

情報理論に基づく会計測定の実証研究-会計情報によるポートフォリオ選択のモデル試論-

メタデータ	言語: jpn 出版者: 明治大學商學研究所 公開日: 2009-03-09 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 山本, 昌弘, 山下, 洋史 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10291/1997

情報理論に基づく会計測定の実証研究

——会計情報によるポートフォリオ選択のモデル試論——

An Information Theory Based Study in Positive Accounting Measurement

—— Towards a Portfolio Selection Model with
Accrual Accounting Information ——

山本 昌弘・山下 洋史

Masahiro Yamamoto and Hiroshi Yamashita

目 次

1. はじめに
2. 会計情報と資本市場
3. 検証すべき仮説
4. 情報量とエントロピー・モデル
5. 一因子情報路モデルにおける「自由勝手な選択行動」とエントロピー
6. 問題の定式化
7. 実証分析
8. 分析結果とその考察
9. むすび

1. はじめに

社会科学の研究領域において、現実に生起する複雑かつあいまいな社会現象にアプローチしようとする際、現象の背後に存在するその発生メカニズムを厳密に記述するという課題が非常に困難であることは、多くの研究者の間の共通した認識であろう（山下，2002）。そこで、現実の複雑な社会現象を分析するために、それを簡素化した「モデル」を作成することになるが、その際に多変量解析が有用な方法論となる。筆者らの先行研究（山本・山下，2001a，2001b，2002）でも、多変量解析を基礎にしてバブル期の会計データや労働条件に関するデータの分析モデルを構築してきた。

一方、人間や組織の情報処理過程における情報のあいまいさを捉える際に、しばしば「エントロピー」が用いられる。エントロピーは、不確実な現実に対して、その不確実さの程度を定量的に表すものであり、シャノンの情報理論の基礎となる概念である。例えば、与えられた証拠のみでは本来は結論が得られないような拡大推論における一般原理を確率論的に展開したものとして、「最大エントロピー原理」がある（Klir and Folger, 1988）。この原理は、我々が不十分な証拠

から確率分布を推定しようとする場合、証拠が「不十分」であることを「十分」に認識するために、その証拠に従ったすべての確率分布の中から最大の不確かさ（エントロピー）を持つ分布を選択しようとするものである（山下，1999）。

このように、現実の複雑かつあいまいな社会現象に対して、エントロピーの側面からのモデル化を行うアプローチとして「エントロピー・モデル」が広く知られている。国沢（1995, p. 37）によれば、「エントロピー・モデルとは、いくつかの制約条件のもとで、エントロピーを最大化する問題として定式化されたモデル」であり、その基本的な考え方は、「社会現象、たとえば大衆の行動を観察すると、大衆の持っている思惑によって巨視的には規制を受けつつ、結局は大衆の自由行動への欲望のためエントロピーの増大という方向に流される」というところにある。このモデルは、人間や組織の情報処理過程の「偶然性」をエントロピーにより捉えたモデルとして位置付けられる（山下，1996）。

ところで、社会科学の一分野に会計学が存在する。会計学は、企業行動について一定の会計基準に準拠しながら、確定的な期間業績値として提示するものである。会計学が対象とする会計情報すなわち財務諸表上の数値は、決算ごとに開示される典型的な離散データとなっている。それゆえ会計情報は、上記のような一連の情報量・エントロピー研究といった情報理論の対象となりうるものである。しかもそうしたアプローチによって、決定論的な会計情報が確率論的に取り扱われることになる。

そこで本研究では、情報理論とりわけ最大エントロピー原理を基礎にして、会計データのみによる複数企業への投資（や融資）の比率すなわちポートフォリオ選択の分析を試みる。本研究では、会計データのみで資本市場の構造を強引に推定し、そのマーケットにおける行動を知ることによって得られる情報量及び2時点間（ここではバブル崩壊前後）におけるマーケット構造の変化から得られる情報量を定量化するという新たなアプローチの開拓を試みる。ここで、あえて「強引に」としているのは、本来は与えられた証拠のみでは結論が得られない「拡大推論」に挑戦することを意味している。シャノンの情報理論の枠組の中で、この厄介な拡大推論に挑戦するのである。

本来、会計データのみで資本市場の構造を分析することは不可能であり、資本市場の分析はファイナンスにおいてなされている。しかしながら、人間の意思決定にとって情報は常に断片的であることを認識した上で、もしも有価証券報告書等から入手が比較的容易な会計データによってある程度「マーケットの構造」を推測することができるならば、完全情報の仮定を満たすために必要な取引費用を大幅に節約することが可能になり、そのメリットは極めて大きいものと考えられる。山本・山下（2001a, 2001b）の先行研究では財務データの分析に閉じていたのに対して、本研究は、既存の資本市場データに基づかないポートフォリオ構築の可能性にあえて挑戦しようとするのである。

すでに山本・山下（2001a, 2001b）は、会計データにより日本のバブル経済の分析を共同で行ってきた。それゆえ本稿でも、整合性の観点からそうした先行研究と同じデータを使用することと

し、バブル崩壊時におけるマーケットの構造の変化（1989年度→1991年度の変化）という問題について取り上げることとする。

以下本研究で提案する分析モデルは、下記のような3つのステップから構成されている。まず先行研究で採用した財務指標のうち、株主資本当期純利益率（ROE）、インタレスト・カバレッジ（IC）、一人当たり付加価値（労働生産性）を取り上げ、1指標のみに注目した場合のそれぞれの投資銘柄選択確率を、一因子情報路モデルによって推定する。次に、財務指標ごとに、ポートフォリオの銘柄選択行動を知ることによって得られるであろう平均情報量を定量的に把握する。さらに、K-L（Kullback-Leibler）情報量（Kullback, 1959）を用いて、バブル崩壊前後（1989会計年度と1991会計年度）の銘柄選択行動の変化を知ることによって得られる情報量（獲得情報量）の定量化を試みる。

これらによって、会計データのみでポートフォリオ選択の分析を行う（拡大推論）という、新たな実証研究アプローチの方向性を提示すると同時に、会計学、情報理論、ファイナンスにまたがる学際的な研究領域の開拓を試みる。ただし副題にあるように、本稿における研究は、現状ではあくまでも試論的なものであることをあらかじめお断りしておきたい。

2. 会計情報と資本市場

複数の企業へ投資を行う際に、どのように配分比率を決定すればよいかといった問題は、ファイナンスの領域においてモダン・ポートフォリオ理論（MPT）として研究されてきた。そこでは制度としての資本市場の効率性を前提に、各証券のリスクとリターンを元に構築すべきポートフォリオが決定される。こうした研究は、Markowitz（1959）以降急速な繁栄を見せ、現在のファイナンス研究の主流を占めるものとなっている。

ファイナンス理論では、議論の前提として効率的資本市場仮説（EMH）が採用されている。それは、キャッシュ・フローの変動をもたらす情報でない限り、資本市場では開示されたすべての会計情報を織り込んだ上で各証券の価格が決定されているというものである（Fama, 1970）。つまり証券価格には会計情報が効率的に反映されているため、資本市場分析において改めて会計情報を分析する必要はないか、せいぜい例外すなわちアノーマリーを説明するための情報として利用される程度にすぎなくなるのである。この効率的資本市場仮説は、資本市場の効率性という意味において極めて重要な役割を占めている（Beaver, 2002）。

ところで、会計データによって企業を評価する際に最もよく使用される指標に、ROEがある（渡辺, 1994）。ROEには、指標の構造上いくつかの問題があることも指摘されており、現在ではEV/EBITDA倍率のような時価指標やフリー・キャッシュ・フローやEVAのようなキャッシュ・フロー指標が使用されるようになっている。筆者の一人は、これまで時価指標やキャッシュ・フロー指標に注目した実証研究を行ってきたが（山本, 2002）、ROEには非常にシンプルでわかりやすいというメリットがある。しかも上場企業・非上場企業に関わらず貸借対照表さえ入手で

できれば、誰でも算出可能である。もちろん、近年制度化されたキャッシュ・フロー計算書も不要で、情報入手のための取引費用がほとんどかからない。

そもそも時価指標やEVAなどのキャッシュ・フロー指標は、市場（とりわけ資本市場）の存在を前提にしている。それに対しROEは、そのような前提条件を必要としない伝統的な取得原価主義会計による指標である。そこでそうした簡素な収益性指標であるROEを活用することによって、例えば企業の株式に投資する際のポートフォリオ選択のモデルが構築できるならば、指標の欠点を補って余りある有用性が得られると期待される。

ちなみに、現代の会計学は実証研究の色彩が極めて強く、そこでは資本市場の効率性を前提にファイナンス理論が基礎理論として採用されている（Watts and Zimmerman, 1986）。多くの分析モデルは、左辺に株価（ないしは株価の変動）を取り、右辺の会計データによってそれを説明しようとする重回帰モデルとなっている。そうした実証的会計学は、会計基準の解釈に固執した旧来の規範的研究に対抗する形で勃興してきたものである。

そもそも会計学では、1960年代後半から70年代にかけて数理的なモデルによる会計測定論の研究が興隆している（Ijiri, 1975, Jaedicke *et al.*, 1966）。それは伝統的な制度研究を、会計情報の有用性の観点から数学を使用して厳密に表現しようとするものであった。会計測定論の研究には、情報理論との学際的研究を目指したものが存在した（西田, 1970）。そこでは、左右均衡する貸借対照表を取り上げ、各勘定科目における情報量が測定されたりしている。会計研究の数理化という会計測定論の目的は、その後ファイナンス流の資本市場理論に依拠した実証的会計学によって完成させられる。それは、会計測定論が実証的な基礎付けを持たず、抽象的なモデルの構築に終始したのに対し、資本市場ベースの実証的会計学は、株価などの実証データを使用してモデル構築を進めていったことが、大きな理由であると考えられる。

その意味で本研究は、会計学における数理的アプローチがファイナンス・ベースへと向かわなければ辿っていたであろうと考えられる「会計測定の実証研究」ないしは「実証的会計測定理論」というテーマに挑戦したものであると位置付けられる。主題にある通りである。

3. 検証すべき仮説

本稿では、情報理論に基づいた会計測定の実証研究というテーマに取り組むにあたり、「取得原価主義による損益情報のみに基づくポートフォリオ選択のモデル構築」という問題を取り上げる。そして、以下の2つの仮説を検証することにする。

仮説1

最大エントロピー原理に準拠すれば、限られた情報の許でも拡大推論によってポートフォリオ構築が可能である。

モダン・ポートフォリオ理論では、期待効用を定めた上で、ポートフォリオ投資のリスクを各証券がもたらすリターンの変動（ボラティリティ）で定義し、それを各有価証券固有のリスクと市場全体のリスク（システミック・リスク）に区分して全体として最適なリターンが得られるようにポートフォリオが構築される。そこには、モデルの性質上、非常に厳しい前提条件が要求される。それゆえモダン・ポートフォリオ理論の期待効用極大化という原理とは異なる最大エントロピー原理に準拠することによって、より緩やかな前提条件からでも代替的なポートフォリオ選択が可能になるのではないかというのが、仮説1である。

ところで、たとえ仮説1が検証されたとしても、ポートフォリオが構築できればどのような会計データでも構わないということにはならないであろう。限られた情報に基づく拡大推論であったとしても、より好ましい情報源が存在すると考えられるからである。例えば山本・山下(2001a, 2001b)の先行研究では、企業全体の収益性指標と金融活動指標及び生産活動指標との関係を問題にしたが、そうした指標をもとにポートフォリオを構築する場合に、より各論的な指標によるポートフォリオ選択よりもより企業活動全体にわたる指標によるポートフォリオ選択の方が、情報量が大きいと考えられる。そこで次の仮説2が立てられる。

仮説2

企業の総合収益性指標である ROE に基づくポートフォリオ選択は、より個別的な財務指標によるポートフォリオ選択よりも情報量大きい

総合的な収益性指標としては限界のある ROE ではあるが、それでも金融活動や生産活動に関わる他の指標よりも情報量が大きいだろうと推測される。それが、仮説2である。なお、ROE と比較すべき金融活動の指標として IC を、生産活動の指標として労働生産性を、本研究では使用する。

4. 情報量とエントロピー・モデル

人間や組織における情報処理過程を考える際、「情報のあいまいさ」を避けて通ることはできない。なぜならば、人間や組織のコミュニケーションを通して流れる情報には、ほとんどの場合「何らかのあいまいさ」が介在しているためである（山下，2001）。このような人間や組織の情報処理過程におけるあいまいさを捉えるときに、しばしば「エントロピー」という概念が用いられる。このエントロピー E は(1)式のように表され、シャノンの情報理論においては「情報量」として位置付けられるものである。

$$E = - \sum_{i=1}^n p_i \cdot \log p_i \quad (1)$$

ただし、 i ：対象（代替案，サンプル）， p ：選択確率

これにより、不確実な現実に対して、その不確実さの程度を知ることが可能になると同時に、その事象が生じたことを知ることによって期待される情報量の大きさが計量化されるのである。

(1)式の情報量は、ある1時点の状態を取り扱った「静的」な指標であるが、これを2時点の変化を捉える「動的」な指標へと拡張したものがK-L情報量である。ここで、事前確率を p_{1i} 、事後確率を p_{2i} とすれば、K-L情報量 K は(2)式のように表される。

$$K = \sum_{i=1}^n p_{2i} \cdot \log p_{2i}/p_{1i} \quad (2)$$

K-L情報量は、事前情報（本研究ではバブル崩壊前：1989年度の財務指標値）を知ったもとで事後情報（本研究ではバブル崩壊後：1991年度の財務指標値）を知ることによって得られる情報量を意味し、事前確率分布と事後確率分布との間の乖離の大きさを表すものである。

ここで、我々が複雑かつあいまいな現実の世界の中で、与えられた証拠を基礎にして何らかの意思決定を行う場面を考えてみることにする。その際、与えられた証拠が十分であることは、ごくまれなことであり、ほとんどの場合は不十分な証拠から何らかの意思決定を行うことになる。追加的な証拠を収集するためには、場合によって大きな取引費用がかかってしまうからである。このように証拠が不十分であることが、意思決定の際のあいまいさをもたらすのである。

これは、与えられた証拠のみでは本来は結論が得られないような「拡大推論」の問題に相当する。本研究で取り扱う、既存の発生主義会計データによるポートフォリオ選択は、まさしくこの拡大推論の問題として位置付けられる。情報理論の枠組の中で、拡大推論における一般原理を確率論的に展開した原理として「最大エントロピー原理」がある（Klir and Folger, 1988）。これは、不十分な証拠から確率分布を推定しようとする場合、証拠が「不十分」であることを「十分に認識するために、その証拠に従ったすべての確率分布の中から最大の不確実さ（エントロピー）を持つ分布を選択しようとするものであり（山下, 1999）、熱力学の第2法則の「エントロピーの増大」の思想がその基礎となっている。そこでは、エントロピーが最大化されることで平衡状態が達成される。

例えば、意思決定を行うべき対象（代替案） i が複数（ n 個）存在し、これらの対象には証拠 x_i が与えられているとき、どのような確率でそれぞれの意思決定の対象を選択するか、という問題が考えられる。この問題に対して「エントロピー・モデル」では、与えられた証拠を制約としてエントロピーを最大化する確率分布を推定することになる。エントロピー・モデルとは、シャノンの情報理論の応用によって、人間の自由勝手な選択行動を簡潔なかたちで表現しようという意図から作成された一連のモデルの総称である。このような自由勝手な選択行動の視点を、大衆行動へと拡張（例えば市場）した場合、大衆各自の自由意思などはだれも測り知ることのできないものであり（国沢, 1975）、不確実性の高いあいまいな（エントロピーの大きい）選択を行っているように見えるわけである。

エントロピー・モデルの範疇に属するモデルの中で、最も基本的なモデルが「一因子情報路モデル」である。これは、当初、消費者行動を捉えるためのモデルとして構築され、その後、多く

の社会現象を比較的簡潔な形式で捉えるモデルとして広く用いられるようになった。このモデルの特徴は、「各銘柄（代替案）を特徴付ける特性（例えば、価格）に関する満足感」と「自由勝手な選択行動」の両面を考慮する点にある。そして、これらの両面を下記の2つの仮定（国沢, 1975, p.37）により表現している。

- ① 大衆は銘柄を選択するに当たり、できるだけ自己の金銭的支出を小さくしたい（一般的には、ある因子に関してその特性値 χ_i をなるべく小さくしたい）
- ② 大衆は銘柄を選択するに当たり、何の制約もなく各自の自由意思によって、できるだけ自由勝手な選択をしたい。

一因子情報路モデルでは、前者の仮定①を(3)式の平均特性値 L によって、後者の仮定②を(4)式のエントロピー E によって、それぞれ捉えている。

$$L = \sum_{i=1}^n p_i \cdot \chi_i \quad (3)$$

$$E = - \sum_{i=1}^n p_i \cdot \log p_i \quad (4)$$

ただし、 i : 銘柄, χ : 特性値

そして、(3)式と(4)式の両面を考慮して、平均特性値 L をなるべく小さく、エントロピー E を大きくするために、ラグランジュの未定乗数 λ を用いて、(5)式のように定式化している。

$$R = E/L - \lambda \left(\sum_{i=1}^n p_i - 1 \right) \rightarrow \max \quad (5)$$

(5)式は p_i に関して上に凸であるため、 R の最大値は(5)式を p_i で偏微分して0とおいた方程式を満足する。そこで、 R を p_i で偏微分して0とおき、式を整理することにより、

$$p_i = w^{-\chi_i} \quad (6)$$

$$\text{ただし、} w = e^\lambda \quad (7)$$

が得られる。さらに、選択確率の和が1であることを利用して、

$$\sum_{i=1}^n w^{-\chi_i} = 1 \quad (8)$$

を満たす w を数値的に求め、それを(6)式に代入することにより、(5)式を満足する選択確率 p_i を求めることができる。

これによれば、制約条件として考慮した要因以外の、無数の要因の階層的で交互作用的でしかも偶然的な影響を、エントロピー最大化という、極めて単純な基準で表現することができるため、簡潔な形式でモデルを構築することが可能となるのである（山下, 2002）。

5. 一因子情報路モデルにおける「自由勝手な選択行動」とエントロピー

上記のように、現実の複雑で偶然的な社会現象に対して、エントロピーの側面からのアプローチを行おうとするモデルが「エントロピー・モデル」である。一連のエントロピー・モデルにおいて共通した考え方は、国沢（1975, p. 36）によれば、「社会現象、たとえば大衆の行動を観察すると、大衆の持っている思惑によって巨視的には規制を受けつつ、結局は大衆の自由行動への欲望のためエントロピーの増大という方向に流される」というところにある。エントロピー・モデルは、確率を基礎としているという意味から、人間の情報処理過程の「偶然性」をエントロピーにより捉えたモデルとして位置付けることができる。

ここでは、最も代表的なエントロピー・モデルである一因子情報路モデルにおける「人間の自由勝手な選択行動とエントロピーとの関係」について山下（2002）の議論を紹介していくことにする。これにより、「エントロピー」であるがゆえに「あいまい」であったエントロピー・モデルの特徴を、多少なりともわかりやすいものにすることができるのではないかとと思われる。

一因子情報路モデルは、人間の意思決定の際に影響を及ぼす無数の因子の中から、分析の主眼となる（特徴的あるいは重要な）1つの因子のみに注目したモデルである。この「1つの因子に注目した意思決定」は、前述の仮定①によって表現されている。したがって、このモデルにおいては、仮定①に従った意思決定を、「合理的な意思決定」として捉えている。

しかし、そのみでは、現実のバラツキを持った人間の自由勝手な選択行動を模写することはできない。そこで、現実との乖離を埋めるために、仮定②を設定しているのである。仮定②に従った選択行動は、意思決定の際のあいまいさが大きいという意味から「エントロピー」により定式化されている。この点において、仮定②がエントロピーを用いたモデルの特徴を端的に表しているということになる。そこで、一因子情報路モデルは、仮定①で注目した一因子に対して、エントロピーというもう1つの指標を対立させたモデルとして位置付けられる（山下・尾関, 1993）。

ここで、上記の「自由勝手な選択行動」と「エントロピー」についてももう少し掘り下げて考えてみると、注目した1因子以外のさまざまな因子が選択行動に対して及ぼす影響が、エントロピーという1つの指標によって表現されていることがわかる。なぜなら、分析対象となる選択行動が、本当に1つの因子のみによって決定されるとすれば、仮定①のみで十分だからである。それは、注目した一因子のみでは表現しきれない他のさまざまな因子の影響を「一まとめ」にしてエントロピーにより表しているという見方を意味する。

そこで山下（2002）は、一因子情報路モデルが次のような場合に有効であることを指摘している。

- a) 注目した一因子がそれ以外のすべての因子に比較して特に重要な場合
- b) 一因子以外には、何が選択行動に影響を与える要因であるかはっきりしない場合

- c) 一因子以外には、データを得ることが困難な場合
- d) 「仮に一因子のみに注目した場合」という仮定のもとで、選択行動の分析を行いたい場合

本研究で取り扱う問題は、c)及びd)の場合に相当する。したがって、限定された情報（会計データ）のみを用いてポートフォリオ分析を行う本研究にとって、一因子情報路モデルに基づく定式化は、その問題設定に適したアプローチであると考えられる。それゆえ、次の「問題の定式化」では一因子情報路モデルを基礎にしたアプローチを考えていくことにする。

6. 問題の定式化

本研究は、バブル崩壊前後（1989年度と1991年度）の会計データから、銘柄選択確率を推定し（ステップ1）、その選択行動を知ることによって期待される情報量（ステップ2）、及びバブル崩壊前後の選択行動の変化を知ることによって得られる情報量（ステップ3）を、シャノンの情報理論に基づき定式化する。

〈Step 1〉

まず、使用記号についてであるが、銘柄(企業)を i 、財務指標を j とし、1989年度と1991年度の各財務指標値をそれぞれ x_{1ij} 、 x_{2ij} で表すことにする。また、財務指標 j のみに注目した場合の銘柄 i に対する選択確率を、 p_{1ij} (1989年度)、 p_{2ij} (1991年度) とする。

ここで、一因子情報路モデルにしたがい、投資家の銘柄選択行動に対して次のような2つの仮定を設定する。

- ①' 投資家は銘柄を選択するに当たり、できるだけ財務指標値の優れた銘柄を選択したい。
- ②' 投資家は銘柄を選択するに当たり、何の制約もなく各自の自由意思によって、できるだけ自由勝手な投資をしたい。

この仮定①'は、個々の投資家が自己の投資成果を極大化するように行動するということであり、仮定②'は、個々の投資家が原子論的にかつ価格受容者として行動するということであるから、エントロピー最大化によって達成される平衡状態は、経済学やファイナンスにおける市場均衡に相当すると考えることができるかもしれない。ただし、厳密な効用関数や効率的資本市場仮説、さらには取引費用ゼロといったタイトな仮定を要求する訳ではなく、人間行動のモデルとしてはより一般的でヒューリスティックな仮定であることを記しておきたい。そうして達成される平衡状態は、市場均衡のような安定的なものではなく、あくまでも仮想的なものである。

次に、それぞれ仮定①'を(9)式の平均特性値 L_{ij} ($t=1$:1989年度、 $t=2$:1991年度)によっ

て、また仮定②'を(10)式のエントロピー E_{ij} によって捉えることにする。

$$L_{ij} = \sum_{i=1}^n p_{ij} \cdot \chi_{ij} \quad (9)$$

$$E_{ij} = - \sum_{i=1}^n p_{ij} \cdot \log p_{ij} \quad (10)$$

このとき、仮定①'と仮定②'の両面を考慮すれば、(9)式をなるべく小さく、(10)式をなるべく大きくするように、(11)式の最大化問題を考えることができる。

$$R_{ij} = E_{ij}/L_{ij} - \lambda_{ij} (\sum_{i=1}^n p_{ij} - 1) \rightarrow \max \quad (11)$$

一因子情報路モデルと同様に、(11)式は上に凸であるため、(11)式を p_{ij} で偏微分して0とおき、式を整理することにより、(12)式が得られる。

$$p_{ij} = w_{ij}^{-\chi_{ij}} \quad (12)$$

$$\text{ただし、} w_{ij} = e^{\lambda_{ij}} \quad (13)$$

さらに、(12)式の和が1であることを利用して、(14)式を満たす w_{ij} を数値的に求め、それを(12)式に代入することにより、(11)式を満足する選択確率 p_{ij} を推定することができる。

$$\sum_{i=1}^n w_{ij}^{-\chi_{ij}} = 1 \quad (14)$$

〈Step 2〉

次に、財務指標 j のみ(1因子)に注目した場合の銘柄選択行動を知ることによって期待される情報量の大きさを考えることにする。このとき、ステップ1において銘柄選択確率が推定されているため、 t 時点での財務指標 j のみに注目した場合の銘柄選択行動から得られる情報量 I_{ij} は、シャノンの情報理論にしたがえば、

$$I_{ij} = - \sum_{i=1}^n p_{ij} \cdot \log p_{ij} \quad (15)$$

となる。これは、(1)式のエントロピー E と基本的に一致する。

〈Step 3〉

バブル時→バブル崩壊時において、銘柄選択行動の変化からどれだけの情報量が得られたのであろうか？ この問題は、事前情報(バブル時の銘柄選択行動)を知ったもとで事後情報(バブル崩壊時の銘柄選択行動)を知ることによって得られる情報量(西田・竹田(1978)は、これを「獲得情報量」と呼んでいる)という意味において、K-L情報量(Kullback, 1959)に相当するものである。したがって、ここでの獲得情報量は、次のように定式化される。

$$K_j = \sum_{i=1}^n p_{2ij} \cdot \log p_{2ij}/p_{1ij} \quad (16)$$

この K_j の値が大きいほど、バブル崩壊前後の銘柄選択行動の変化から得られる情報量が大きく、その間の乖離が大きい財務指標であると考えることができる。

7. 実証分析

7.1 使用データ

本研究では、既存の会計データのみを用いてバブル崩壊前後のポートフォリオ選択行動を分析するために、1989年度（バブル崩壊前； $t = 1$ ）及び1991年度（バブル崩壊後； $t = 2$ ）に関して、下記のような会計データを収集した。

- ① 財務指標：山本・山下（2001a, 2001b）で採用した9指標のうち、下記の3指標
 - $j = 1$: ROE（株主資本当期純利益率）
 - $j = 2$: IC（インタレスト・カバレッジ）
 - $j = 3$: 労働生産性（一人当たり付加価値）
- ② サンプル企業：山本・山下（2001a, 2001b）と同じように各産業6社ずつ6産業で計36社
- ③ 決算日：山本・山下（2001a, 2001b）で使用した6決算日のうち、1990年3月31日（1989会計年度）及び1992年3月31日（1991会計年度）の2時点

ここで、実証分析に使用した財務指標について、それぞれの内容をもう一度説明しておく、まずROEは、株主重視経営の観点から収益性の指標として頻繁に使用されている。その特徴は、計算が簡便であり、他のさまざまな収益率や利子率とも比較しやすいことがあげられる。先行研究同様、今回も使用したデータベースは、すべて東洋経済新報社『会社財務カルテ』1994年度版である。そこでは、ROEは、

$$\text{ROE} = \text{当期純利益} \div [\text{期首} \cdot \text{期末平均}] \text{株主資本} \times 100$$

として算出・掲載されており、その値をそのまま実証分析に使用した。単位は%である。ただしROEには、負債のレバレッジを利かせれば、株主資本の増加なしにその収益率が向上することなどの問題点が存在する。そのような制約はあるものの、他の条件が同じであれば、ROEが高いほど収益性はよくなる。

ROEによるポートフォリオ選択の可能性としてまず考えられるのは、株式ポートフォリオであろう。株式のパフォーマンスを評価するための財務指標としては、PERやPCFR、PBR、EV/EBITDA倍率などさまざまなものが開発されているが、すべて株式の時価情報を必要とし、非上場の株式には適用できないという問題が存在する（モダン・ポートフォリオ理論についても同様）。さらにROEによるポートフォリオ選択の可能性としては、社債やエクイティなどの投

資（公募のみならず私募を含む）、貸付金などによる融資（長期・短期）の意思決定が考えられる。

次のICは、利払いなどの金融費用の支払い原資となる事業利益が、金融費用に対して何倍くらいあるかを表している。この指標もデータベースに収録されており、そこでは、

$$IC = \text{事業利益} \div \text{金融費用}$$

という計算式で算出されている。その意味するところは、負債金融を行ったときに発生する負債の資金コストに対し、本業における事業利益が何倍を付けているかということである。したがって単位は、倍である。もともとは収益性と区分される企業の金融活動の指標として採択されたもので、分母・分子ともに発生主義（取得原価主義）による損益計算書データが採用されている。この指標が高ければ、資金調達に対する本業利益の余裕度が大きくなる。収益性指標同様、キャッシュ・フロー計算書のデータを使用した方が好ましいと今では考えられる指標である。

ICによるポートフォリオ選択として考えられるのは、負債金融であるから、社債への投資や貸付金による融資などであろう。とりわけ銀行などの金融機関による中小企業への間接金融の意思決定に有用であろうと考えられる。

最後の労働生産性は、データベースでは、

$$\text{労働生産性} = \text{付加価値額} \div ([\text{期首} \cdot \text{期末平均}] \text{従業員数} + [\text{期首} \cdot \text{期末平均}] \text{役員数}) \times 100$$

ただし、

$$\begin{aligned} \text{付加価値額} = & \text{当期純利益} + \text{人件費} + \text{金融費用} + \text{賃借料} + \text{特許権使用料} + \text{物品税} \\ & + \text{租税公課} + \text{事業税等} + \text{法人税及び住民税} + \text{減価償却実施額} \end{aligned}$$

で計算されている。付加価値額は、その企業が1年間に自ら付加し創造した価値であり、その総額を企業の人数で除した労働生産性は、企業の生産性に関わる最もポピュラーな財務指標となっている。使用したデータベースでは、1,000円単位で計算されている。金額表示であるものの、1人あたりの指標となっており、%表示のROE、倍率表示のICともども、単純な企業間比較が可能になっている。なおICが金融活動を示す指標であるのに対し、労働生産性は企業の生産活動を示す指標である。当然のことながら他の指標同様貸借対照表及び損益計算書という伝統的な財務諸表により算出可能な発生主義の指標である。この指標は、それ自体によるポートフォリオ選択というよりは、むしろ他の2指標との比較という意味合いで採用している。

以前に行った山本・山下（2001a, 2001b）では、財務データの分析において株式時価総額などの時価情報やフリー・キャッシュ・フローといったキャッシュ・フロー情報を使用していたが、今回の分析では、あえて伝統的な発生主義会計による取得原価情報のみ限定していることが特徴である。その理由は、繰り返しになるが伝統的な財務指標によってポートフォリオを構築することができるならば、その適用可能性がより大きくなるものと期待されるからである。さらに上記3指標は、すべて個別決算値であることも付記しておきたい。

また、企業*i*については、以下の36社を選択している。

i = 1:大成建設, 2:大林組, 3:清水建設, 4:錢高組, 5:西松建設, 6:奥村組, 7:新日本製鉄, 8:川崎製鉄, 9:NKK, 10:住友金属工業, 11:神戸製鋼所, 12:日新製鋼, 13:日立製作所, 14:東芝, 15:三菱電機, 16:NEC, 17:松下電器産業, 18:ソニー, 19:伊藤忠商事, 20:丸紅, 21:トーメン, 22:三井物産, 23:住友商事, 24:三菱商事, 25:東京電力, 26:中部電力, 27:関西電力, 28:中国電力, 29:東北電力, 30:九州電力, 31:三井不動産, 32:三菱地所, 33:阪急不動産, 44:大和団地, 35:住友不動産, 36:小田急不動産

ちなみに山本・山下(2001a, 2001b)では、バブル経済の影響を強く受けたと考えられる産業として、建設、商社、不動産をとり、それらと比較するために、バブル経済の影響をそれほど受けていないと考えられる産業として鉄鋼、電機、電力を選択した。そして各産業とも、サンプル数を揃えるため、対象となる期間において決算日の変更を行っていない6社を証券コード順に抽出したのである。データの整合性の観点から、ポートフォリオ構築にあたり今回も同一企業を採用している。

そして決算日であるが、1つはバブル経済の最盛期ともいえる1989会計年度をとり、これと比較するためにバブル崩壊が明確になった1991会計年度の2期を使用している。採用した企業の決算日は、すべて翌年3月31日となっている。以前の研究では、バブル経済初期から最盛期、崩壊後へという一連の時系列的変化に注目したが、今回の研究では特定の時点におけるポートフォリオ構築を問題にしているため、あえて2期のみを取り上げることにした。これによって、比較静的な観点からバブル崩壊後における情報量の変化を求めることが可能になるからである。

7.2 分析方法

本研究の分析モデルは、前述のように3つのステップから構成されている。これを図示すると、図1のような分析フローとなる。

上記の2時点・3指標・36社の財務指標値をもとに、財務指標*j*のみに注目した場合の銘柄選択確率を、(12)式及び(14)式により推定する。実際には、投資家は非常に多くの要因を考慮して意思決定を行っているため、1つの指標のみに注目した場合の選択確率を知ることはできないが、前述の仮定①'と②'を設定することにより、強引にこれを推定するのである。これにより、市場では決して観測することのできない、1因子(財務指標)のみに注目した場合の銘柄選択確率 p_{ij} を推測することが可能となる。

ただし一因子情報路モデルでは、特性値 χ_{ij} (例えば、価格)は小さい方が好ましいが、本研究で用いる3つの財務指標はその値が大きい方が好ましいため、(17)式のように各財務指標値 z_{ij} の逆数を取り、この逆数を χ_{ij} として分析を行うことにする。

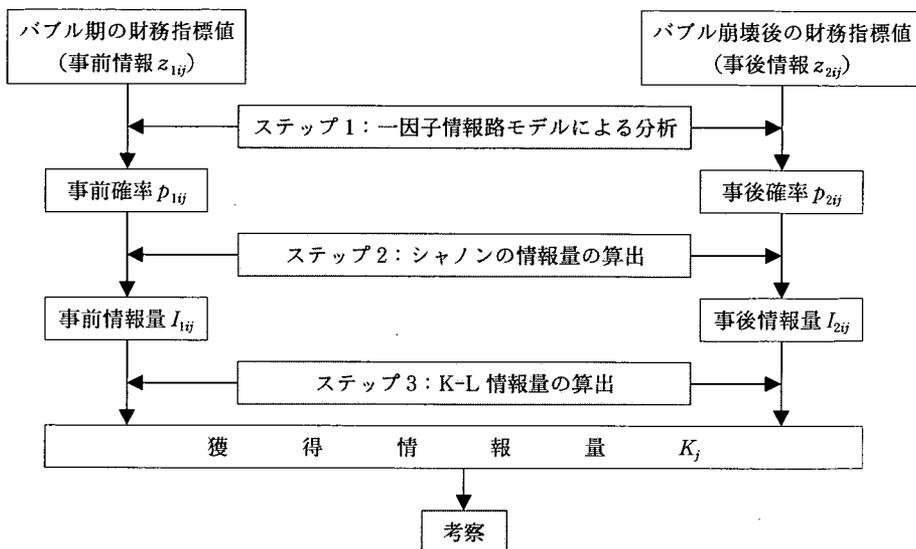


図1 本研究の分析フロー

$$\chi_{ij} = 1/z_{ij} \quad (17)$$

ここまでの作業が、前述のステップ1に該当し、これによって仮説1の妥当性が検証されることになる。

次に、ステップ1で推定した銘柄選択確率 p_{ij} を用いて、(15)式により、銘柄選択行動を知ることによって期待される、バブル崩壊前後それぞれの情報量 I_{ij} を算出する。このステップ2の作業により、 t 時点での j 指標のみに注目した場合の銘柄選択行動から得られる情報量の大きさを定量的に把握することができる。

ステップ2で算出した情報量 I_{ij} は、 t 時点での「静的」なものであったが、ステップ3ではバブル崩壊前後の銘柄選択行動の変化によって新たに獲得する情報量（獲得情報量）を算出する。この獲得情報量は K-L 情報量に相当するため、(16)式にステップ1で推定した銘柄選択確率 p_{ij} を代入することにより、事前情報（バブル時の銘柄選択行動）を知ったもとで事後情報（バブル崩壊時の銘柄選択行動）を知ることによって新たに得られる獲得情報量の大きさを財務指標 j 別に把握する（ステップ3）。ステップ2及びステップ3の結果によって、仮説2が検証される。

8. 分析結果とその考察

上記の分析結果は、ステップ1によって得られた財務指標 j 別の銘柄選択確率の推定値 (p_{ij}) が表1（1990年3月決算期）及び表2（1992年3月決算期）に、またステップ2とステップ3から得られた情報量（シャノンの情報量, I_{ij} ）と獲得情報量（K-L 情報量, K_j ）が表3に、それぞれ示されている。なお表1及び表2には、参考のため使用データ (z_{1ij} , z_{2ij}) についても表示さ

表1 1990年3月決算による財務指標別のポートフォリオ選択確率

社名	選 択 確 率			会 計 デ ー タ		
	ROE	IC	労働生産性	ROE	IC	労働生産性
大成建設	0.020853	0.053711	0.000561	7.91	5.57	21867
大林組	0.059050	0.027014	0.001076	10.82	4.51	23952
清水建設	0.054473	0.106092	0.002534	10.52	7.26	27383
銭高組	0.015971	0.020123	0.000026	7.40	4.17	15488
西松建設	0.010296	0.047355	0.000000	6.69	5.34	11112
奥村組	0.012530	0.173214	0.000001	6.99	9.29	11283
新日本製鐵	0.095247	0.013913	0.000032	13.02	3.81	15810
川崎製鉄	0.058588	0.009655	0.000508	10.79	3.51	21581
N K K	0.024790	0.001097	0.000192	8.28	2.39	19128
住友金属工業	0.013166	0.014386	0.000123	7.07	3.84	18174
神戸製鋼所	0.012687	0.000765	0.000027	7.01	2.27	15563
日新製鋼	0.150583	0.078168	0.001266	16.17	6.39	24536
日立製作所	0.040670	0.129894	0.000001	9.56	7.98	12139
東芝	0.063577	0.065336	0.000002	11.11	5.97	12372
三菱電機	0.048990	0.089870	0.000021	10.15	6.76	15208
N E C	0.051931	0.015192	0.000017	10.35	3.89	14937
松下電器産業	0.020346	0.093405	0.000067	7.86	6.87	17031
ソニー	0.007286	0.037985	0.000086	6.22	4.98	17495
伊藤忠商事	0.002010	0.000003	0.031734	4.93	1.28	47442
丸紅	0.000604	0.000003	0.024504	4.13	1.28	44135
トーマン	0.003343	0.000001	0.008681	5.37	1.19	34486
三井物産	0.003273	0.000003	0.018303	5.35	1.28	40916
住友商事	0.013737	0.000010	0.043185	7.14	1.41	52094
三菱商事	0.025683	0.000003	0.065330	8.36	1.27	59998
三井不動産	0.014321	0.000609	0.269480	7.21	2.20	124836
三菱地所	0.066113	0.016189	0.162389	11.27	3.95	90052
阪急不動産	0.003134	0.001036	0.025796	5.31	2.37	44755
大和団地	0.030116	0.003853	0.005400	8.74	2.93	31351
住友不動産	0.021160	0.000841	0.213303	7.94	2.30	105947
小田急不動産	0.036793	0.000082	0.000404	9.27	1.73	20948
東京電力	0.003273	0.000007	0.041864	5.35	1.38	51584
中部電力	0.002274	0.000038	0.018784	5.03	1.60	41183
関西電力	0.004266	0.000046	0.018450	5.61	1.63	40998
中国電力	0.001699	0.000013	0.013937	4.80	1.45	38307
東北電力	0.004266	0.000062	0.011063	5.61	1.68	36343
九州電力	0.002902	0.000029	0.020851	5.24	1.56	42294
平均値	0.027778	0.027778	0.027778	7.9050	3.5358	35075.78
標準偏差	0.031736	0.043505	0.060654	2.6685	2.2613	26154.21

れている。

本研究の提案モデルによる分析から得られたサンプル企業に対する選択確率（表1及び表2）を見ると、財務指標値に比較して、サンプル企業間のバラツキが大きくなっていることがわかる。それは、少数の好ましい企業に選択確率が集中し、それ以外の企業には0に近い選択確率が与え

表2 1992年3月決算による財務指標別のポートフォリオ選択確率

社名	選 択 確 率			会 計 デ ー タ		
	ROE	IC	労働生産性	ROE	IC	労働生産性
大成建設	0.093790	0.078140	0.001632	11.38	5.21	27377
大林組	0.055415	0.006409	0.002163	9.31	2.63	28634
清水建設	0.147658	0.064669	0.008229	14.08	4.85	36603
銭高組	0.075603	0.003683	0.000152	10.43	2.37	19982
西松建設	0.093400	0.240493	0.000003	11.36	9.32	13722
奥村組	0.053360	0.329394	0.000002	9.19	11.96	13474
新日本製鐵	0.053872	0.003428	0.000173	9.22	2.34	20280
川崎製鉄	0.003052	0.001635	0.000176	4.65	2.07	20319
NKK	0.029580	0.000062	0.000126	7.65	1.37	19560
住友金属工業	0.001717	0.003428	0.000024	4.23	2.34	16514
神戸製鋼所	0.020175	0.000887	0.000053	6.90	1.89	17859
日新製鋼	0.000518	0.049882	0.000099	3.56	4.43	19046
日立製作所	0.009317	0.069461	0.000001	5.76	4.98	12187
東芝	0.001472	0.009620	0.000000	4.13	2.86	11452
三菱電機	0.003489	0.018975	0.000005	4.76	3.35	14328
NEC	0.002722	0.003428	0.000002	4.56	2.34	13274
松下電器産業	0.005465	0.107292	0.000013	5.17	5.95	15597
ソニー	0.000000	0.000029	0.000024	1.70	1.27	16521
伊藤忠商事	0.000043	0.000005	0.047305	2.68	1.08	57585
丸紅	0.000790	0.000012	0.027827	3.77	1.17	49054
トメソン	0.000760	0.000005	0.015214	3.75	1.09	41978
三井物産	0.001769	0.000012	0.033456	4.25	1.17	51714
住友商事	0.007875	0.000105	0.023912	5.56	1.45	47062
三菱商事	0.023369	0.000020	0.056321	7.17	1.23	61077
三井不動産	0.010900	0.000261	0.268296	5.96	1.61	133544
三菱地所	0.073178	0.005470	0.190065	10.30	2.55	105818
阪急不動産	0.003448	0.000369	0.027373	4.75	1.68	48830
大和団地	0.016686	0.000335	0.000120	6.58	1.66	19468
住友不動産	0.028768	0.000792	0.154633	7.59	1.86	94123
小田急不動産	0.008797	0.000024	0.000256	5.69	1.25	21247
東京電力	0.006822	0.000026	0.043947	5.40	1.26	56228
中部電力	0.022279	0.000236	0.022798	7.08	1.59	46468
関西電力	0.021922	0.000180	0.021073	7.05	1.54	45521
中国電力	0.036712	0.000386	0.016507	8.15	1.69	42812
東北電力	0.058365	0.000677	0.012375	9.48	1.82	40004
九州電力	0.026912	0.000170	0.025644	7.45	1.53	47960
平均値	0.027778	0.027778	0.027778	6.6861	2.7433	37422.83
標準偏差	0.034350	0.069334	0.057855	2.7676	2.3457	27741.55

られているためである。この結果は、財務指標値の大きい企業に対してより多くの投資を行おうとする銘柄選択行動と整合的であり、「拡大推論」という厄介な問題に対して現実に即した解が与えられていることを示している。ちなみに、36社すべてに均等に投資を行ったとすると、1社あたりの選択確率は、0.027778となる。

表3 各決算期のシャノン情報量と両決算期間の K-L 情報量

決算期	シャノン情報量 (ビット)			K-L 情報量		
	ROE	IC	労働生産性	ROE	IC	労働生産性
1990年3月	4.410682	3.714679	3.243731	1.456965	0.669744	0.058406
1992年3月	4.235498	2.834860	3.352025			

そこで表1を具体的に見ていくと、1990年3月決算期においてそれぞれの財務指標のみをもとにポートフォリオを構築したときの選択確率が算出されている。同様に表2では、1992年3月決算期のポートフォリオ選択が表示されている。これらのことから、最大エントロピー原理によってポートフォリオ構築が可能であることがわかる。よって表1及び表2から、仮説1が支持されたということが出来る。

また表3のシャノン情報量は、各決算期におけるポートフォリオ全体の情報量を示している。単位はビットである。これを見れば明らかのように、同一期における各指標ベースのポートフォリオではROEが最も情報量が大きくなっている。それゆえ表3から、仮説2が支持されたことがわかる。なお、1990年から1992年にかけてROE及びICに基づくポートフォリオの情報量が減少している。これは、バブル崩壊後景気が悪化し、指標の値そのものが低下したからである。

さらに表3のK-L情報量においても同様の結果が表れている。これより、金融活動の指標であるICや生産活動の指標である労働生産性よりも、企業の総合収益性指標であるROEによるポートフォリオ選択の方が情報量の大きいことが理解される。なお労働生産性はバブルの崩壊前後を通じて安定しているため、K-L情報量が小さくなっている。

以上、限られた情報の中でポートフォリオ選択を行わなければならないとするならば、ROEに基づく意思決定が相対的により有効であることが、本研究で明らかになった。

9. む す び

ファイナンス理論は、証券（とりわけ株式）についてそのリスクとリターンを測定することによって精緻なポートフォリオ選択のモデルを構築してきた。ただしそのようなファイナンス理論が有効であるためには、効率的な資本市場が整備されており、そこで企業の証券が自由に取引されなければならない。そのような、情報コストを含めた取引費用ゼロという条件が該当するのは、上場企業のみであろう。これに対し圧倒的多数の企業は、非上場の中小企業であり、効率的な取引市場が存在しないため、そうした企業（の証券）についてポートフォリオ選択を行うためには、大きな取引費用がかかってしまい、モダン・ポートフォリオ理論が適用できないという問題に直面する。

本稿では、山本と山下による一連の共同研究の延長線上に、これまでと同じデータを使用しながら単一の会計情報のみによるポートフォリオ構築の可能性について実証的に検討してきた。すでに見てきたように、エントロピー最大化という原理によってポートフォリオ構築が可能である

ことがわかった(仮説1の検証)。モダン・ポートフォリオ理論は、各証券がもたらすリターンの変動(ボラティリティ)をリスクと捉え、そのリスクを確率論的に分析するモデルを構築してきた。これに対し決定論的な離散データである会計情報について、そのエントロピーを最大化させるという基準によって、あたかも資本市場が存在するように分散投資を行う際の選択確率が求められた。それによって、モダン・ポートフォリオ理論とは異なる方法でリスクを取り込んだ分析モデルが構築されたのである。それが、最大エントロピー原理に基づく情報理論アプローチであり、そこでの拡大推論は、仮想的な資本市場における確率的な意思決定を支援するものである。

しかも本稿における分析では、ROE, IC, 労働生産性といった伝統的な発生主義会計による指標のみを使用した。これらの指標は、近年の国際会計基準の特徴である連結決算、時価評価、キャッシュ・フロー計算書の対極にある。すなわち個別決算であり、取得原価評価でありキャッシュ・フロー計算書を必要としない(貸借対照表及び損益計算書のみによる)情報である。その意味で、国際会計基準への対応がうまくなされていない中小企業の分析においても、十分に有効である。中でも、ROEに基づくポートフォリオ選択が最も情報量が大きかったという分析結果は、注目に値する(仮説2の検証)。

本稿における分析モデルは、複数の非上場企業に対し、ベンチャー・キャピタルが投資を行ったり、銀行が融資を行う際に、伝統的な発生主義による会計データ(貸借対照表と損益計算書)のみによってどのようにポートフォリオ(すなわち各企業への投融資比率)を決定すればよいかについて示唆を与えてくれるものである。ROEによる分析は、あくまで試論的なものであり、この成果をそのまま一般化することには無理があるかもしれない。けれども、モダン・ポートフォリオ理論の適用には厳しい制約が課せられる以上、本稿の分析モデルによるポートフォリオ構築が有効性を発揮する局面は極めて広いといえる。

情報理論におけるエントロピー最大化という原理は、まさに会計測定理論の実証分析に大きな可能性を与えてくれるものであることが判明した。今後、情報理論の成果を活用しながらより多元的な分析モデルへと拡張するとともに、実証研究を積み重ねてより有効な財務指標を厳選することによって、資本市場が制度的に成立しえないような状況での財務意思決定(例えば、今回のようなポートフォリオ選択)にも有効な計量分析モデルの開発を進めていきたい。

引用文献

- Beaver, W. H. 2002: "Perspectives on Recent Capital Market Research," *The Accounting Review*, Vol. 77, No. 2, pp. 453-474.
- Fama, E. F. 1970: "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work", *Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2, pp. 383-417.
- Ijiri, Y. 1975: *Theory of Accounting Measurement*, American Accounting Association.
- Jaedicke, R. K., Ijiri, Y. and Nielsen, O. eds. 1966: *Research in Accounting Measurement*, American Accounting Association.
- Klir, G. J. and Folger, T. A. 1988: *Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information*, Prentice-Hall.

- Kullback, S. 1959: *Information Theory and Statistics*, John Wiley.
- 国沢清典 1975: 『エントロピー・モデル』日科技連.
- Markowitz, H. M. 1956: *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment*, John Wiley.
- 西田俊夫 1970: 「会計情報システムと情報理論」吉田寛編『会計情報システムの基礎理論』日本経営出版会, pp.91-132.
- 西田俊夫・竹田英二 1978: 『ファジィ集合とその応用』森北出版.
- 渡辺茂 1994: 『ROE〔株主資本利益率〕革命』東洋経済新報社.
- Watts, R. L. and Zimmerman, J. L. 1986: *Positive Accounting Theory*, Prentice-Hall.
- 山本昌弘 2002: 『多元的評価と国際会計の理論』文眞堂.
- 山本昌弘・山下洋史 2001a: 「多変量解析モデルによるバブル期の財務データ分析」『明治大学社会科学研究所紀要』 Vol. 39, No. 2, pp. 287-303.
- 山本昌弘・山下洋史 2001b: 「バブル期の収益性分析に関する交互最小二乗モデル」『明大商学論叢』 Vol. 83, No. 4, pp. 41-54.
- 山本昌弘・山下洋史 2002: 「労働条件に関する『余裕-代替性』の分析モデル」『明大商学論叢』 Vol. 84, No. 4, pp. 39-52.
- 山下洋史 1996: 『人的資源管理の理論と実際』東京経済情報出版.
- 山下洋史 1999: 「ファジィ・エントロピーを用いた情報管理モデル」『明大商学論叢』 Vol. 81, No. 1・2, pp. 235-254.
- 山下洋史 2001: 「ファジィ・エントロピーを用いた多因子情報路モデル」『明大商学論叢』 Vol. 83, No. 1, pp. 167-183.
- 山下洋史 2002: 「エントロピー・モデルにおけるエントロピーの役割」『明大商学論叢』 Vol. 84, No. 2, pp. 71-88.
- 山下洋史・尾関守 1993: 「ファジィ・エントロピーを用いた一因子情報路モデル」『経営情報学会春季大会予稿集』 pp. 191-194.