

アメリカの日次イールドデータを用いたNelson-Siegelモデルの推定

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 明治大学政治経済研究所 公開日: 2024-05-30 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 関根, 篤史 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10291/0002000462

アメリカの日次イールドデータを用いた Nelson-Siegel モデルの推定

関 根 篤 史*

《論文要旨》

コロナショック以降、世界各国においてインフレ率が大きく上昇した。アメリカの中央銀行にあたる Federal Reserve はこのインフレ率の急激な上昇を抑制するため、政策金利を大幅に引き上げた。一般的に、中央銀行による政策金利の変動が国債の利回りに大きく影響を与えると考えられる。本研究では、Federal Reserve による政策金利の大幅な引き上げがアメリカのイールドカーブにどのような影響を与えたのかについて分析を行う。ここでは、アメリカの日次イールドデータを使い、古典的最小二乗法と非線形最小二乗法の二つの方法を用いて、Nelson-Siegel (1987) モデルの推定を行い、イールドカーブとその各ファクターが Federal Reserve によるゼロ金利政策の解除前後でどの程度変化したのかについて分析を行う。分析の結果は以下の通りである。2000 年から 2021 年にかけて水準の推定値は下落したが、2022 年においては政策金利の上昇とともに上昇したことが分かった。2020 年においてはイールドカーブが低くフラットな形状であったが、2022 年以降各年限の利回りが上昇するのに伴い、イールドカーブは上昇した。一方で短期金利が長期金利を上回る逆イールドが観察された。この逆イールドを持つイールドカーブの推定については、非線形最小二乗法による推定の方が、古典的最小二乗法と比較して、最小二乗誤差の観点からより推定精度が上がることが分かった。次に、Federal Reserve が 2020 年 3 月から行っていたゼロ金利政策が 2023 年 3 月に解除された後の政策金利の上昇がイールドカーブファクターにどのような影響を与えたのかについて分析を行った。分析の結果、2022 年 3 月から Federal Reserve に

* 明治大学政治経済学部専任講師

より段階的な政策金利の引き上げとともに、水準の推定値だけでなく、傾きの推定値も上昇したことが分かった。Nelson-Siegel モデルにおいては、水準と傾きの和が超短期金利を表しているため、傾きの推定値の上昇がイールドカーブの先端を押し上げ、その結果として、逆イールドが観察されたと思われる。

キーワード：債券利回り，イールドカーブ，Nelson-Siegel モデル，政策金利，金融政策，逆イールド

1. はじめに

コロナショック以降、世界各国においてインフレ率が急上昇した。特にアメリカにおいては、世界各国と比較して早くからインフレ率の上昇が確認され、2021 年前半から前年と比較してインフレ率が大きく上昇した。このインフレ率の急上昇を受け、2022 年 3 月にアメリカの中央銀行にあたる Federal Reserve (以降、Fed) は政策金利であるフェデラル・ファンド・レート (FF レート) を大幅に引き上げた。一般的に、中央銀行による政策金利の変化は国債の利回りに影響を与えられとされる。よって、政策金利の変化は短期及び長期の国債の利回りに影響を与え、その結果としてイールドカーブに影響を与える可能性がある。

本研究では、アメリカの日次イールドデータを使い、Nelson-Siegel (1987) モデルを用いて、アメリカのイールドカーブの推定を行う。ここでは、Fed が大幅に FF レートを引き上げた 2022 年以降のイールドカーブが、それ以前のイールドカーブと比較して、どの程度変化したのかについて分析を行う^①。また、イールドカーブファクターである水準 (level)、傾き (slope)、曲率 (curvature) がどの程度変化したのかについて調査する。ここでは、Sekine (2022) に従い、Nelson-Siegel モデルにおける減衰ファクター (decay factor) を固定して古典的最小二乗法 (ordinary least

squares, OLS) で推定する方法と、水準、傾き、曲率だけでなく減衰ファクターも同時に推定する非線形最小二乗法 (nonlinear OLS) で推定する方法の二つの手法を用いて推定を行う。そして、この二つの推定方法で得られたイールドカーブの推定値について最小二乗誤差を計算して推計精度を比較する。さらに、これらのイールドカーブの推定値が、2022年3月のゼロ金利政策解除後のFFレートの引き上げにどの程度影響を受けたのかについて分析を行う。

古典的最小二乗法と非線形最小二乗法の二つの手法を用いて Nelson-Siegel モデルを推定した結果は以下の通りである。一つ目は、Nelson-Siegel モデルにおける水準が2000年1月において7程度であったが徐々に低下し、2022年3月にゼロ金利政策を解除するまで2程度まで下落したことである。この結果については、どちらの推計手法を用いても同じ結果が得られた。二つ目は、2022年3月にFedがゼロ金利政策を解除して以降の段階的な政策金利の引き上げに伴い、水準及び傾きの推定値が上昇したことである。一方、曲率の推定値は下落した。三つ目は、非線形最小二乗法を用いた推定は、古典的最小二乗法を用いた推定と比較して、最小二乗誤差の観点からより推定精度を高めることである。この点については、日本の日次イールドデータを用いて分析した Sekine (2022) の結果と一致する。アメリカにおいては、2022年3月以降、短期金利が長期金利を上回る逆イールドが観測された。非線形最小二乗法を用いた推定では、逆イールドを持つイールドカーブの推定においても、古典的最小二乗法と比較して推定精度が上昇することが分かった。また、Nelson-Siegel モデルにおいては、水準と傾きの和は超短期金利を表しているため、傾きの推定値が水準の推定値と共に上昇したことで、逆イールドを持つイールドカーブが観察されたと思われる。

本稿の構成は以下の通りである。第2節においては、アメリカのイールドカーブの推定に用いる Nelson-Siegel モデルを解説する。また推定に用い

る手順を紹介する。ここでは、古典的最小二乗法と非線形最小二乗法を用いる。そして本稿で用いるデータについて示す。第3節においては、二つの推計方法を用いて得られたイールドカーブファクター及びイールドカーブの推定値を示す。またイールドカーブファクターの推定値がFFレートの変化にどの程度影響を受けたのかについて分析する。最後に、第4節では、アメリカのイールドカーブの推定に関する結論を述べる。

2. 推 定

2.1 分析手法

本研究では、アメリカの日次イールドデータを使い、Nelson-Siegel モデルを用いて、イールドカーブの推定を行う。Nelson-Siegel モデルは以下の通りである。

$$y(\tau) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right)$$

ただし、 $y(\tau)$ は、満期までの残存期間 (maturity) が τ ヶ月の債券利回り (年率換算) である。また β_0 と β_1 、 β_2 は、Nelson-Siegel モデルのイールドカーブファクターである水準と傾き、曲率をそれぞれ表している。そして λ は減衰ファクターである。ここでは、減衰ファクターも含めて、イールドカーブファクターと呼ぶこととする。

Nelson-Siegel モデルにおいて水準と傾き、曲率にそれぞれ掛けられている 1 、 $\left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right)$ 、 $\left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right)$ は、因子負荷 (factor loadings) と呼ばれている。図1は、各イールドカーブファクターの因子負荷と満期までの残存期間 (月数) の関係を表している。傾きと曲率の因子負荷を計算するため、こ

アメリカの日次イールドデータを用いた Nelson-Siegel モデルの推定

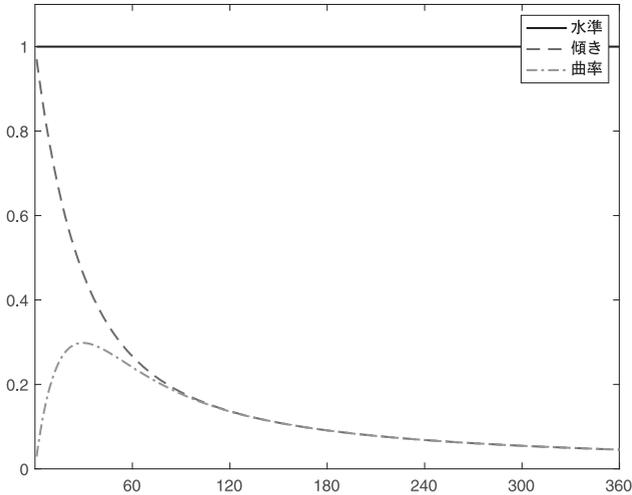


図1 因子負荷と満期までの残存期間の関係

この図は、水準と傾き、曲率の因子負荷と満期までの残存期間（月数）の関係を表している。ここでは、Diebold and Li (2006) に従い、減衰ファクターを 0.0609 に固定して、傾きと曲率の因子負荷を計算している。

ここでは Diebold and Li (2006) に従い、減衰ファクターを 0.0609 に固定する。図 1 は、満期までの残存期間が 1 ヶ月から 360 ヶ月までの間で因子負荷がどのような値を取るかを表している。Nelson-Siegel モデルにおいては水準が切片にあたり、水準の因子負荷については、満期までの残存期間に関わりなく 1 となる。一方、傾きの因子負荷については、満期までの残存期間が限りなく 0 に近い値を取ると 1 になり、満期までの残存期間が長くなるにつれて 0 に収束していく。また曲率の因子負荷については、0 から値がスタートし、約 30 ヶ月で 0.3 という最大値をとり、その後満期までの残存期間が長くなるにつれて 0 に収束していく。

図 1 から債券利回りを解釈すると、以下のようなになる⁽²⁾。超短期においては、水準と傾き、曲率の因子負荷はそれぞれ 1, 1, 0 となるため、超短期における利回りは $\beta_0 + \beta_1$ となる。一方、超長期においては、水準と傾き、曲

率の因子負荷はそれぞれ 1, 0, 0 となるため、超長期の利回りは β_0 となる。よって、曲率を考慮しないとすると、超短期と超長期の間の期間においては、それぞれの利回りの加重平均として解釈することが出来る。

Nelson-Siegel モデルの特徴は、減衰ファクターを固定することで、各残存期間に対して傾きと曲率の因子負荷が決まり、古典的最小二乗法で推定を行って、水準と傾き、曲率の推定値を得ることが出来ることである。一方、それらの三つのイールドカーブファクターだけでなく、減衰ファクターも同時に推定しようとする、古典的最小二乗法では推定することが出来ず、非線形最小二乗法等を用いて推計する必要がある。前者の方法は、非常にシンプルにイールドカーブを推定することが出来る一方、固定する減衰ファクターの値次第でイールドカーブの推定値が実測値から大きく乖離する可能性がある。一方、後者の方法は、前者の方法と比較して推定精度が上がる一方、四つのイールドカーブファクターを同時に推定することで、それらの各期の値が大きく変動する可能性がある⁽³⁾。

本研究では、以下のような手順で Nelson-Siegel モデルの推定を行う。まず、古典的最小二乗法を用いて每期 Nelson-Siegel モデルを用いて推定を行う。ここでは、Diebold and Li (2006) に従って、減衰ファクターを 0.0609 に固定して推定を行う。ここで、減衰ファクターを固定して古典的最小二乗法を用いて推定するモデルを NS-LS モデルと呼ぶこととする。次に、非線形最小二乗法を用いて每期推定を行う。ここでは、水準と傾き、曲率だけでなく、減衰ファクターも同時に每期推定する。NS-LS モデルで推定された水準と傾き、曲率と、固定した減衰ファクターを初期値として推定する。ここで、非線形最小二乗法を用いてこれらの四つのイールドカーブファクターを同時に推定するモデルを NS-NL モデルと呼ぶこととする。

アメリカの日次イールドデータを用いた Nelson-Siegel モデルの推定

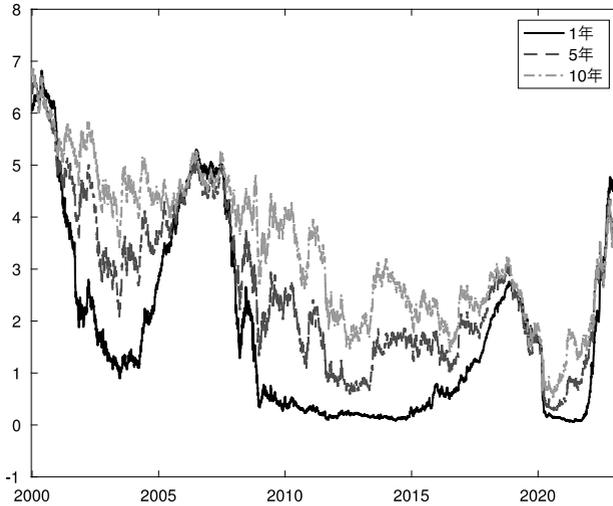


図 2 日次イールドの推移

この図は、2000年1月3日から2023年3月31日までのアメリカ国債（ゼロクーポン債）の日次イールドデータを表している。満期までの残存期間は1年（12ヶ月）、5年（60ヶ月）、10年（120ヶ月）である。横軸は西暦で、縦軸は債券利回り（％、年率換算）である。

2.2 データ

本研究では、Gurkaynak et al. (2006) が提供しているアメリカ国債（ゼロクーポン債）の日次イールドデータを用いる⁽⁴⁾。満期までの残存期間は、1年（12ヶ月）から1年おきに30年（360ヶ月）までである。推定期間は、2000年1月3日から2023年3月31日までの5815日間である。図2は、1年物、5年物、10年物の債券利回り（％、年率換算）の推移を表している。アメリカにおいては、サブプライム住宅ローン危機があり、2008年12月から2015年12月までFedはゼロ金利政策を実施した。またコロナショックの時には、2020年3月から2022年3月までFedはゼロ金利政策を実施した。これらの時期においては、1年物の利回りがゼロ付近で推移している。一方、10年物については、2008年12月から2015年12月のゼロ金利政策が

実施されていた時期においては、2%から3%の間で推移している。注目すべきは、ゼロ金利政策が解除された2022年3月である。この時期においては、Fedは、急激に上昇したインフレ率を抑制するため、FFレートを段階的に引き上げていった。図2が示す通り、1年物、5年物、10年物全ての国債利回りが大きく上昇した。またこの時期においては、1年物の債券利回りが5年物、10年物の利回りを上回る逆イールドの日が多く観測された。

図3は、2020年3月31日から1年おきに観測された各年限の利回りをプロットして得られたイールドカーブを表している。この図から、2020年3月から1年ごとに各年限で利回りが上昇しているのが分かる。特に、Fedがゼロ金利政策を解除し、FFレートを大幅に引き上げた2022年3月以降、各年限で利回りが大きく上昇した。2023年3月においては、短期金利が長期金利を上回る逆イールドが確認出来る。図2において確認した通り、この

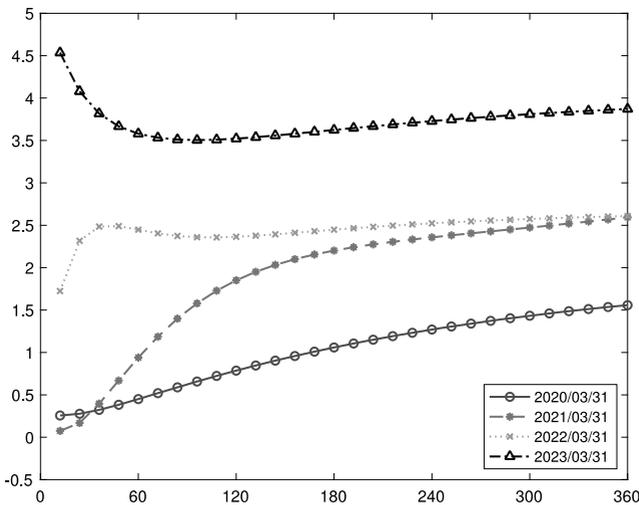


図3 イールドカーブの推移

この図は、2020年3月31日から1年おきに観測された各年限の利回りをプロットして得られたイールドカーブを表している。横軸は満期までの残存期間（月数）、縦軸はそれに対応する債券利回り（％、年率換算）である。

時期においては、1年物の国債利回りが、5年物と10年物の国債利回りを上回っていた。これにより、逆イールドを持つイールドカーブが観察された。

3. 結 果

3.1 NS-LS モデルと NS-NL モデルの推定

本研究では、2000年1月3日から2023年3月31日までのアメリカの日次イールドデータを使い、Nelson-Siegel モデルを用いてイールドカーブの推定を行った。ここでは、古典的最小二乗法と非線形最小二乗法の二つの手法を用いて、5815日間毎期推定を行った。

図4は、NS-LS モデルで推定された水準と傾き、曲率の推定値の推移を表している。ここでは、Diebold and Li (2006) に従って、減衰ファクター

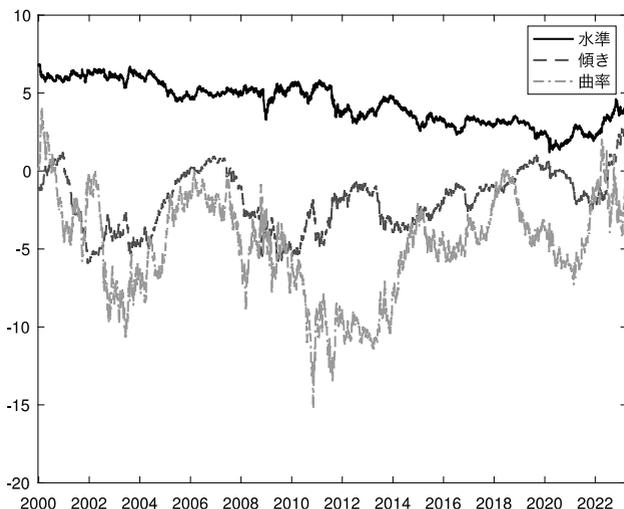


図4 NS-LS モデルのイールドカーブファクターの推定値の推移

この図は、NS-LS モデルで推定された水準と傾き、曲率の推定値の推移を表している。減衰ファクターは0.0609に固定して推定を行った。

を0.0609に固定して古典的最小二乗法を使って推定を行った。まず水準に着目すると、2000年1月には7程度であったが、徐々に下落し、2020年12月には2を下回る値となった。2022年以降徐々に上昇し、4程度となった。一方、傾きについては、2000年1月から2020年12月ごろまでは、負の値で推定されている。前述の通り、水準と傾きの推定値の和は超短期金利を表しており、イールドカーブの先端に当たる。よって傾きはイールドがゼロとなる水平線に対して水準と対称に推計されることが多くなっている。しかしながら、2022年以降は、水準が上昇した時に傾きも同時に上昇している。このことは、逆イールドを持つイールドカーブが観察されたことと深く関係していると思われる。また曲率については、負の値で推定されている。図1で確認した通り、超短期と超長期においては、因子負荷はほぼゼロの値となるので、この両極端では、曲率についてはほとんど利回りには影響を与えない。

図5は、NS-NLモデルで推定された水準と傾き、曲率の推定値の推移を表している。NS-NLモデルでは、NS-LSモデルで得られたイールドカーブファクターの推定値と、固定した減衰ファクターの値を初期値として非線形最小二乗法を用いて推定を行った。水準と傾き、曲率の推移の傾向については、基本的にはNS-LSモデルと同様である。水準の推定値については、2000年1月以降徐々に下落し、2022年から再び上昇した。一方、傾きと曲率の推定値については、2020年12月までは、どちらも負の値で推定されている。NS-NLモデルとNS-LSモデルとの大きな違いは、図5で示されている通り、イールドカーブファクターの推定値が大きく変動してしまうことである。NS-LSモデルでは減衰ファクターを固定しているため、因子負荷は各年限で決まり、古典的最小二乗法で推定することが出来る。このため、イールドカーブファクターの推定値はより安定的に推移することとなる。一方、NS-NLモデルでは、水準と傾き、曲率だけでなく、減衰ファクター

アメリカの日次イールドデータを用いた Nelson-Siegel モデルの推定

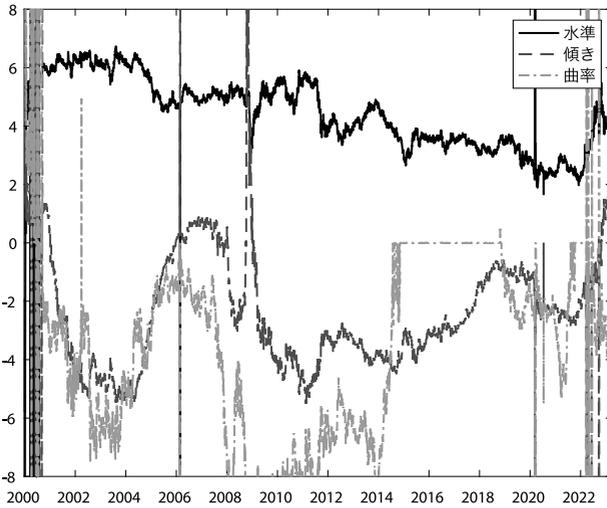


図5 NS-NL モデルのイールドカーブファクターの推定値の推移

この図は、NS-NL モデルで推定された水準と傾き、曲率の推定値の推移を表している。

も同時に每期推定するので、これらの推定値が大きく変動する可能性がある。

図6は、NS-NL モデルで每期推定された減衰ファクターの推定値の推移を表している。図5で示された通り、水準の推定値が徐々に下落するという傾向は得られたが、減衰ファクターの推定値については、そのような単調な下落傾向は確認することが出来なかった。2000年から2006年ごろまで下落し、その後上昇している。さらに、リーマンショックの後は下落し、ゼロ金利政策が解除された2022年ごろには再度上昇していることが確認出来る。アメリカにおける、このような減衰ファクターの推移は、Sekine (2022) が示した日本の減衰ファクターの推定値の推移とは異なる。日本においては、2000年から減衰ファクターが単調に下落しているのが確認出来たが、アメリカではそのような傾向は確認出来なかった。また、NS-NL モデルで推定された減衰ファクターの推定値が、NS-LS モデルで固定した0.0609を超えた日数は1372日間（全体の24%）で、0.0609以下であった日数は4443日

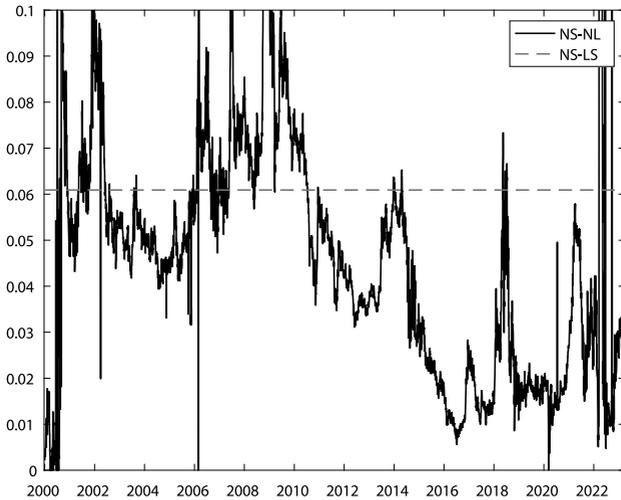


図6 NS-NLモデルの減衰ファクターの推定値の推移

この図は、NS-NLモデルで推定された減衰ファクターの推定値の推移を表している。NS-NLモデルでは、NS-LSモデルで得られたイールドカーブファクターの推定値及び固定した減衰ファクターの値を初期値として非線形最小二乗法を用いて推定を行った。

間（全体の76%）であった。

3.2 NS-LSモデルとNS-NLモデルの比較

ここでは、NS-LSモデルとNS-NLモデルの推定精度の比較を行う。図7はNS-LSモデルとNS-NLモデルの最小二乗誤差（Mean Squared Error, MSE）の比較を表している。5815日間MSEをそれぞれの手法で計算した結果、5815日中5813日間でNS-NLモデルのMSEが小さくなることが分かった⁽⁵⁾。この結果は、NS-NLモデルの方が推定精度の観点でより高くなるということを意味している。また2000年1月3日からのMSEは、どちらのモデルにおいても0.05以下で推移しているが、サブプライムローン危機及びリーマンショックが起こった2008年から2009年ごろMSEが大きく上昇している。この時期はどちらの手法で推定したとしても、推定精度が他

アメリカの日次イールドデータを用いた Nelson-Siegel モデルの推定

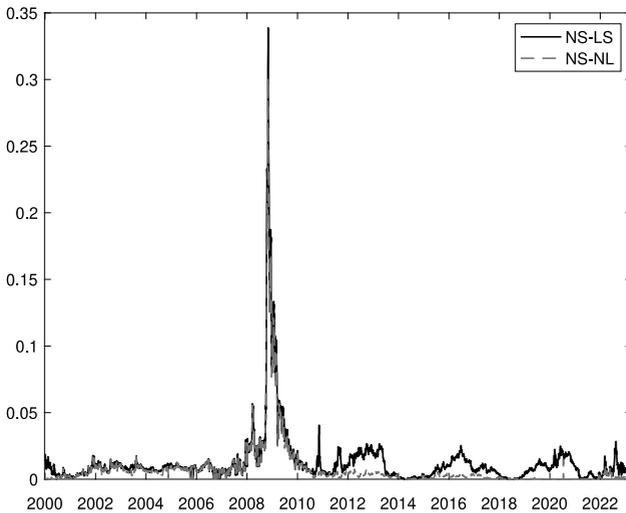


図7 MSE の比較

この図は、NS-LS モデルと NS-NL モデルからそれぞれ得られた最小二乗誤差 (MSE) の推移を表している。

の時期と比べて下落したことを意味している。

次にイールドカーブの推定値の比較を行う。図8は、NS-LS モデルと NS-NL モデルの推定からそれぞれ得られたイールドカーブの推定値と実測値の比較を行っている。図7で示された通り、MSE については、NS-NL モデルの方が2日間を除く全ての期間で NS-LS モデルと比較して小さくなった。図8では、2020年3月31日から1年おきに得られたイールドカーブの推定値の比較が示されている。2021年と2022年については、NS-LS モデルと NS-NL モデルからイールドカーブの推定値に大きな差がないが、2020年と2023年については、NS-NL モデルの方がより実測値に近い値の推定値となっている。注目すべきは2023年3月31日で、この日のイールドカーブについては、短期における利回りが長期の利回りを上回る逆イールドが観察された。逆イールドを持つイールドカーブであったとしても、非線形最小

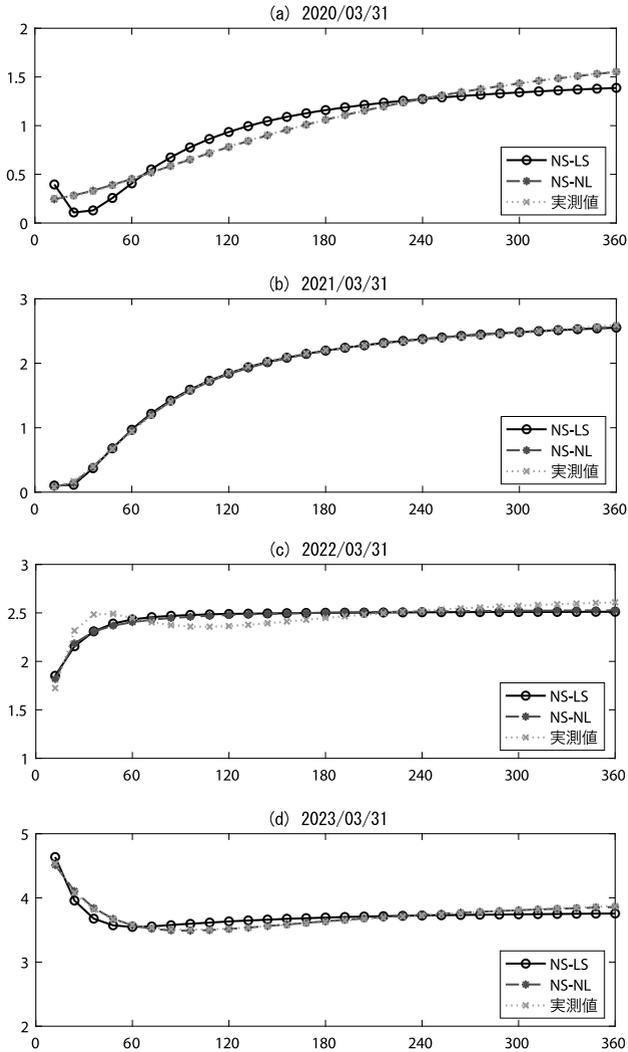


図8 イールドカーブの推定値の比較

この図は、NS-LSモデルとNS-NLモデルの推定からそれぞれ得られたイールドカーブの推定値と実測値の比較を表している。パネル(a)から(d)は、2020年3月31日、2021年3月31日、2022年3月31日、2023年3月31日のイールドカーブの推定値と実測値をそれぞれ表している。横軸は満期までの残存期間（月数）、縦軸はそれに対応する債券利回り（％、年率換算）である。

二乗法による推定が、古典的最小二乗法と比較して、推定精度を高めると言える。

3.3 Fed による金融引締政策とイールドカーブファクター

Fed はコロナによる急激な景気減速を考慮し、2020年3月3日にFFレートを0.5%ポイントほど引き下げ、その誘導目標を1.50-1.75%から1.00-1.25%とした。さらに、同月15日には、再び緊急利下げを行い、FFレートを1.0%ポイント引き下げ、その誘導目標を1.00-1.25%から0.00-0.25%として、ゼロ金利政策を開始した。そしてインフレ率の急激な上昇に伴い、Fed は2022年3月16日にFFレートを0.25%ポイント引き上げ、誘導目標を0.00-0.25%から0.25-0.50%として、ゼロ金利政策を解除した。

図9はNS-NLモデルの推定で得られたイールドカーブファクターの推定

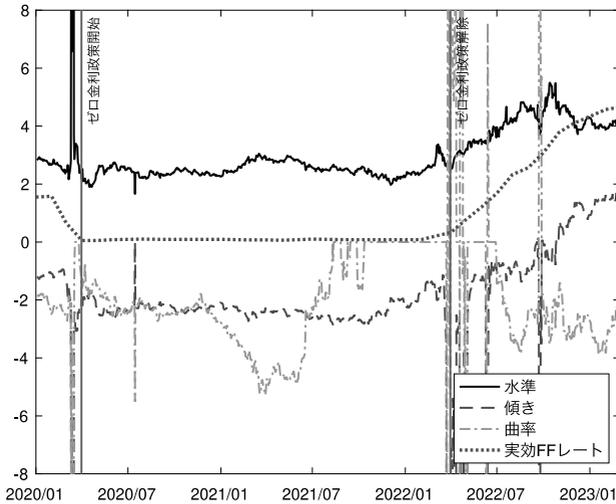


図9 イールドカーブファクターの推定値と政策金利

この図は、NS-NLモデルの推定で得られたイールドカーブファクターの推定値と実効FFレートの推移を表している。Fedは2020年3月15日にゼロ金利政策を開始し、2022年3月16日にその政策を解除した。

値と実効FFレートの推移を表している。2020年後半から実効FFレートはゼロ付近で推移し、ゼロ金利政策が解除された2022年3月以降は実効FFレートが大きく上昇し、2023年3月時点で4.5%を超える値になった。ゼロ金利政策が実施されていた2020年3月から2022年3月までの間については、水準の推定値が2程度推移し、傾きの推定値が-2程度で推移していた。この事実は超短期金利が水準と傾きの和であることと一致している。ゼロ金利政策が解除された2022年3月以降は水準が大きく上昇し、2022年の後半には4.5程度まで上昇した。注目すべきことは、ゼロ金利政策が解除された2022年3月に傾きの推定値も上昇したことである。2023年3月には、これまで負の値で推定されていた傾きの推定値が2程度まで上昇した。よって、2022年3月から2023年3月までにおいては、超短期金利を表す水準と傾きの和がゼロに近い値から正の値になり、徐々に上昇していった。2022年1月から2023年3月までの実効FFレートと水準、実効FFレートと傾きとの間の標本相関係数はそれぞれ0.7477と0.7758であった⁽⁶⁾。この相関係数は、実効FFレートが上昇したときに、水準だけでなく、傾きの推定値も上昇したことを示している。この時期は、逆イールドを持つイールドカーブが観察された時期と一致し、傾きの推定値が上昇したことで長短金利の逆転現象が起きたと思われる。

4. 結 論

本稿では、アメリカの日次イールドデータを使い、Nelson-Siegelモデルを用いてイールドカーブの推定を行った。本研究では、2000年1月3日から2023年3月31日までの5815日間のイールドデータを使い、古典的最小二乗法と非線形最小二乗法を用いて分析を行った。分析の結果、以下のことが分かった。一つ目は、水準の推定値が2000年から2021年まで緩やかに低

下していたが、2022年3月にFedによるゼロ金利政策が解除されて以降、水準の推定値が大きく上昇したことである。二つ目は、ゼロ金利政策の解除以降、水準だけでなく、傾きの推定値も上昇したということである。2022年3月以降、短期金利が長期金利を上回る逆イールドが観察された。Nelson-Siegelモデルにおいては、水準と傾きの和が超短期金利を表している。水準だけでなく、傾きの推定値も上昇したことで、イールドカーブの先端が押し上がり、その結果、逆イールドが観察されたと思われる。三つ目は、非線形最小二乗法による推定は、古典的最小二乗法と比較して、イールドカーブの推定精度を高めたことである。2022年3月以降、逆イールドを持つイールドカーブが観察された。非線形最小二乗法を用いることで逆イールドを持つイールドカーブに対してより精度高く推定出来ることが分かった。

謝辞

本稿の執筆にあたり、2名の方に査読いただいた。ここに謝意を表したい。本研究は、JSPS 科研費 JP20K13525 の助成を受けたものである。

《注》

- (1) Koeda and Sekine (2022) は、Nelson-Siegel モデルを用いて、日本だけでなく、アメリカについても、月次イールドデータを使って推計を行った。彼らの推定期間は2020年12月までである。本研究では、ゼロ金利政策が解除された2022年3月以降のデータを用いて2023年3月31日まで日次イールドデータを使って推定を行う。
- (2) Nelson-Siegel モデルに関する解釈についての詳細な説明については、Koeda and Sekine (2022) の第2節を参照せよ。
- (3) 状態空間モデルを用いることで、イールドカーブファクターをスムーズに推定することが出来る (Diebold, Rudebusch, and Aruoba, 2006)。状態空間モデルには Vector Autoregressive (VAR) モデルが含まれており、VAR モデルを推定するときには、月次または四半期のデータを用いるのが一般的である。本研究では、日次イールドデータを使用するので、非線形最小二乗法を用いて推定を行う。

- (4) Gurkaynak et al. (2006) が提供しているイールドデータの URL については、以下の通りである。
<https://www.federalreserve.gov/pubs/feds/2006/200628/200628abs.html>
- (5) NS-LS モデルの MSE の方が小さくなる日は、2018年5月10日と2018年6月13日である。
- (6) 実効 FF レートが月次データのため、ここでは水準と傾きの推定値については、各月のそれぞれの中央値を使って標本相関係数を計算した。

参考文献

- Diebold, F. X. and Li, C. (2006), "Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields," *Journal of Econometrics*, 130, pp. 337-364.
- Diebold, F. X., Rudebusch, G. D., and Aruoba, S. B. (2006), "The Macroeconomy and the Yield Curve: A Dynamic Latent Factor Approach," *Journal of Econometrics*, 131, pp. 309-338.
- Gurkaynak, R. S., Sack, B., and Wright, J. H. (2006), "The U.S. Treasury Yield Curve: 1961 to the Present," The Federal Reserve Board Finance and Economic Discussion Series, pp. 1-41.
- Koeda, J. and Sekine, A. (2022), "Nelson-Siegel Decay Factor and Term Premium in Japan," *Journal of the Japanese and International Economies*, 64, 102304, pp. 1-16.
- Nelson, C. R. and Siegel, A. F. (1987), "Parsimonious Modeling of Yield Curves," *Journal of Business*, 60, pp. 473-489.
- Sekine, A. (2022), "Estimating the Yield Curve Using the Nelson-Siegel Model: Evidence from Daily Yield Data," *Public Policy Review*, 18, pp. 1-14.