リーマン対称空間内の部分多様体のベクトル束による研究

２０２４年2月9日

「博士学位請求論文」審査報告書

審査委員　（主査）　理工学部　専任教授

氏名　　長友　康行

（副査）　理工学部　専任教授

氏名　　今野　宏

（副査）　理工学部　専任教授

氏名　　名和　範人

（副査）　理工学部　専任准教授

氏名　　野原　雄一

1　**論文提出者**　　高橋　正郎

2　**論文題名**　A study of submanifolds in Riemannian symmetric spaces by vector bundles

（邦文題）リーマン対称空間内の部分多様体のベクトル束による研究

3　**論文の構成**　　**この論文の構成は以下の通りである。**

１．序章　　**２．準備**

３．複素射影直線から複素２次超曲面への正則等長埋め込み

４．複素射影空間の複素超曲面のキリングベクトル場

５．対称空間上の等径関数とベクトル束

4　**論文の概要**　　リーマン対称空間内の部分多様体の性質を，そのベクトル束を利用することにより研究している。特に，次の３つの課題に取り組んでいる。

１．複素射影直線から複素射影空間内の複素２次超曲面への正則等長埋め込み

２．複素射影空間内の複素超曲面のキリングベクトル場

３．リーマン対称空間内の等径関数の研究

１では問題となる正則等長埋め込みのモジュライ空間を構成している。副産物として実標準写像の剛性定理と，次数が偶数の場合には同変正則等長写像の１径数族が存在し，

標準写像と実標準写像がその族の両端として出現することも証明されている。

２では複素射影空間内の複素超曲面の内，キリングベクトル場の部分多様体への制限（正確にはその接成分）がまたキリングベクトル場になるという性質を持つ超曲面をすべて決定し，その超曲面に導入される計量を分類している。

３ではコンパクト型の対称空間上の等径関数をベクトル束から組織的に構成している。具体的には対称空間上のある性質を満たす既約等質束をすべて決定し，その切断のノルムの 2 乗をとることにより関数を構成する。しかし，これらの関数がすべて等径関数というわけではなく，得られた関数が等径関数でない場合には，複数の関数からなる等径関数族が得られる。これらからラドン変換を経由して，球面上の等径関数が得られることも示されている。その結果，主曲率の個数が 2 の球面上の等径関数と，その個数が 4 である球面上の等径関数が現れることが証明されている。

５　論文の特質

１では複素 2 次超曲面が実グラスマン多様体とみなせることから，その次数が 1 である直線束を引き戻すことにより，正則等長埋め込みが直線束とその正則切断の空間の組から得られることを利用している。さらに複素射影直線の直線束が等質ベクトル束であることから，表現論の使用が可能となり，正則等長埋め込みのモジュライ空間が具体的に記述される。ベクトル束と表現論の利用が特長であり，部分多様体の研究においては新しい方法である。

２ではキリングベクトル場と正則ベクトル場の関係に注目し，複素超曲面の次数を決定し，直線束とその正則切断の空間を考察することにより結論を得ている。

３における特質は以下のとおりである。まず，等径関数の研究では特に球面上の等径関数の研究が有名であり，多数の論文が出版されているが，それ以外の多様体上の等径関数の研究は数少なく，知られている具体例も多くはない。したがって，コンパクト型の対称空間上で等径関数を構成することには大いに意義があると考えられる。また，その構成にベクトル束を利用しているが，これも前例のない試みといえる。

６　論文の評価

古くから知られている問題を新しい手法の導入により解決している点，新たな研究を提案，そして展開しているという面からも，審査委員は本論文を高く評価する。

７　論文の判定

本学位請求論文は，本学学位規程の手続きに従い，審査委員全員による所定の審査及び試験に合格したので，博士（理学）の学位を授与するに値するものと判定する。

以　上

主査氏名（自署）　長友康行