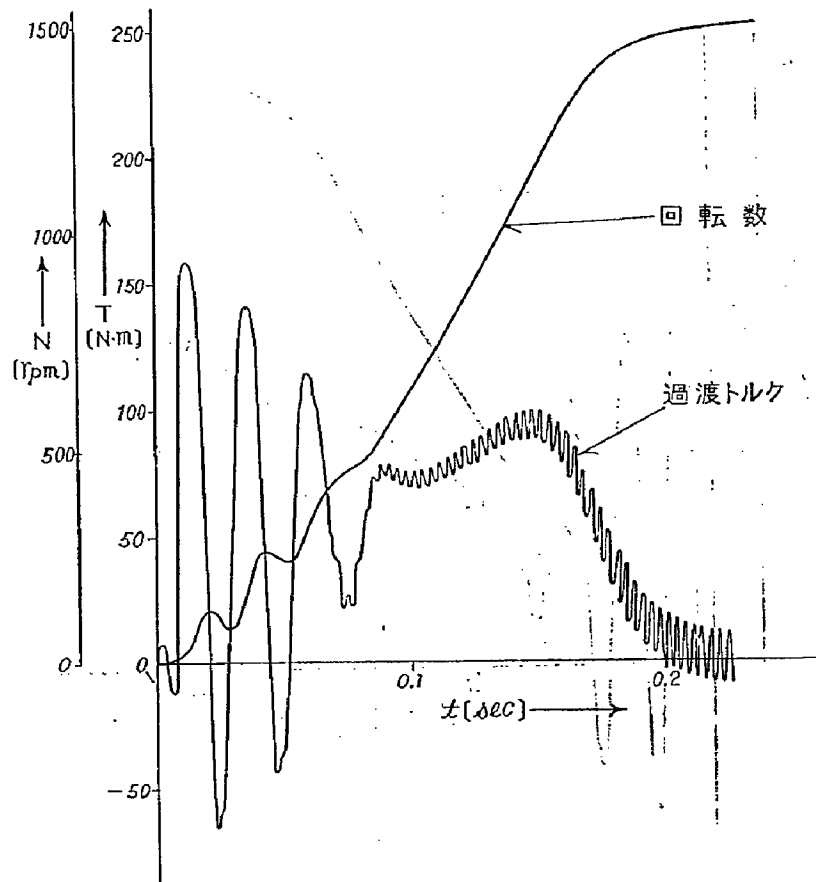
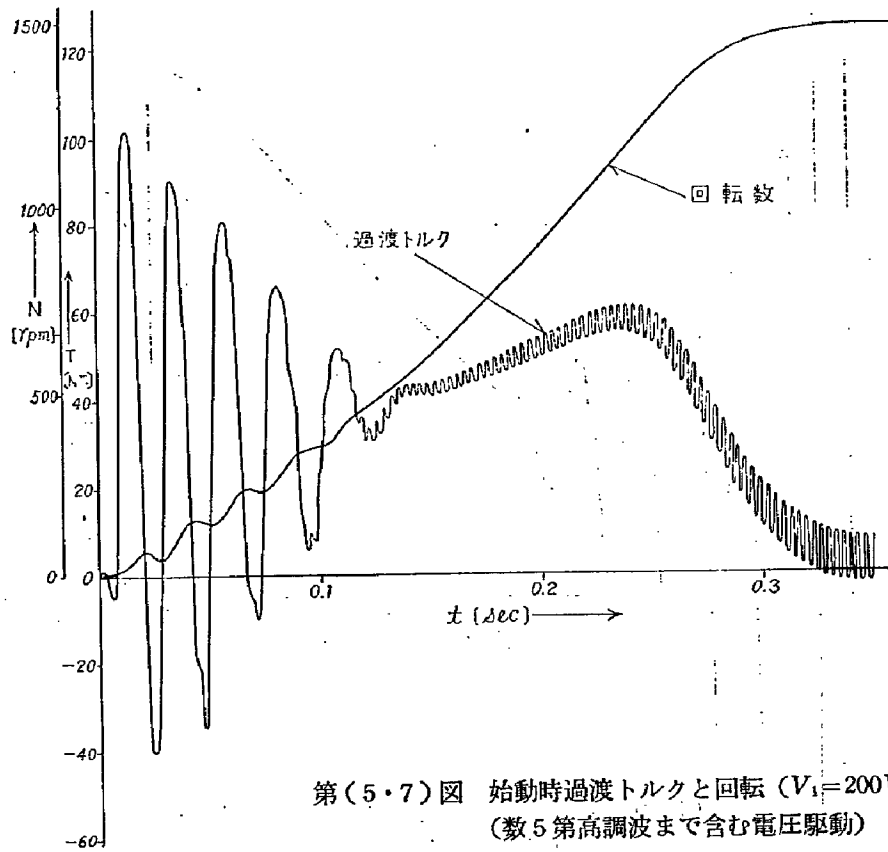
第7次高調波まで含む場合と第5次まで含む場合の始動時過渡トルク特性はほとんど等しいことがわかる。

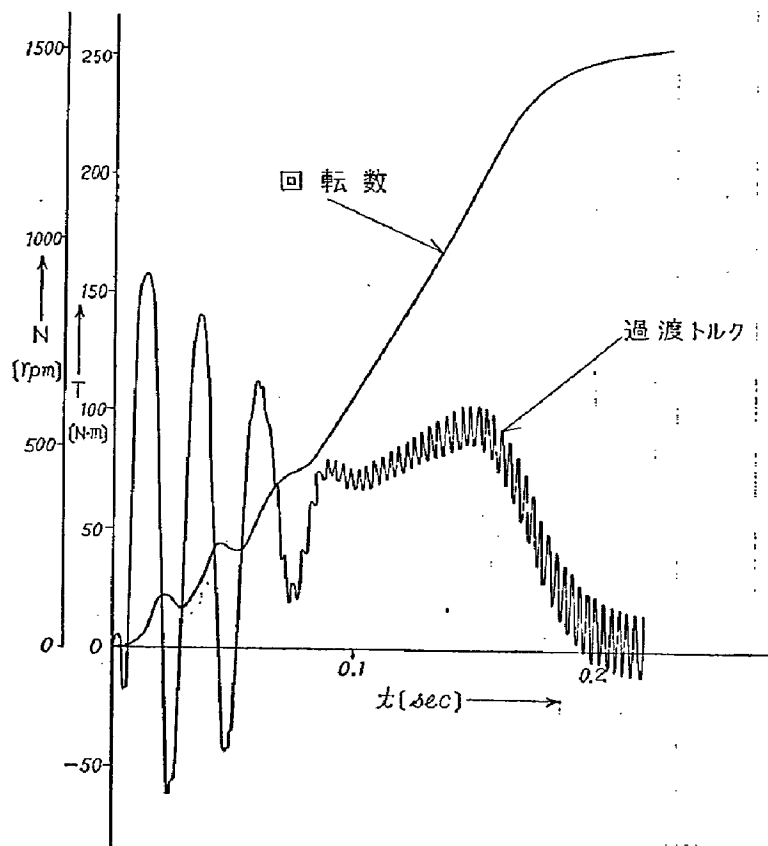
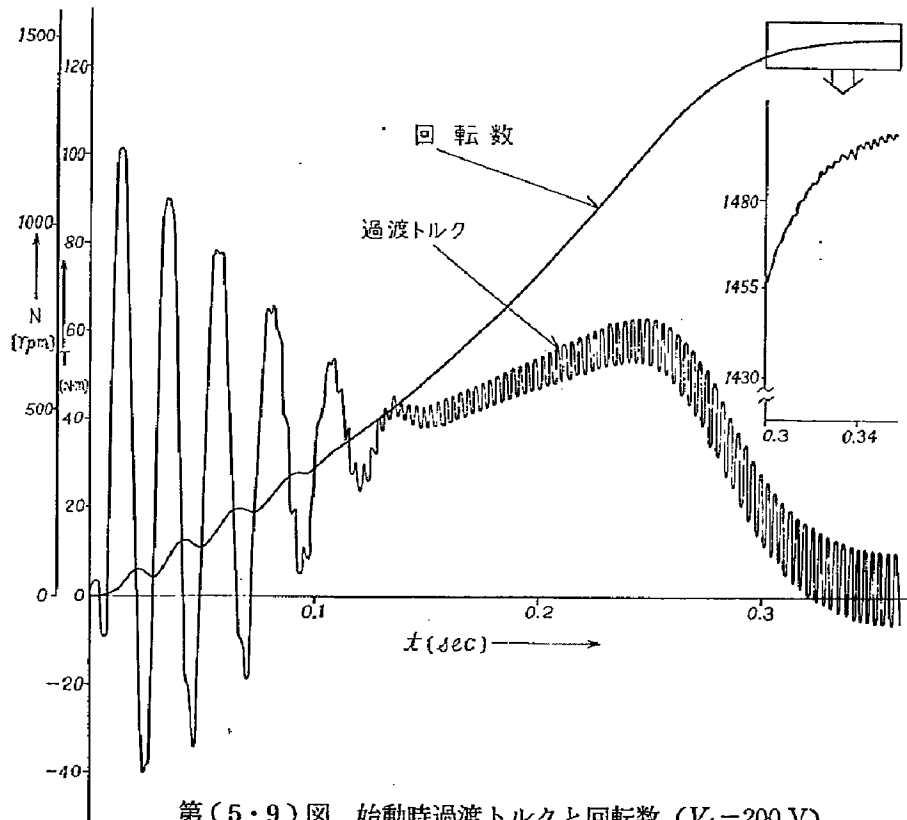
(5.4.2) 三角波電圧駆動による始動時過渡特性

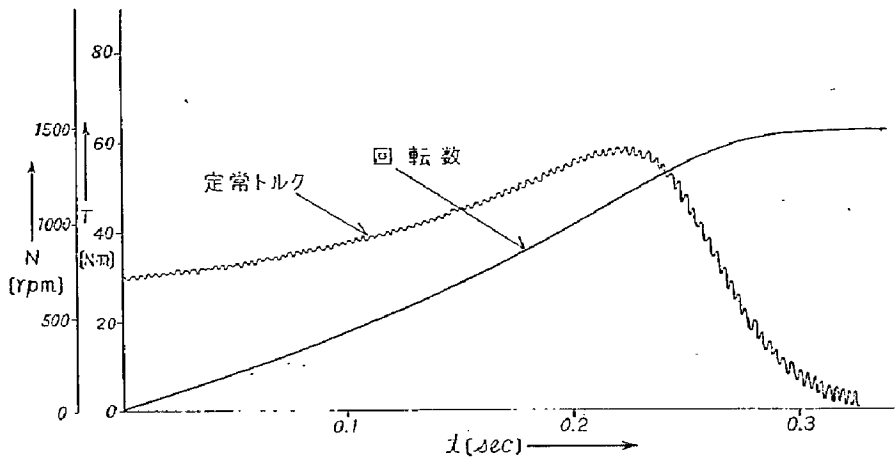
相電圧波形として、(5.3.2)の電源波形(iii)、すなわち、第(5・24)式が与えられた場合の始動時過渡現象を数値解析する。この波形の線間電圧は三角波となる。ここでも基本波電圧の周波数はすべて50Hzとした。

第(5・11)図、第(5・12)図に、基本波線間電圧が200V、250Vであり、トルクを時間的に減衰しない項だけとした場合のトルクと回転数の関係を示した。

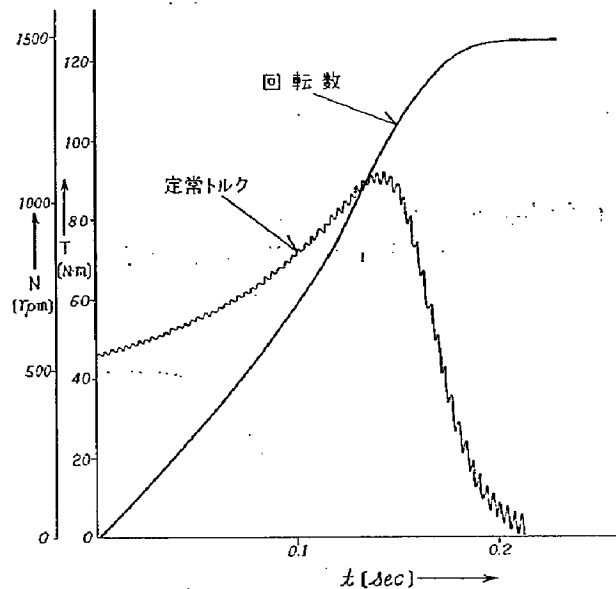
波形は第13次高調波成分まで考慮したが、高調波成分の含有率が前述の矩形波に比べて低いので、定常振







第(5・11)図 定常トルクと回転数 ($V_1=200\text{ V}$)
(第13高調波まで含む波形駆動)



第(5・12)図 定常トルクと回転数 ($V_1=250\text{ V}$)
(第13高調波まで含む電圧駆動)

動トルクの大きさも小さくなっている。

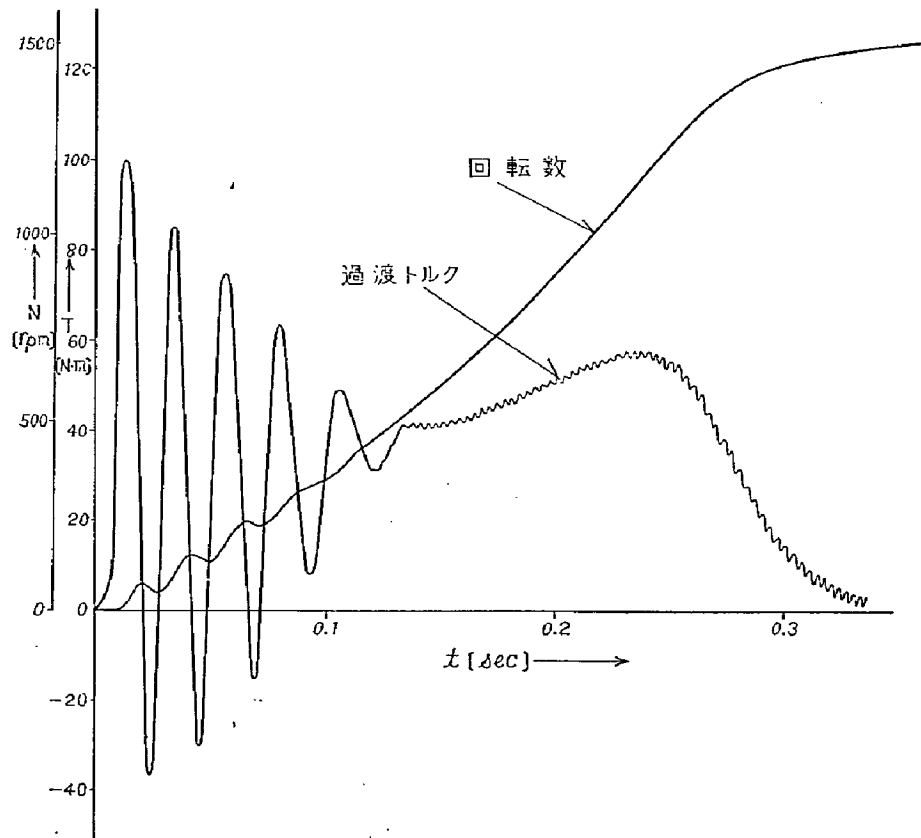
第(5・13)図、第(5・14)図に、基本波線間電圧が200V、250Vで第5次高調波成分まで含む電圧で駆動したときの始動時過渡トルクと回転数の時間的変化を図示した。

第(5・15)図、第(5・16)図には基本波線間電圧が200V、250Vで第7次高調波成分まで考慮した場合の始動時過渡トルクと回転数の時間的変化を示した。

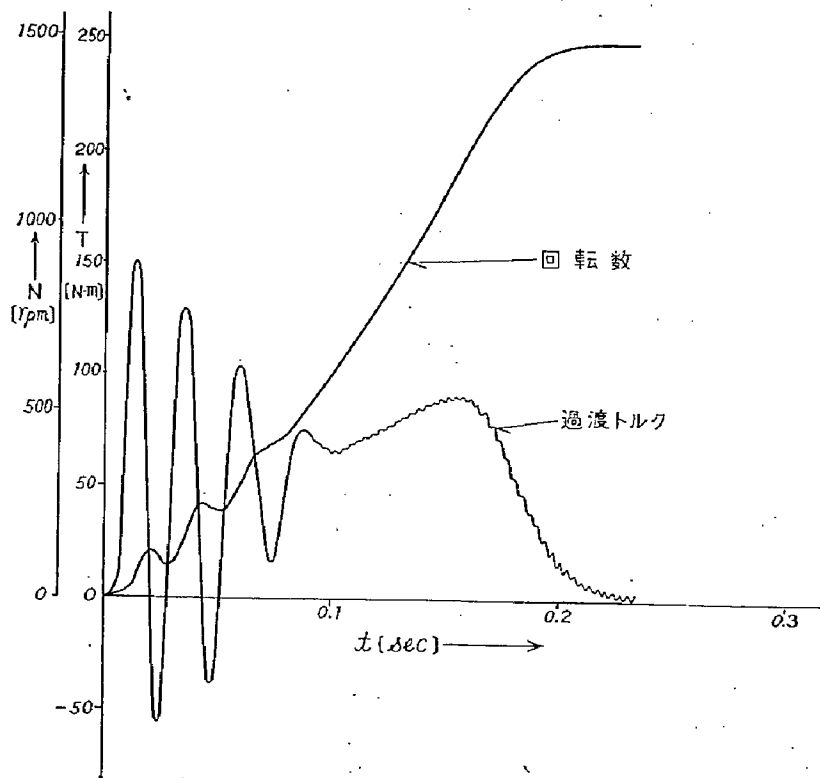
5.5 三相I・Mの始動時過渡時および定常時のトルク特性におよぼす高調波電圧の影響

(5.5.1) 定常状態でのトルク特性

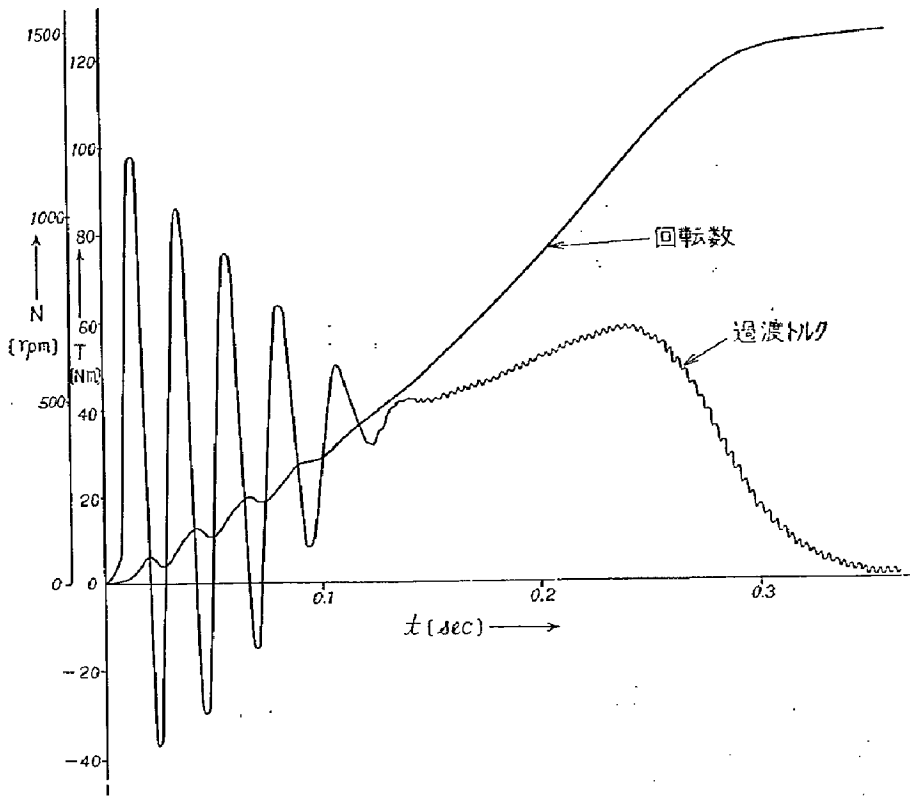
ひずみ波電圧で駆動した場合の定常時において、振動トルクが発生することは、第(5・21)式および第(5・22)式でもわかるし、その数値計算結果にも現われている。この振動トルクは正弦波電圧駆動時には現われないものである。振動トルクの周波数は $6f$ 、 $12f$ 、 $18f$ 、……など電源基本周波数の6の倍数であり、それらの周波数のトルクが重畳したものである。



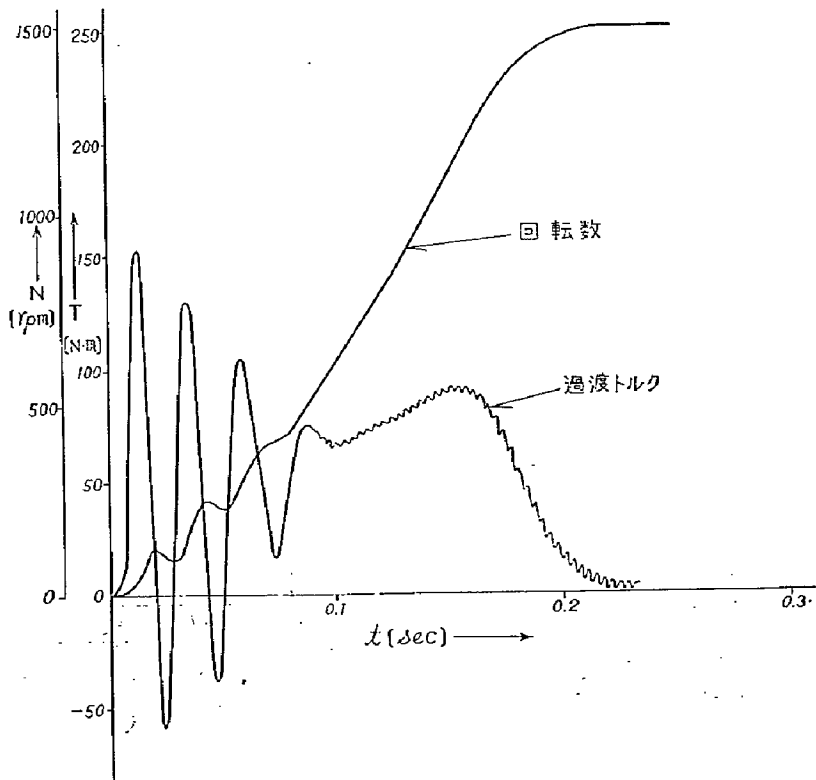
第(5・13)図 始動時過渡トルクと回転数 ($V_1=200\text{ V}$)
(第5高調波まで含む電圧駆動)



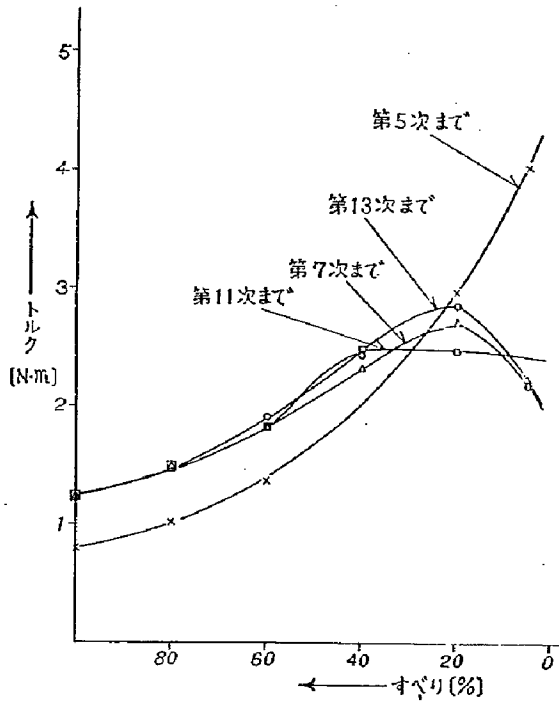
第(5・14)図 始動時過渡トルクと回転数 ($V_1=250\text{ V}$)
(第5高調波まで含む電圧駆動)



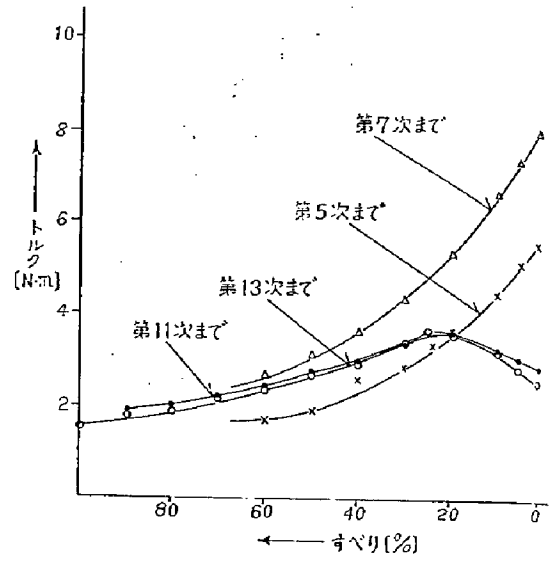
第(5・15)図 始動時過渡トルクと回轉数 ($V_1=200\text{ V}$)
(第7高調波まで含む電圧駆動)



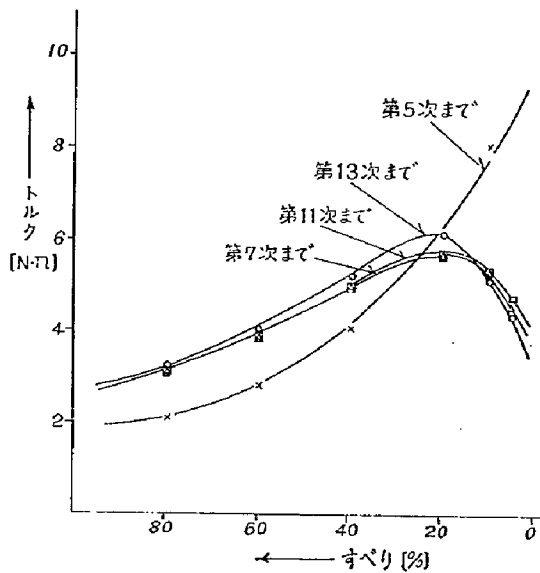
第(5・16)図 始動時過渡トルクと回轉数 ($V_1=250\text{ V}$)
(第7高調波まで含む電圧駆動)



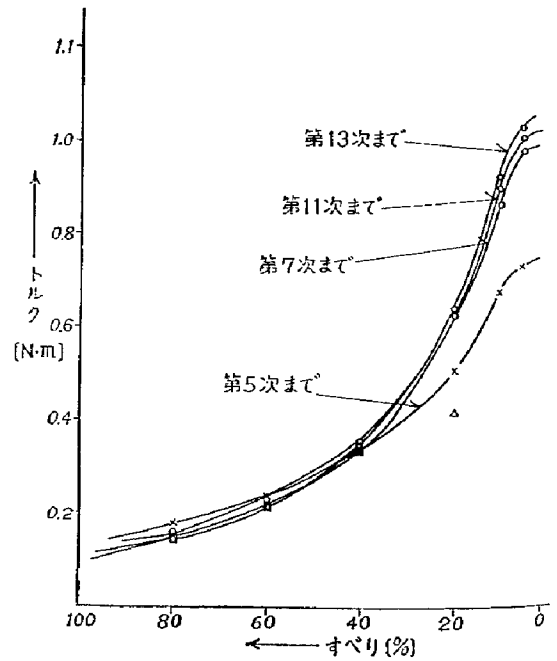
第(5・17)図 定常振動トルクの大きさ
(振幅値) ($V_1=170\text{ V}$)



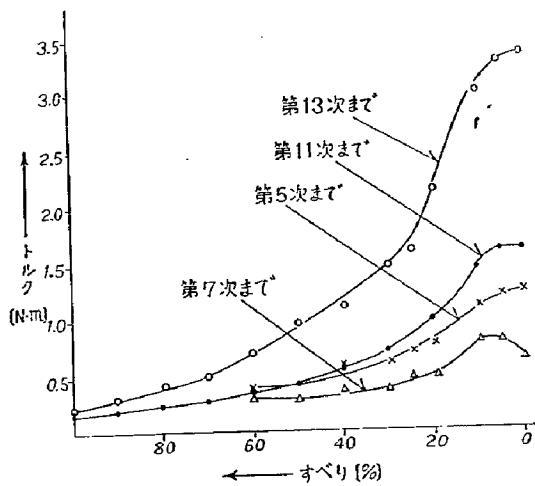
第(5・18)図 定常振動トルクの大きさ
(振幅値) ($V_1=200\text{ V}$)



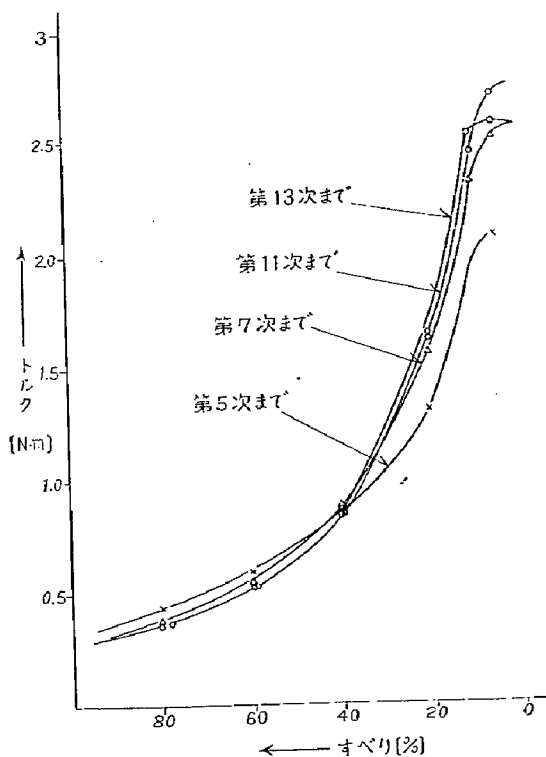
第(5・19)図 定常振動トルクの大きさ
(振幅値) ($V_1=254.8\text{ V}$)



第(5・20)図 定常振動トルクの大きさ
(振幅値) ($V_1=162.07\text{ V}$)



第(5・21)図 定常振動トルクの大きさ (振幅値)



第(5・22)図 定常振動トルクの大きさ (振幅値) ($V_1=250\text{ V}$)

その各々の周波数のトルクの大きさは周波数が高くなるにつれて急激に小さくなる。

また、定常振動トルクの大きさ(振幅値)は第(5・17)図～第(5・19)図に示す如く、速度(すべり)に関して変化する。これらのグラフには、電源波形が(ii)の矩形波であり、基本波線間電圧は175 V, 200 V, 254.8 V の場合の定常振動トルクを示す。その図中には、第5次、第7次、第11次および第13次高調波成分まで含む電圧での駆動時における特性を示している。

第(5・20)図～第(5・22)図には、電源波形が(iii)の三角波であり、基本波線間電圧が 162.0 V, 200 V,

250 V の場合の定常振動トルクとすべりの関係を図示した。

各々のグラフに、第5次、第7次、第11次および第13次高調波成分まで含む電圧で駆動した場合の特性を示した。

定常振動トルクは、当然、低次高調波の含有率が高いほど大きくなる。

また、その大きさは、すべりの関数であり、すべりが少なくなるに従って一様にはないが大きくなっている。

定常振動トルクが大きくなると、定常時において速度の周期的変動を起すこともわかる(第(5・9)図)。

定常平均トルクは、同一高調波成分の定常電流の積に比例している。しかし、周波数が高くなるとインピーダンスが大きくなるために、その高調波成分の電流が小さくなり、高調波の次数が高いほど、その次数の電流による定常平均トルクは非常に小さくなる。

(5.2.2) 始動時過渡トルク特性

三相 I・M の始動時過渡トルクが電源高調波によって、どのような影響をうけるかを解析し、数値計算してきたが、その結果より次のことを明らかにすることができた。

矩形波および三角波などのひずみ波電圧駆動時の主要な解析結果をまとめると、(1)始動時過渡トルク (2)始動時間 などの諸特性は以下ようになる。

(1) 始動時過渡トルク：

過渡振動トルクの周波数は電源周波数が 50 Hz のとき 42.5 Hz 程度であり、正弦波電圧駆動時のそれにまったく等しい。電源基本波周波数よりも 6～8 Hz 程度少い周波数である。

過渡振動トルクの大きさは、時間的には指数関数的に減衰し、消滅サイクルは、基本波電圧が等しければ同じであり、波形にはほとんど無関係である。

ただし、ひずみ波電圧駆動時には、定常状態に発生する振動トルクが過渡トルクに重畳している。

(2) 始動時間(すべりが4%までの時間)：

正弦波電圧駆動時に比べ、基本波電圧が等しい場合に第5次、第7次高調波まで含む電圧駆動時には、波形が矩形波、三角波の場合ともわずかに長くなる。

第6章 結 論

本論文は、正弦波およびひずみ波電源電圧により三相誘導電動機を駆動する場合の過渡現象についての新しい解析方法を提案し、その過渡特性に関して述べたものである。

以下、本研究において得られた結論を要約して示す

と次の通りである。

正弦波電圧駆動時における三相誘導電動機の始動時過渡特性は以下の特性を有することを明らかにできた。

(1.1) 電源周波数と過渡特性

(i) じか入れ始動時の始動時間(すべりが4%までの時間)は電源周波数の4乗にほぼ比例して増大し、過渡振動トルクの消滅サイクル(消滅時間)もほぼ同じ傾向を示す。

(ii) 過渡振動トルクは時間的には指数関数的に減少するが、その最大値(振幅値)は電源周波数のほぼ2乗弱に逆比例し、定常最大トルクは1.5乗程度に逆比例し、定常始動トルクはほぼ逆比例する。

(iii) 過渡最大トルク(正の値)と定常最大トルクとの比は、電源周波数が少いほど大きく、周波数が高くなれば順次その比は少くなる。例えば、本研究に用いた試料機については、電圧200Vで40Hzのとき、その比は1.89であり、90Hzのとき1.48倍である。

(iv) 過渡振動トルクの周波数はおのおの電源周波数よりも約6~8Hz少ない。それは、電源電圧の大きさには無関係である。

(1.2) 2次抵抗と過渡特性

(i) 始動時間と過渡振動トルクの消滅サイクルは2次抵抗に対し、ほぼ等しい傾向を示し、一たん少くなるがその後また多くなる。

(ii) 過渡振動トルクの最大値(振幅値)は、電圧が低いときはほとんど一定であるが、電圧が高くなると抵抗の増大に対し、いったん、その最大値は大きくなるが、順次小さくなる。

(iii) 過渡振動トルクの周波数は2次抵抗に対しほとんど一定である。

(iv) 過渡最大トルク(正の最大値)と定常最大トルクとの比は、2次抵抗のある値に対して極大となる特性をもっている。

ひずみ波電圧駆動時における三相誘導電動機の始動時過渡現象については以下の特性を明らかにすることができた。

(i) 始動時過渡トルクは、正弦波電圧駆動時と同じく、時間的には指数関数的に減衰する振動トルクである。

その周波数は電源基本波周波数よりも7.5Hz程度少ない。そして、過渡トルクに定常振動トルクが重畳する。

(ii) ひずみ波電圧駆動時は、高調波電圧成分により正弦波電圧駆動時には発生しない振動トルクが定常時に発生する。その定常振動トルクの周波数は基本波周波数の6の倍数であり、その大きさは回転数(すべ

り)の関数となり、回転数が多くなると一般に大きくなる。

なお、この振動トルクは、電流は空間的には正弦波状磁束分布を作るという仮定から、スロット高調波による影響ではなく、電源の高調波成分による影響である。

(iii) 始動時間(すべりが4%までの時間)は、正弦波電圧駆動時に比べ、基本波電圧が等しい場合、数値計算を行った波形(矩形波、三角波)については2つの波形ともその時間はわずかに長くなる。

本研究においては、磁気飽和や鉄損などの電氣的非線形性については考慮していない。電源周波数の少ない範囲において、および著しい回転機絶縁材料の発達に伴い、誘導機等の回転機は小形化してきたため、磁気回路の飽和特性を考慮する必要性が生じている。

本研究が、最近、めざましく使用されるようになってきたS・C・Rインバータを用いる周波数制御および2次抵抗の変化による三相I・Mの速度制御、三相I・Mの設計および製作等に従事する関係各位に役立てば、筆者の望外の器びとする所である。

最後に本研究に際しては、明治大学教授高木亀一博士および教授西山栄枝博士に終始絶大なる御指導を賜り、多大のご助言を戴いた岐阜大学教授竹上武雄博士、電力中央研究所電力品質研究室長山田重知氏、ならびに日頃変らぬご指導とご鞭撻を賜っている明治大学教授田中庄蔵博士、山口宗五郎博士、小川康男博士、同助教授天野正章氏ならびに同助教授本多高博士に深く感謝の意を表する次第である。

また、実験および計算機の使用にご協力を得た明治大学工学部助手松宮恒夫氏、青木征夫氏(現東芝府中工場)、唐川正明氏(現三菱電機)、大学院学生鹿野伏男氏(現東京農工大)、竹上恒雄氏(現名古屋鉄道)、尾林康司氏(現足利工業大学)、磯田八郎氏(現電力中央研究所)、梅沢守氏(現鹿児島大学)、青戸史郎氏、花岡資泰氏ならびに電磁機器研究室の卒業研究生、塩崎高橋(斌)、棚橋、吉沼、小口、新村の諸君および高木ゼミナール卒業生諸君に対して感謝の意を表します。

なお、本研究の数値計算は総て、明治大学計算センターに設置してあるにOKITAC-5090Mよって行なわれた。その際、森田女史はじめ計算センターの方々のご協力を得たことを附記し、各位に感謝の意を表します。

参考文献

- (1) G. Kron: The Application of Tensors to the Analysis of Rotating Electric Machinery G. E.

Review 1935年~1938年

- (2) G. Kron : Equivalent Circuits of Electric Machinery : Dover Publications Inc. 1951年
- (3) D. C. White, H. H. Woodson : Electromechanical Energy Conversion : Wiley & Sons, 1959年
- (4) たとえば, 竹内寿太郎 : 非同期機実回路理論, オーム社, 昭和39年
- (5) たとえば, 竹上, 林 : 非対称軸を有する三相誘導電動機の表現, 電気学会誌, 2月号, 昭和32年
- (6) H. C. Stanley : An analysis of the induction motor, AIEE Trans, vol. 57, 1938年
- (7) 山村, 安井 : 誘導電動機の過渡トルク, 電気学会誌, 5月号, 昭和30年
- (8) F. M. Haughes, A. S. Aldred : Transient characteristics and simulations of induction motors, PIEE, vol. 111, No. 2, 1964年
- (9) 竹内 : かご形誘導電動機の始動時過渡トルクの解析, 電気学会誌, 6月号, 昭和35年
- (10) P. C. Krause, C. H. Thomas : Simulation of Symmetrical Induction Machinery, IEEE Trans. Power App. System, vol. PAS-84, No. 11, 1965年
- (11) 宮入 : エネルギー変換入門 上, 下, 丸善, 昭和40年
- (12) 竹内 : Matrix Theory of Electrical Machinery オーム社, 1967年
- (13) W. J. Gibbs : Electric Machine Analysis Using Matrices, Sir. Isaac Pitman & Sons 1962年
- (14) N. N. Hancock : Matrix Analysis of Electrical Machinery, The Macmillan company
- (15) 山田, 城条 : 誘導電動機の過渡変動について (中間報告), 電力中央研究所技術報告, 昭和38年5月
- (16) 伊藤, 西村 : 二相トルクモータ動特性のアナログ計算機による検討, アナログ技術研究会資料 vol. 6, No. 5, 昭和41年12月
- (17) 原島 : 二相サーボ・モータのシミュレーション, アナログ技術研究会資料 vol. 6, No. 5, 昭和41年7月
- (18) L. E. Klinger : An Analysis and simulation of transient behavior of polyphase induction motors utilizing modern computer techniques. The Pennsylvania State Univ. (学位論文) 1967年
- (19) R. D. Slater, W. S. Wood, F. P. Flynn, R. Simpson : Digital computation of induction motor transient torque patterns. PIEE vol. 113 No. 5, 1966年
- (20) I. R. Smith, S. Sriharan : Transient performance of the induction motor, PIEE vol. 113, No. 7, 1966年
- (21) H. E. Jordan : Digital Computer Analysis of Induction Machines in Dynamic Systems IEEE Trans. Power App. & Systems vol. PAS-86, No. 6, 1967年
- (22) S. T. Robertson, K. M. Heber : Digital Model for Three-Phase Induction Machines IEEE, Trans. Power App. & Systems, vol. PAS-88, No. 11, 1969年
- (23) Discussion on transient effects in induction motors, PIEE, vol. 115, No. 1, 1968年
- (24) 竹内 : S・C・R 回路理論と電動機制御への応用, オーム社, 昭和43年
- (25) 高井 : ブロック線図の描き方とそのアナログ・シミュレーションに対する応用, 電気学会誌, vol. 87, 3月号, 昭和42年
- (26) 松瀬, 高木 : 巻線形三相誘導機のアナログ・シミュレーション (とくに, 2次抵抗と過渡振動トルクの関係について), 昭和43年電気四学会連合大会, No. 479
- (27) 松瀬, 高木 : 三相誘導電動機のアナログ・シミュレーション (とくに, 電源周波数と過渡特性との関係), 昭和43年電気学会東京支部大会, No. 148
- (28) 松瀬, 西山, 高木 : 三相誘導電動機の過渡トルクの計算について(周波数と2次抵抗の変化に関して), 昭和44年電気四学会連合大会, No. 525
- (29) 松瀬, 高木 : アナログ計算機による三相誘導電動機の過渡現象の解析について, 明治大学工学部研究報告, No. 23, II-96, 昭和43年
- (30) 松瀬, 高木 : シグナル・フロー・グラフを用いた三相誘導電動機のアナログ・シミュレーション, 電気学会誌, vol. 90, 4月号, 昭和45年
- (31) 松瀬, 西山, 高木 : 三相誘導電動機の起動過渡トルクの解析, 明治大学工学部研究報告, No. 24, II-113, 昭和44年
- (32) 松瀬, 西山, 高木 : 三相誘導電動機の起動過渡トルクの近似解についての検討, 昭和45年電気四学会連合大会, No. 488
- (33) 電気学会, 電気機器各論II, 昭和42年
- (34) 長尾 : 誘導機の過渡特性の計算法 (主として変速度問題への適用), 電力中央研究所技術報告 (69038), 昭和44年
- (35) Хань В Ж : Исследование влияния насыщения на динамику пуска асинхронного двигателя

- теля Электротехника, vol. 38, No. 8, 1967年
- (36) 原島, 内田: 状態推移法によるインバータ-誘導電動機系の解析, 電気学会誌, 12月号, 昭和44年
- (37) 関口: 誘導電動機の過渡トルク応答, 電気学会誌, 2月号, 昭和45年
- (38) 竹内, 前田, 飯田: 三相ブリッジ形 S・C・R インバータで制御される三相 I・M の特性, 電気学会誌, 2月号, 昭和43年
- (39) B. J. Chalmers, B. R. Sarker: Induction-motor losses due to nonsinusoidal supply waveforms. *PIEE* vol. 115, No. 12, 1968年
- (40) G. W. Mclean, G. F. Nix, S. R. Alwash: Performance and design of induction motors with square-wave excitation, *PIEE* vol. 116, No. 8, 1969年
- (41) 竹内, 前田, 飯田: 一般周波形の電圧で運転される三相誘導電動機の特性理論(2), 昭和44年電気学会東京支部大会, No. 208
- (42) P. C. Krause, J. R. Hake: Method of multiple reference frames applied to the analysis of a rectifier-inverter induction motor drive. *IEEE Trans. power app. & systems*, vol. PAS-88, No. 11, 1969
- (43) T. A. Lipo, P. C. Krause, H. E. Jordan: Harmonic torque and speed pulsations in a rectifier-inverter induction motor drive. *IEEE Trans. power app. & systems*, vol. PAS-88, No. 5, 1969
- (44) P. C. Krause, T. A. Lipo: Analysis and Simplified Representation of a Rectifier-Inverter Induction Motor Drive, *IEEE Trans. power app. & systems*, vol. PAS-88, No. 5, 1969
- (45) Эфенчизаде А А: Анализ переходных процессов асинхронного электродвигателя при питании его от статического преобразователя частоты Изв Акад Наук СССР энерг и трансп vol. 5, No. 49-55, 1969
- (46) 松瀬, 西山, 高木: 非正弦波駆動の三相誘導電動機の始動過渡現象, 昭和45年電気学会東京支部大会, No. 127
- (47) 宮下, 渡辺, 増田: インバータ駆動に対する I・M の特性, 昭和43年電気四学会連合大会, No. 688
- (48) 松瀬, 西山, 高木: 三相誘導電動機の始動過渡特性におよぼす高調波電圧の影響, 電気学会誌 vol. 91, No. 7 (昭和46年)
- (49) 松瀬, 西山, 高木: 三相誘導電動機の始動時過渡現象の解析に対する検討, 明治大学工学部研究報告, No. 25, II-131, 昭和46年
- (50) 松瀬, 西山, 高木: ひずみ波駆動三相誘導電動機の始動時過渡現象, 明治大学工学部研究報告, No. 25, II-130, 昭和46年
- (51) 松瀬, 西山, 高木: 誘導電動機の過渡特性に与える高調波電圧の影響, 昭和46年電気学会全国大会, No. 403