

感度行列とモーダルパラメータに着目したフィルタの特性に基づく射影フィルタ族によるフレーム構造物の逆解析

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2018-07-31 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 池田, 義人 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10291/19558

明治大学大学院理工学研究科

2017年度

博士学位請求論文

感度行列とモーダルパラメータに着目した

フィルタの特性に基づく

射影フィルタ族によるフレーム構造物の逆解析

INVERSE ANALYSIS FOR FRAME STRUCTURES USING PROJECTION FILTER

FAMILY BASED ON CHARACTERISTICS OF FILTER FOCUSED ON

SENSITIVITY MATRIX AND MODAL PARAMETER

学位請求者 池田 義人

目次

主な記号リスト

第 1 章 序論

1.1 研究の背景	3
1.2 研究の目的	5
1.3 既往の研究	8
1.4 本論文の構成	11

第 2 章 システム同定解析アルゴリズムの構成

2.1 はじめに	15
2.2 フィルタ理論による逆解析手法	16
2.2.1 逆問題と統計的性質	
2.2.2 フィルタ理論	
2.2.3 線形確率ダイナミックシステム	
2.3 フィルタリングアルゴリズムの構成	25
2.3.1 Kalman フィルタに基づくアルゴリズム	
2.3.2 射影フィルタに基づくアルゴリズム	
2.3.3 パラメトリック射影フィルタに基づくアルゴリズム	
2.3.4 可変的パラメトリック射影フィルタに基づくアルゴリズム	
2.3.5 非線形確率ダイナミックシステムへの拡張	
2.4 まとめ	34

第 3 章 フレーム構造物のシステム同定問題の構成

3.1 はじめに	37
3.2 フレームモデルの概要	38
3.2.1 3層フレームモデル	
3.2.2 5層フレームモデル	
3.2.3 フレームモデルの水平剛性の評価	
3.3 質点系モデルの固有値解析	46

3.4	観測量の測定	48
3.4.1	実験モード解析手法	
3.4.2	実験モード解析により得られた固有振動数	
3.5	システム同定問題の構成	52
3.5.1	逆解析手法	
3.5.2	感度行列の計算	
3.6	まとめ	58

第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析

4.1	はじめに	61
4.2	射影フィルタの再評価	63
4.3	感度行列の構成スキーム	64
4.3.1	広域的な領域を対象とした差分による逆解析	
4.3.2	局所的な領域を対象とした差分による逆解析	
4.4	感度行列に着目したフィルタによる逆解析の特性	72
4.4.1	様々な剛性低下を仮定した逆解析結果	
4.4.2	繰り返し計算における感度行列の行列式と特異値の検討	
4.4.3	計算ステップに伴う感度行列および各要素の推移	
4.4.4	感度行列の推移とモデルに仮定する剛性低下の関係	
4.4.5	初期値の設定方法に関する提案	
4.4.6	初期値の設定方法を調整したときの感度行列の推移	
4.5	非適切性のリスクの高いモデルへの逆解析の特性の適用	92
4.5.1	感度行列の構成スキーム	
4.5.2	複数層に剛性低下を仮定した場合のシミュレーション逆解析	
4.5.3	観測量として実測値を用いた場合の逆解析	
4.5.4	計算ステップに伴う感度行列の推移	
4.5.5	感度行列の推移と剛性低下の関係	
4.5.6	初期値の設定方法の提案と逆解析結果	
4.5.7	初期値の設定方法を調整したときの感度行列の推移	
4.6	まとめ	132

第5章	可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析	
5.1	はじめに	135
5.2	可変的パラメトリック射影フィルタの構成	137
5.2.1	パラメトリック射影フィルタの概要	
5.2.2	可変的アルゴリズムの誘導	
5.2.3	可変的アルゴリズムの正則化	
5.3	可変的パラメトリック射影フィルタの基本特性	141
5.3.1	3層フレームモデルの逆解析結果とモード依存性	
5.3.2	3層フレームモデルの各要素の推移とVPPFの特性	
5.3.3	5層フレームモデルの逆解析結果とモード依存性	
5.3.4	5層フレームモデルの各要素の推移とVPPFの特性	
5.4	剛性低下の大きなモデルの逆解析結果と各要素の推移	155
5.4.1	複数層に大きな剛性低下を仮定した3層モデルの逆解析結果	
5.4.2	複数層に大きな剛性低下を仮定した3層モデルの各要素の推移	
5.4.3	観測量に実測値を用いた5層モデルの逆解析結果	
5.4.4	観測量に実測値を用いた5層モデルの各要素の推移	
5.4.5	複数層に剛性低下を仮定した5層モデルの逆解析結果	
5.4.6	複数層に剛性低下を仮定した5層モデルの各要素の推移	
5.5	初期値の設定方法を調整したときの逆解析	169
5.5.1	3層フレームモデルの感度行列の推移	
5.5.2	設定する初期値を工夫したときの3層モデルの逆解析	
5.5.3	5層フレームモデルの感度行列の推移	
5.5.4	設定する初期値を工夫したときの5層モデルの逆解析	
5.6	まとめ	196
第6章	本逆解析手法の実用化への展開	
6.1	はじめに	199
6.2	1次振動モードによる観測量の構成	200
6.2.1	観測量の構成	
6.2.2	各モデルの観測量	
6.2.3	感度行列の構成	

6.3	逆解析結果	205
6.3.1	3層モデルの逆解析結果	
6.3.2	5層モデルの逆解析結果	
6.4	感度行列に着目した検証	209
6.4.1	3層モデルの逆解析の検証	
6.4.2	5層モデルの逆解析の検証	
6.4.3	初期値の設定方法による検証	
6.5	まとめ	223
第7章 結語		
6.1	総合的考察	227
6.2	今後の課題	230
参考文献		231
論文リスト		235
謝辞		238

主な記号リスト

y	:	観測ベクトル
\hat{M}	:	観測行列
z	:	システムの状態ベクトル
v	:	観測雑音ベクトル
\hat{z}	:	推定状態ベクトル
B	:	復元作用素行列
$E\{\cdot\}$:	\cdot の期待値
Q	:	観測雑音共分散行列
R	:	推定誤差共分散行列
E_z	:	z の期待値
E_v	:	v の期待値
B_{WF}	:	Wiener フィルタ
B_{PF}	:	射影フィルタ
B_{PPF}	:	パラメトリック射影フィルタ
M	:	感度行列
P	:	正射影作用素
$tr(\cdot)$:	\cdot のトレース
γ	:	正則化パラメータ
I	:	単位行列
t	:	時間、または計算ステップ
Φ_t	:	状態遷移行列
Γ_t	:	駆動行列
ξ_t	:	確率変数ベクトル
δ_{ik}	:	Kronecker Delta
$\varphi_t(z_t)$:	非線形ベクトル関数
$\gamma_t(z_t)$:	非線形ベクトル関数
$m_t(z_t)$:	非線形ベクトル関数
k_m	:	水平剛性
E_m	:	ヤング係数
I_m	:	断面 2 次モーメント

b_m	:	柱の幅方向の長さ
h_m	:	柱の奥行方向の長さ
H	:	階高
m	:	質量
k	:	バネ定数
F	:	外力
δ	:	変位
$x(t)$:	変位
$\dot{x}(t)$:	速度
$\ddot{x}(t)$:	加速度
ω	:	非減衰固有振動数
\mathbf{M}_s	:	質量行列
\mathbf{K}_s	:	剛性行列
$\mathbf{x}(t)$:	変位ベクトル
$\dot{\mathbf{x}}(t)$:	速度ベクトル
$\ddot{\mathbf{x}}(t)$:	加速度ベクトル
$\boldsymbol{\omega}$:	固有円振動数ベクトル

第 1 章

序論

- 1.1 研究の背景
- 1.2 研究の目的
- 1.3 既往の研究
- 1.4 本論文の構成



たろう観光ホテル (Photo by R.ENDO)

1.1 研究の背景

ここ20年程度を振り返ると、わが国を始めとしてインドネシアやチリ、中国等の様々な国と地域で地震が頻発している。近年では、地震の規模も大きくなっており、世界で発生したここ20年間の地震でマグニチュードが7.0を超えるような大規模な地震は、2000年から2009年の10年間では20件程度だったのに対して、2010年から2016年の7年間では90件以上にも達している。

わが国において、地震被害の観点から近年の地震を挙げると、1995年1月17日に発生した兵庫県南部地震（阪神・淡路大震災）をはじめ、大きな被害をもたらした地震は複数回発生しており、2004年10月23日に発生した中越地震はマグニチュード6.8、最大震度は兵庫県南部地震以来の7を記録した。2007年7月16日には中越沖地震が発生しており、その概要はマグニチュード6.8、最大震度は5であった。2008年6月14日には岩手宮城内陸地震が発生しており、マグニチュード7.2、最大震度は6弱、内陸部で発生したため土砂災害が特徴の地震であった。さらに、2011年3月11日に発生した東北地方太平洋地震（マグニチュード9.0）や2016年4月16日に発生した熊本地震（マグニチュード7.1）等があり、中程度の地震まで数えれば枚挙に遑がないと言っても過言ではない。海外では、2004年12月26日に発生したスマトラ島沖地震を始め、2010年2月27日にチリ地震が、2015年5月25日にネパール地震がそれぞれ発生している。

わが国の新耐震設計法¹⁾では、その建築物の存在期間に遭遇するかしないかの発生周期を想定した極めて稀に発生する地震（震度階6強～7）を大地震と定義し、この地震に対して建築物が倒壊・崩壊しないことを要求しているが、ここ数十年の地震の発生状況を鑑みると、熊本地震のように大地震に複数回遭遇することも想定しておく必要があると思われる。

さて、平成23年東北地方太平洋沖地震は、ここ数十年にわが国で発生した地震の特徴と異なり、世界を震撼させたスマトラ島沖地震と同様に、地震による被害のみならず、未曾有の津波被害に見舞われた。今後、発生が予測されている東南海地震は、東北地方太平洋沖地震と同様に連動型地震であり、東日本大震災と同様またはそれ以上の津波被害が予測されていることから、地震被害のみならず津波被害への対応も重要である。

ところで、地震による構造物の損傷と津波による損傷はモードが根本的に異なることが報告されている²⁾。一般に、地震による被害は、地震層せん断力が大きい位置や曲げ変形が大きい位置に損傷が生じる。多層構造物を例にとると、1

第1章 序論

階や2階などの下層階は地震層せん断力が大きいため、柱のせん断破壊や層崩壊などが生じ、高層建築物では、上層階において大きな曲げ変形による損傷も生じる³⁾。これに対して、津波による被害は、構造種別により以下の特徴が見られる。木造建築物は、重量が軽いことから家屋が流出し、土台あるいは基礎のみが残された例が圧倒的に多い。これに対して、鉄筋コンクリート建築物は、波力により破壊された開口部からの津波の侵入により、内部は破壊的ダメージが生じているものの、主構造は残存しているケースが多い。また、鉄骨建築物では、低層建築物の場合、外装材や間柱などの二次部材の破壊や流出が見られたものの、主要構造部材は残されており、中層建築物の場合は、浸水深さ以下の層で同様の被害が見られるが、これ以上の層では損傷は生じていない。宮古市田老のたろう観光ホテルの被害はその代表例であろう。このように、鉄骨構造や鉄筋コンクリート構造では、遡上した流れにより建物内部の損傷は見られるものの、構造躯体は部分損傷程度に留まっており、津波に対する構造物の損傷は、外壁等の状態により部分損傷に留めることも可能であることが分かっている。

ところで、地震または津波の被害を受けた建築物は、新耐震基準に則り、結果として倒壊・崩壊は免れたとしても、主構造部材は何らかの損傷を受けていることが想定され、被災後の安全性に関して強度・剛性等の観点から適切に評価する必要がある。また、極端な損傷を対象とするだけでなく、経年劣化等による軽微な損傷も考えられ、震災後のみならず定期的な損傷検出により構造物の安全性を確認しておく必要がある。このような構造物の損傷検出手法は、構造ヘルスマニタリング問題^{4,5)}として捉えられ、様々な方法が提案・報告^{6~18)}されている。また、検出の対象に応じて、構造物全体を対象とした広域損傷検出 (Global Damage Detection)^{19,20)}と、部材端部等の部分を対象とした局所損傷検出 (Local Damage Detection)^{21~23)}とに大別できる。地震荷重による被害は、損傷が構造物全体に及ぶことが考えられるため、広域損傷検出を用い、これに対して、津波による被害は、爆発等と同様に衝撃荷重²⁴⁾として捉えることが提案されており、損傷は極めて部分的であることから、局所損傷検出を用いる提案がある。

構造設計とは、材料や部材断面等を構造力学的に決定し、これを解析することで構造物の耐震性等の評価を行う手法である。これは、入力した原因に関する情報に基づき解析し、結果を出力として求める問題であり、順問題と呼ばれ

第1章 序論

ている。これに対して、出力として得られた結果から、原因である入力を推定しようとする問題は、逆問題と呼ばれている。先に示した損傷検出は、損傷により変化した結果を観測することで、多くの場合は原因である強度・剛性を求める逆問題となる。逆問題は、決定論的逆問題と確率論的逆問題に大別でき²⁵⁾、様々な解析手法が提案されている。決定論的逆問題の解析手法には一般逆行列²⁶⁾や Moore-Penrose の一般逆行列を用いる方法が知られている。他方、確率論的逆問題では、基本的に解析に用いるデータに観測雑音等のノイズが含まれているため、解の不適切性²⁷⁾が生じることから、その解析手法にはベイズ推定法やフィルタ法²⁸⁾が用いられる。

近年、構造ヘルスマモニタリングに関する社会的ニーズは極めて高い。しかし、これまでに提案されている多くの手法は実用化に達しているとは言い難いと思われる。その原因として、現在のモニタリングシステムは、手法の複雑さに加えて、費用や期間の問題など様々な要因が挙げられる。したがって、ヘルスマモニタリングの開発に課せられた課題の一つは、極力容易な手法を用いて、比較的簡便に構造損傷検出が可能な方法の提案であると考えられる。

1.2 研究の目的

構造ヘルスマモニタリングは、構造物全体の損傷検出を対象とする広域損傷検出と、特定の部材の損傷検出を対象とする局所損傷検出に大別される。本論は、公共建築物等に多く見られる中低層建築物を想定し、地震等に起因する構造物全体の損傷を対象とする広域損傷検出の実用化を目的としている。損傷検出のための手法は逆解析を用い、観測量には固有振動数を用いる。実用化の第一条件は、観測量として採用する固有振動数に、実測されたデータを用いることであり、観測雑音等を考慮する必要がある。そこで、本逆解析手法にはフィルタ理論を採用することとする。

本論では、中低層建築物の広域損傷検出のために、3層および5層フレームモデルを対象に、まず固有振動数を用いてすべての層の水平剛性を同時に同定する逆問題をフィルタ理論により構成する。したがって本研究において、未知量としての状態量は、フレームモデルの各層の水平剛性であり、観測量は固有振動数等である。次に、本逆解析手法の実用化への展開として観測データを1次モードのみで構成し、固有モード形を用いた逆解析を試みる。状態量は、時

第1章 序論

間的遷移構造を持たないことを仮定すると、逆解析にあたっては、フィルタ理論を繰り返し計算アルゴリズムとして用いることができる。フィルタ理論を用いた逆問題解析は、観測誤差等で統計的性質を考慮した既知量としての観測ベクトルのもとで、それぞれの評価基準を満たす状態ベクトルに対する最良の推定ベクトルを求める問題であるため、評価基準によって特性の異なる様々なフィルタが存在する。したがって、逆解析においては、それぞれのフィルタの特徴を考慮して逆解析アルゴリズムを構成する必要がある。

よく知られているように、逆解析は、主に一意解が存在しないことに起因して、解が発散する場合や安定した連続性を有する解が存在しない等の現象が生ずる非適切な問題²⁹⁾であり、安定した逆解析を行うためには正則化を図る必要がある。一般的なフィルタとして、Kalman フィルタ³⁰⁾が知られているが、非線形問題に適用する拡張Kalman フィルタ³¹⁾は汎用性の高いフィルタとして広く用いられている。また、射影フィルタ³²⁾を用いることも提案されており、遠藤らは、拡張Kalman フィルタ^{33,34)}および拡張射影フィルタ^{35,36)}を用いた様々な逆解析結果を示し、それぞれの特性について報告している。正則化の観点からそれぞれのフィルタを概観すると、Wiener フィルタに基づくアルゴリズムであるKalman フィルタは、出現確率の高い状態量ほど精度よく推定される評価基準を満足しており、また、推定誤差共分散行列が繰り返し計算において正則化の役割を果たし、解の精度よりも収束性が優先される特徴がある。これに対して、射影フィルタは状態量の出現頻度に関係なく、すべての状態量に対して極力忠実に未知量を推定しようとする性質を与えているため、正則化に関する項は含まれておらず、極めて厳しい評価基準のもとで構成される。さらに、遠藤らは、射影フィルタ族の一つであるパラメトリック射影フィルタ (PPF : Parametric Projection Filter) に着目した逆解析結果も報告している。PPF は、射影フィルタの厳しい評価基準を緩和することを目的に構成されたフィルタであり、評価基準を緩和する度合いとノイズを抑制する度合いのバランスを調整するためのパラメータが含まれており、Tikhonov の正則化パラメータと解釈^{37,38)}されている。また、このパラメータを、繰り返し計算においてオンラインで自律的に決定する方法を導入したのが、遠藤・登坂の提案する可変的パラメトリック射影フィルタ (VPPF : Variable PPF) である。筆者はこのころから、一連の研究に参画しており、VPPF は逆解析手法として極めて有効であることを報告^{39,40)}した。

ところで、本研究の逆解析は、繰り返し計算を用いて状態量としての水平剛

第1章 序論

性をフィルタリングステップ毎に更新し、このときの水平剛性から求められる固有振動数と、観測量としての固有振動数とが一致するまで計算するアルゴリズムである。したがって、繰り返し計算を駆動するためには、状態量に何らかの初期値を設定する必要がある。これまでの研究では、状態量をコントロールする役割を果たすフィルタを工夫することで、逆解析の改善を図ってきた。繰り返し計算による逆解析は、剛性低下の小さな問題では精度の高い同定が可能であるものの、状態量の多い問題や剛性低下の大きな問題では、いわゆる非適切性のリスクが高いことに起因して、VPPF を用いた場合でも同定は困難であった。本逆解析は、繰り返し計算アルゴリズムとして構成されることから、設定する初期値が繰り返し計算の安定性および解の精度に影響を与えることになる。これまでも、設定する初期値に関する検討は行われているものの、具体的な対処法は提案されていない。また、本逆解析では、観測量として高次モードの固有振動数を採用することになるが、高次モードの情報は観測が困難であることが想定される。

これまでの逆解析に採用した Kalman フィルタ、射影フィルタおよび PPF は、推定誤差共分散行列、観測誤差共分散行列、感度行列等により構成されるが、それぞれのフィルタは満足する評価基準が異なるため、フィルタを構成する式の形が異なる。例えば、Kalman フィルタには推定誤差共分散行列の項が陽に含まれるが、射影フィルタは、感度行列と観測誤差共分散行列のみによる積の形で構成される。さらに、PPF には、制約条件の緩和とノイズのバランスを調整する役割の正則化パラメータの項が含まれている。これらのフィルタの特性、特に設定する初期値に着目した特性を検討するためには、単純な形式のフィルタを対象とすることが望ましい。先に挙げた 3 種類のフィルタを再評価すると、観測誤差共分散行列を正方行列として扱う場合には、射影フィルタは感度行列のみで表されることになる。繰り返し計算において、フィルタは状態量の変化をコントロールする役割を担うことになるが、状態量の変化に伴い、感度行列も変化する。すなわち、フィルタリング計算ステップにおける感度行列および感度行列に関する特性係数の推移を検討することで、設定した初期値が逆解析の収束性に与える影響と、繰り返し計算の安定性ならびに解の精度の観点からフィルタの特性の検討が可能になるものと考えられる。具体的な手法として、まず感度行列の行列式の値の推移を検討する。また、本研究で対象とする感度行列は、非対称の正方行列である。このような感度行列の挙動特性を把握する

ために、一般逆行列を対象とした特異値分解法²⁵⁾を用いることとし、非対称正
方形行列の特異値分解から定まる特異値の最大・最小値の比としての条件数の推
移に着目した検討も同時に行う。

そこで、本研究では、まず射影フィルタを対象とした3層および5層フレー
ムモデルの逆解析において、感度行列とフィルタゲインおよびフィルタゲイン
を用いて計算される状態量の繰り返し計算における各成分の推移に着目する。
これより、フィルタを用いた逆解析の基本特性について、繰り返し計算の安定
性と解の精度の観点から検討し、具体的な感度行列の計算方法を提案しようと
するものである。さらに、感度行列の各成分に加えて、行列式および特異値の
推移に着目することで、フィルタを用いた逆解析の特性を検討し、この検討結
果から得られた考察に基づき、設定する初期値の組み合わせに関して新たな手
法を提案する。なお、射影フィルタによる逆解析では、基本特性の検討と新た
な計算手法の開発を目的とするため、計算値を観測量に用いたシミュレーショ
ン逆解析結果を中心に述べる。最終的に、射影フィルタで検討したフィルタの
特性をVPPFに適用し、剛性低下が大きく同定が不可能であったモデルに対して
逆解析を行い、新しいステージにおけるVPPFの有効性を示す。さらに、ヘルス
モニタリングの実用化を目的として、観測量に実測値を採用したときのVPPF
による逆解析においても、本論で提案する初期値の設定に関する新たな手法を
適用し、同定が困難なモデルに対してもその有効性を述べる。そして、本手法
の実用化に向けて、観測量に用いるモーダルパラメータに着目し、高次モード
の固有振動数に替えて、1次モードのみの情報により観測量を構成した場合の
逆解析手法の可能性を示す。

1.3 既往の研究

構造ヘルスモニタリング手法の中でも、構造力学や計算力学に基づく手法と
して、逆解析による方法が知られている。こうした逆解析は、海洋中に建設さ
れた石油掘削プラットフォームの海中部分の構造体に関する健全性をモニタリ
ングするための手法として提案された経緯がある。Paula F. Vieroらは、海洋プ
ラットフォームの損傷検出手法として、“Modal assurance criterion (MAC)”、
“Coordinate modal assurance criterion (COMAC)”、“Modal scale factor (MSF)”、
“Modal shape relative difference method (RD)” および “Change in modal vector

perpendicular to predominant modal direction ”の5種類の手法を比較している¹⁹⁾。これらの方法は構造物の振動特性を利用するものであり、海洋波浪等の繰り返し荷重が原因で損傷が生じ、剛性が低下することを想定して、対象とする構造物の固有振動数および固有モードの変化から、未知量としてのパラメータを同定するための逆解析である。一般に逆解析は、解の一意性の保証が存在しないことから非適切問題であり、正則化を図る必要がある。モーダルパラメータの変化を用いて事象を推定する逆解析としての損傷同定は、多くの研究者によって実用化に向けた様々な方法が提案されている。濱本らは、逐次最小二乗法により固有振動数変化と層剛性低下のオンライン同定を提案⁴¹⁾しているし、神田らは、学校建築にみられる低層建築物の耐震改修を目的とした損傷確率評価手法を報告⁴²⁾している。南らは、高層建築物の剛性の同定に関して、せん断変形と全体曲げ変形を分離する方法を提案⁴³⁾している。また畑田らは、実大振動台実験データを用いて、部材レベルの損傷評価法を提案⁴⁴⁾している。さらに古川らは、様々な構造物に対する実験的手法と解析的手法を駆使した損傷同定問題について報告^{45~48)}している。

これらの提案された逆解析手法に対して、観測誤差を統計的に考慮する逆解析手法として Kalman フィルタを用いた方法が知られている。フィルタ理論に基づく解法は、観測誤差やシステム誤差を考慮できることに特徴を有している。一般的に Kalman フィルタによる逆解析³¹⁾は、時間とともに変化する信号の動特性、雑音の統計的性質、そして初期値に関する先見情報を与える線形確率ダイナミクスシステムに関して、観測ベクトルを用いて未来の状態を推定する予測 (Prediction) 問題、現在の状態を推定する濾波 (Filtering) 問題、そして過去の状態を再度見直す平滑化 (Smoothing) 問題を解く手法として知られている。これに対して村上らは、Filtering の過程で時間的遷移構造を持たないことを仮定することにより、フィルタ方程式を繰り返し計算アルゴリズムとして用い、有限要素法による離散化と組み合わせることにより、基礎構造物の状態を推定するための、Kalman フィルタ有限要素法⁴⁹⁾を提案している。また登坂らは、有限要素法に替えて境界要素法を離散化手法に用いることで、弾性板内に点在する欠陥を想定した孔の位置と大きさを推定する方法⁵⁰⁾を提案している。

近年、局所損傷検出の例として、オイラー・ベルヌーイ梁の損傷検出に拡張 Kalman フィルタを用い、オンラインによる損傷検出方法⁵¹⁾が提案されている。一方、広域損傷検出では、ダンパが組み込まれている3層構造物に対しても損

第1章 序論

傷検出手法が提案されており、エルセントロ地震波を入力した状態での MR ダンパ (The magneto-rheological fluid dumper) に生ずる力や各層の変位および水平剛性の同定を目的に、拡張 Kalman フィルタを用いた手法⁵²⁾が報告されている。非線形性を伴うシステムの構造損傷検出では、不確実性を考慮するために、拡張 Kalman フィルタと統計的プロセス制御 (SPC) を組み合わせる方法が提案されており、2層構造物を対象とした損傷検出結果⁵³⁾が報告されている。モデルの非線形性が強いと、逆解析に用いる数理モデルにおける初期条件、境界条件およびパラメータの設定に依存して、シミュレーション結果が実際の現象と大きく異なる場合がある。Kalman フィルタを用いた逆解析の新たな展開として、こうした問題を避けるために、データ同化により、パラメータを構成する数理モデルの確率変数によるアンサンブルを用いて、観測データを得る毎にアンサンブルによる修正をしながら Kalman フィルタによる推定を行うアンサンブル Kalman フィルタ⁵⁴⁾が提案されている。また、アンサンブル Kalman フィルタと類似する逆解析手法として、粒子フィルタ⁵⁵⁾を用いる方法も提案されている。ところで、拡張 Kalman フィルタリングアルゴリズムには、推定誤差共分散の項が含まれており、基本的に不適切問題である逆問題解析において、この項が正則化として寄与することが知られているが、正式な意味での正則化項は含まれていない。そこで、単純支持梁の損傷位置と損傷の大きさを同定するために、拡張 Kalman フィルタにティホノフの正則化項を考慮した方法⁵⁶⁾が提案されている。このように、拡張 Kalman フィルタを用いた多くの構造損傷検出手法は、時間領域によるアルゴリズムとして提案されている。

これら一連のフィルタを用いた逆解析手法の流れの中で、遠藤らは、Kalman フィルタを繰り返し計算アルゴリズムとして用い、固有振動数を観測量として中低層の建物の損傷層を確率的に検出する手法を提案³⁴⁾している。また、Kalman フィルタに用いられている復元作用素である Wiener フィルタの評価基準に替えて、射影フィルタ³⁶⁾やパラメトリック射影フィルタ³⁸⁾を用いることを提案し、測定誤差を考慮した統計的な解法として、中低層フレームモデルの損傷層の検出や浮遊式海洋構造物モデルの浮体ユニットの接合部の損傷検出を報告^{33,35,37)}している。さらに、フレームモデルの確率的損傷層検出を対象として、Kalman フィルタ、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタの特性の比較について報告³⁸⁾している。パラメトリック射影フィルタには、Tikhonov の正則化パラメータが含まれており、これを自律的かつ計算的に決定するフィルタとして、

第1章 序論

遠藤・登坂は可変的パラメトリック射影フィルタを提案⁵⁷⁾している。筆者らは、可変的パラメトリック射影フィルタをフレームモデルに適用し、その有効性を検討^{39,40)}した。さらに、射影フィルタを再評価することで、感度行列に着目したフィルタの特性を検討し、逆解析の初期値の設定方法に関して新たな知見を報告^{58~60)}した。

1.4 本論文の構成

本論文は7章から成り立っており、その概要は以下の通りである。

第1章では、本研究の背景と目的および関連する既往の研究について、その概要を述べる。

第2章では、本論で構造システム同定の逆解析手法として用いるフィルタ理論について、フィルタの統計的性質、確率ダイナミックシステムに対するフィルタ理論を概説し、繰り返し計算アルゴリズムを構成する。本研究で採用するフィルタは射影フィルタおよび可変的パラメトリック射影フィルタ（VPPF：Variable Parametric Projection Filter）であり、一般に用いられる Wiener フィルタを復元作用素とする Kalman フィルタとの比較にて示す。さらに、パラメトリック射影フィルタに含まれる正則化パラメータを計算的に決定する、VPPF のアルゴリズムについて概説する。

第3章では、本研究で対象とする3層フレームモデルおよび5層フレームモデルの概要を示し、各層の水平剛性を状態量としたときの、観測量としての固有振動数を求めるための固有値解析手法について概説する。本論では、逆解析の特性の検討を目的としていることから、観測量には固有値解析により求めた計算値を採用したシミュレーション逆解析を多用している。こうした検討は、実験手法の信頼性のもとで行う必要がある。本研究では、観測量を測定する手法として、実験モード解析手法⁶¹⁾の採用を提案しており、本手法について概説し、これまでの実験により得られた実測値と固有値解析により得られた計算値との比較において、本実験手法の有効性を示す。最後にフレームモデルの固有振動数を観測量とし、各層の水平剛性を状態量としたときの逆解析を、第2章で述べたアルゴリズムに基づき構成し、本研究で着目する感度行列の具体的な計算手法を示す。

第4章では、本研究で採用する射影フィルタを再評価する。射影フィルタは、推定誤差に関する項が陽に含まれておらず、観測誤差を正方行列として扱うこ

第1章 序論

とで、感度行列のみで表現される極めてシンプルなフィルタである。そこで、3層フレームモデルを対象とした逆解析を例に、感度行列、フィルタゲインおよび状態量の各成分のフィルタリングステップにおける推移から、感度行列の具体的な計算手法を示す。また、感度行列の各成分に加えて、感度行列の行列式、特異値および特異値から得られる条件数の推移を示し、フィルタを用いた逆解析の特性について検討し、初期値の設定方法に関する新たな計算手法を提案する。さらに後半では、本研究で得られたフィルタによる逆解析の特性を、非適切性のリスクの高い5層フレームモデルに適用し、本論で提案する初期値の設定方法に関する計算手法の有効性について検討する。なお、初期値の設定方法では、観測量に計算値を採用したシミュレーション逆解析との比較として、観測量に実測値を採用した場合の逆解析結果を示す。

第5章では、3層フレームモデルおよび5層フレームモデルの逆解析に、遠藤、登坂により提案されたVPPFを適用し、1次元化された正則化パラメータの決定に際して、採用する固有振動数のモード次数に着目したモード依存性に基づきVPPFの特性を述べる。また、前章までに同定が不可能であったモデルに対する逆解析結果により、VPPFの有効性について示す。さらに、VPPFを用いても同定が不可能となったモデルに対して、フィルタによる逆解析の特性に則り、本論で提案する初期値の設定に関する手法を適用することで、極めて逆解析が困難なモデルでも同定が可能となることを示す。

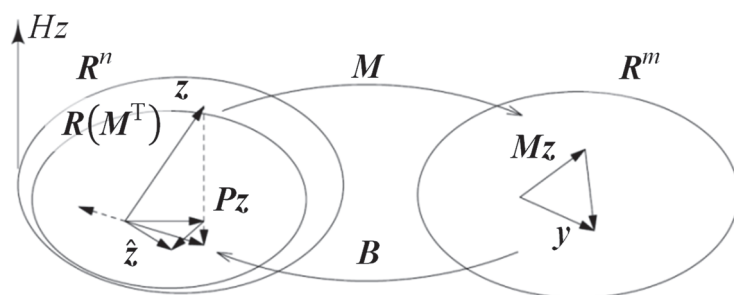
第6章では、観測量として採用するモーダルパラメータに着目する。これまでの逆解析では、観測量に高次モードの固有振動数を採用しているが、高次モードの情報は実測が困難であることが想定される。そこで、1次振動モードのみの情報により観測量を構成する。具体的には、1次モードの固有モード形に基づく変位を観測量としたときの逆解析手法について、シミュレーション逆解析によりその可能性を示す。

第7章では、3層フレームモデルおよび5層フレームモデルの逆解析に用いる感度行列に着目したフィルタの特性と初期値の設定方法に関する提案を述べ、さらに観測量として採用するモーダルパラメータに関する提案についてまとめを行う。

第2章

システム同定解析アルゴリズムの構成

- 2.1 はじめに
- 2.2 フィルタ理論による逆解析手法
- 2.3 フィルタリングアルゴリズムの構成
- 2.4 まとめ



2.1 はじめに

理工学の各分野のみならず、数理経済学や数理社会学等、我々の身近に逆問題は多く存在する。順問題は、原因に基づき結果を知ろうとする問題であるのに対して、逆問題は、結果から原因を探ろうとする問題である。ある意味では現在から過去を振り返ることになるが、原因の検証をすることにより、将来への道筋を軌道修正する手法かも知れない。

こうした逆問題は、時間の推移に基づくような現象の変化を対象とするダイナミックシステムに関する逆問題と、時間的遷移構造を無視し、単に結果から原因を求めようとする静的逆問題に大別できると考えられる。いずれの逆問題に関しても、数理的解法や測定的解法も含め、多くの逆解析手法が提案されている。本研究で対象とする逆問題は、静的逆問題に位置づけられる。同定しようとする状態量は、中低層建築物を想定したフレームモデルの水平剛性であり、観測量には固有振動数を採用し、自由振動実験により実測する。逆解析手法には、フィルタリングアルゴリズムを採用する。

Kalman フィルタに代表されるフィルタによる逆解析は、雑音を含む信号を復元するような通信分野のダイナミックシステムに多用されてきた。本研究では、状態方程式、観測方程式およびフィルタ方程式から成る一連のフィルタ理論において、状態方程式の時間的遷移構造がないものとして、フィルタ方程式による繰り返し計算アルゴリズムを構成する。採用するフィルタは、よく知られている Kalman フィルタに替えて、射影フィルタ族⁶²⁾を用いるものとする。

本章においては、フィルタの統計的性質、確率ダイナミックシステムに対するフィルタ理論を概説し、繰り返し計算アルゴリズムを構成する過程について述べる。本章は以下のように構成される。第1節に続き、第2節では、フィルタ理論について述べ、システム同定解析手法としてのフィルタリングアルゴリズムを構成する。第3節では、繰り返し計算アルゴリズムとなるフィルタ方程式に含まれる復元作用素（フィルタゲイン）について概説し、具体的なフィルタゲインである Kalman フィルタ、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタ（PPF : Parametric Projection Filter）を比較して示す。さらに、PPF に含まれる正則化パラメータ γ を各フィルタリングステップにおいて計算的に決定する可変的パラメトリック射影フィルタ（VPPF : Variable PPF）のアルゴリズムについて概説する。

2.2 フィルタ理論による逆解析手法

2.2.1 逆問題と統計的性質

逆問題は対象とする場やシステムから得られる観測量をもとに、そのシステムの未知量を同定する問題である。一般に、逆問題は解の存在性、一意性、連続性および収束性のいずれかが失われ、非適切性が現れる可能性がある。ここでは、まず線形システムを同定するような逆問題を考える。対象とする問題は、ある n 次元ベクトル \mathbf{z} に対して、 m 個の観測量を成分とする m 次元ベクトル \mathbf{y} を用いて、このシステムを同定することを逆問題として定義する。このときの線形逆問題は以下のように記述される。

$$\mathbf{y} = \hat{\mathbf{M}}\mathbf{z} + \mathbf{v} \quad (2.1)$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{B}\mathbf{y} \quad (2.2)$$

ここに、 $\hat{\mathbf{M}}(m \times n)$ は既知の観測行列であり、 \mathbf{v} は m 次元の観測量の観測誤差を表す誤差ベクトルである。式(2.2)は誤差を含むベクトル \mathbf{y} に、ある復元作用素 $\mathbf{B}(n \times m)$ を作用させることにより、未知量 \mathbf{z} の推定値 $\hat{\mathbf{z}}$ が得られることを示している。したがって線形逆問題を解くためには、この復元作用素（フィルタゲイン）をどのように構成するかが重要である。Fig.2.1 は線形逆問題の数理モデルである。

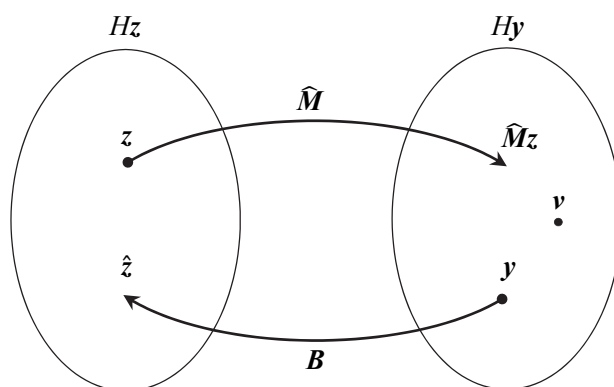


Fig.2.1 線形逆問題の数理モデル

第2章 システム同定解析アルゴリズムの構成

式(2.1)および式(2.2)で構成される線形逆問題において、誤差を含んだ観測量に関するベクトル \mathbf{y} が与えられたとき、未知量 $\hat{\mathbf{z}}$ を推定する問題を考える。この逆問題を解くにあたり、観測に伴う雑音 \mathbf{v} を考慮に入れた復元作用素として信号、通信および画像処理等の分野で発展し、種々の工学分野で成果を挙げているフィルタ理論を採用する。

また、未知量 \mathbf{z} と観測雑音ベクトル \mathbf{v} は確率変数ベクトルとし、その統計的性質は既知であり、以下のように与えられているものとする。

$$\begin{aligned}
 E\{\mathbf{v}\} &= 0 \\
 E\{\mathbf{v}\mathbf{v}^T\} &= \mathbf{Q} \quad (\mathbf{Q} > 0) \\
 E\{\mathbf{z}\} &= \bar{\mathbf{z}} \\
 E\{(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}})(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}})^T\} &= \mathbf{R} \\
 E\{(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}})\mathbf{v}^T\} &= E\{\mathbf{v}(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}})^T\} = 0
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

ここで $E\{\cdot\}$ は \cdot の期待値を表し、上付き T は転置を意味する。このような推定問題において、推定値 $\hat{\mathbf{z}}$ としての不変推定値を求めるものと仮定すると、 $\hat{\mathbf{z}}$ の期待値 $E\{\hat{\mathbf{z}}\}$ は \mathbf{z} の期待値 $E\{\mathbf{z}\}$ である $\bar{\mathbf{z}}$ と等しくならなければならない。すなわち、

$$E\{\hat{\mathbf{z}}\} = \bar{\mathbf{z}} \quad (\equiv E\{\mathbf{z}\}) \tag{2.4}$$

と書くことができる。このような $\hat{\mathbf{z}}$ は復元作用素を \mathbf{B} とすると、

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{z}} &= \bar{\mathbf{z}} + \mathbf{B}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{z}}) \\
 &= E\{\mathbf{z}\} + \mathbf{B}[\mathbf{y} - \hat{\mathbf{M}}(E\{\mathbf{z}\})]
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

で与えられる。このとき、 $\hat{\mathbf{z}}$ の期待値は、

$$\begin{aligned}
 E\{\hat{\mathbf{z}}\} &= E\{\bar{\mathbf{z}} + \mathbf{B}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{z}})\} \\
 &= E\{\bar{\mathbf{z}} + \mathbf{B}(\hat{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{z}} + \mathbf{v}) - \mathbf{B}\hat{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{z}}\} \\
 &= E\{\mathbf{B}\hat{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{z}} + \mathbf{B}\mathbf{v} + (\mathbf{I} - \mathbf{B}\hat{\mathbf{M}})\bar{\mathbf{z}}\} \\
 &= \mathbf{B}\hat{\mathbf{M}}E\{\bar{\mathbf{z}}\} + \mathbf{B}E\{\mathbf{v}\} + (\mathbf{I} - \mathbf{B}\hat{\mathbf{M}})E\{\bar{\mathbf{z}}\} \\
 &= \mathbf{B}\hat{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{z}} + (\mathbf{I} - \mathbf{B}\hat{\mathbf{M}})\bar{\mathbf{z}} \\
 &= \bar{\mathbf{z}}
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

となり、不変性が保証されることになる。本論で用いる逆解析手法はシステムの状態を逐次更新するような繰り返し計算アルゴリズムとしてのフィルタリングアルゴリズムである。具体的には、拡張 Kalman フィルタのフィルタゲインである Wiener フィルタとともに、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタを式(2.5)の復元作用素 \mathbf{B} として導入する。これら3種類のフィルタゲインの概要を次節で述べる。

2.2.2 フィルタ理論

(a) Wiener フィルタ

式(2.1)および式(2.2)で表される線形逆問題に対し、観測雑音 \mathbf{v} を考慮に入れた復元作用素として Wiener フィルタは以下のように与えられる。このとき確率変数ベクトル \mathbf{z} および \mathbf{v} の統計的性質は、式(2.3)で記した性質を有するものとする。未知量 \mathbf{z} と推定値 $\hat{\mathbf{z}}$ との差はそれらの属する空間 R^n のノルム $\|\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}\|^2$ を使って表すことができる。さらに、Wiener フィルタは、

$$\mathbf{J}_{WF} = E\|\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}\|^2 \quad (2.7)$$

で与えられる推定誤差のノルムの2乗平均（平均2乗誤差）を推定の良さを表す評価基準として採用している。式(2.7)は観測雑音ベクトル \mathbf{v} に関する平均のみならず、 \mathbf{z} に関しても平均したものを導入しなければならない。したがって、式(2.7)は次式のように書くことができ、この評価基準を最小とする $\hat{\mathbf{z}}$ に対して Wiener フィルタが導かれる。

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{WF} &= E\|\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}\|^2 \\ &= E_{\mathbf{z}}E_{\mathbf{v}}\|\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}\|^2 \rightarrow Min \end{aligned} \quad (2.8)$$

ここに、 $E_{\mathbf{z}}$ は \mathbf{z} の、 $E_{\mathbf{v}}$ は \mathbf{v} の期待値である。すなわち、式(2.8)の評価基準を満足する復元作用素である Wiener フィルタは以下のように表すことができる。

$$\mathbf{B}_{WF} = \mathbf{R}\mathbf{M}^T(\mathbf{M}\mathbf{R}\mathbf{M}^T + \mathbf{Q})^+ \quad (2.9)$$

ここに、 M は感度行列、 Q は観測誤差に関する共分散行列、 R は状態量に関する共分散行列であり、 $^+$ は Moore Penrose の一般逆行列である。Fig.2.2 に Wiener フィルタの概念図を示す。

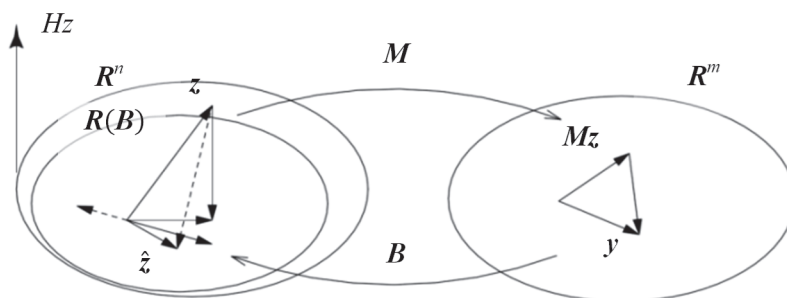


Fig.2.2 Wiener フィルタの概念図

(b) 射影フィルタ

先にも述べたように、Wiener フィルタは式(2.8)を評価基準とすることにより導かれた。これに対して、Wiener フィルタとは異なる評価基準を用いる射影フィルタが提案されている。以下に射影フィルタの概要を述べる。

射影フィルタは、観測雑音ベクトル v を特に考慮しない場合、個々の z に対して復元でき、最も z に近い推定値 \hat{z} は、 M^T の領域 $R(M^T)$ への正射影作用素 P を用いて Pz で与えられる。ここで用いる正射影作用素 P は、観測雑音ベクトルのないモデルを設定することで次式を満足する。

$$BM = P \quad (2.10)$$

さらに、雑音がある場合には式(2.1)および式(2.2)より、

$$\begin{aligned} \hat{z} &= B(Mz + v) \\ &= Pz + Bv \\ &= \hat{z}^{(i)} + \hat{z}^{(n)} \end{aligned} \quad (2.11)$$

となる。この表現から、推定値 \hat{z} は雑音が存在するとき、その影響により $\hat{z}^{(i)}$ すなわち z の最良近似 Pz のまわりに散らばることになる。そこで、この散らばりをノルムで表すと、

$$\|\hat{z} - \hat{z}^{(i)}\| = \|\hat{z}^{(n)}\| \quad (2.12)$$

$$= \|Bv\|$$

となり、雑音 v だけにに関する期待値（2乗平均）を考慮して、次式の評価基準を設定する。

$$\begin{aligned} J_{PF} &= E_v \|\hat{z} - Pz\|^2 \\ &= E_v \|Bv\|^2 \\ &= \text{tr}(BQB^T) \rightarrow \text{Min} \end{aligned} \quad (2.13)$$

ここに $\text{tr}(\cdot)$ は \cdot のトレースを意味する。式(2.13)に対して、制約条件として $BM = P$ の条件付き最小化問題の解として射影フィルタは、

$$B_{PF} = (M^T Q^+ M)^+ M^T Q^+ \quad (2.14)$$

で与えられる。ただし、 Q に関しては正値性が仮定される。Fig.2.3 に射影フィルタの概念図を示す。

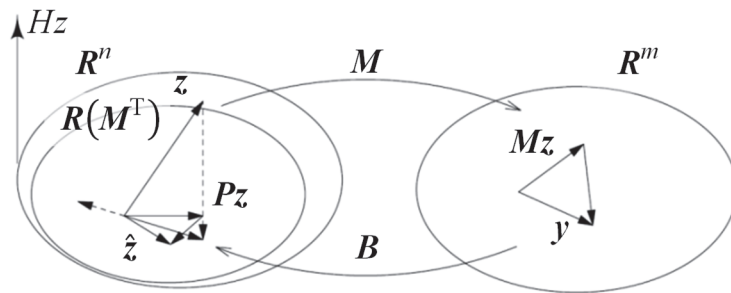


Fig.2.3 射影フィルタの概念図

(c) パラメトリック射影フィルタ

先に述べた射影フィルタは、 $BM = P$ という制約条件のもとで評価基準を最小化する問題の解として与えられた。換言すると、射影フィルタは Wiener フィルタとは異なり、状態量 z の出現頻度に関係なく、 z のすべてに対して、できるだけ忠実に未知量を推定しようとする性質を与えるため、厳しい制約条件が課せられている。この条件を緩和することを目的とした調整射影フィルタとして、パラメトリック射影フィルタが提案されている。すなわち、ノイズのない場合の推定値 \hat{z} を z の領域 $R(M^T)$ への最良近似 Pz から少し移動することにより、ノイズがある場合の推定値の散らばりを小さくする評価関数として次式が与えられる。

$$J_{PPF} = \text{tr}\{(\mathbf{B}\mathbf{M} - \mathbf{P})(\mathbf{B}\mathbf{M} - \mathbf{P})^T\} + \gamma E_v \|\mathbf{B}\mathbf{v}\|^2 \rightarrow \text{Min} \quad (2.15)$$

式(2.15)における第1項は射影に関する制約条件 $\mathbf{B}\mathbf{M} = \mathbf{P}$ を緩和するための項であり、第2項は射影フィルタにおけるノイズの散らばりに関する項である。また、係数 γ は制約条件の緩和と、ノイズを抑制する度合いのバランスを調整するパラメータとして与えられている。式(2.15)で表現された評価関数を最小とする解は、パラメトリック射影フィルタと呼ばれ、次式のように与えられる。

$$\mathbf{B}_{PPF} = (\mathbf{M}^T \mathbf{Q}^+ \mathbf{M} + \gamma \mathbf{I})^+ \mathbf{M}^T \mathbf{Q}^+ \quad (2.16)$$

Fig.2.4 にパラメトリック射影フィルタの概念図を示す。

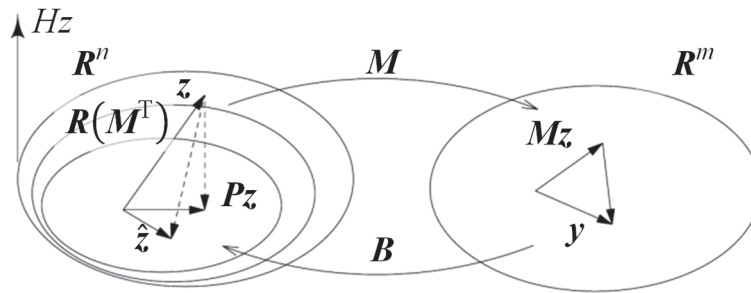


Fig.2.4 パラメトリック射影フィルタの概念図

2.2.3 線形確率ダイナミックシステム

ある場の挙動が、微分方程式やその離散的表現である差分方程式等を数理モデルとする系は、ダイナミックシステムと呼ばれている。ダイナミックシステムで混入する誤差を考慮する場合は、確率ダイナミックシステムとして扱うことになる。本逆解析では離散ダイナミックシステムに対するフィルタ理論を構造パラメータ同定の逆解析手法として採用する。このようなフィルタリング問題は以下のように構成される。

- ・ 状態方程式

$$\mathbf{z}_{t+1} = \Phi_t \mathbf{z}_t + \Gamma_t \xi_t \quad (2.17)$$

第2章 システム同定解析アルゴリズムの構成

・観測方程式

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{M}_t \mathbf{z}_t + \mathbf{v}_t \quad (2.18)$$

このとき下付きの t は時間を表す。ここで式(2.17)において \mathbf{z}_t は状態量であり、システム雑音ベクトル ξ_t を入力とする差分方程式となる。さらに、観測雑音ベクトル \mathbf{v}_t を考慮することで、システムの出力は観測ベクトル \mathbf{y}_t として最終的に式(2.18)で与えられる。また、 \mathbf{z}_t 、 ξ_t 、 \mathbf{y}_t 、 \mathbf{v}_t はそれぞれ離散時間確率過程として扱われる確率変数ベクトルであり、 Φ_t は状態遷移行列 ($n \times n$)、 Γ_t は駆動行列 ($n \times l$)、 \mathbf{M}_t は観測行列 ($m \times n$) と呼び、一般に既知の確定行列である。

フィルタリング問題を解くためには、式(2.17)中のシステム雑音ベクトル ξ_t 、観測雑音ベクトル \mathbf{v}_t および状態ベクトル \mathbf{z}_t の初期条件 \mathbf{z}_0 に対して確率的構造を与える必要がある。一般に ξ_t 、 \mathbf{v}_t 、 \mathbf{z}_0 に対して次のような統計的性質が仮定される。

- 1) ξ_t と \mathbf{v}_t はそれぞれ白色雑音である。
- 2) ξ_t と \mathbf{v}_t はそれぞれ平均値ベクトルであるが、 $\mathbf{0}$ で既知の共分散行列を持つ Gauss 過程である。
- 3) ξ_t と \mathbf{v}_t は互いに独立な確率過程である。
- 4) \mathbf{z}_0 は既知の平均値ベクトルと共分散行列を持つ Gauss 確率変数ベクトルである。
- 5) \mathbf{z}_0 は ξ_t 、 \mathbf{v}_t に対して独立である。(確率的直交性を有する)

これらを整理すると、次のように表すことができる。

$$E\{\xi_t\} = 0, \quad E\{\mathbf{v}_t\} = 0, \quad E\{\xi_t \xi_k^T\} = \mathbf{S}_t \delta_{tk}, \quad E\{\mathbf{v}_t \mathbf{v}_k^T\} = \mathbf{Q}_t \delta_{tk}, \quad (2.19)$$

$$E\{\mathbf{v}_t \xi_k^T\} = E\{\xi_t \mathbf{v}_k^T\} = 0$$

$$E\{\mathbf{z}_0\} = \bar{\mathbf{z}}_0, \quad E\{(\mathbf{z}_0 - \bar{\mathbf{z}}_0)(\mathbf{z}_0 - \bar{\mathbf{z}}_0)^T\} = \mathbf{R}_0 \delta_{tk}, \quad E\{\mathbf{z}_0 \xi_k^T\} = 0, \quad (2.20)$$

$$E\{\mathbf{z}_0 \mathbf{v}_k^T\} = 0$$

第2章 システム同定解析アルゴリズムの構成

ここで δ_{tk} は Kronecker Delta である。またこれらの仮定から、 \mathbf{z}_t は Gauss・Markov 過程となり、 \mathbf{y}_t は Gauss 過程となる。さらに、状態方程式の両辺に期待値を取り、式(2.19)で仮定した $E\{\xi_t\} = 0$ を用いれば、

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathbf{z}}_{t+1} &= E\{\mathbf{z}_{t+1}\} \\
 &= E\{\Phi_t \mathbf{z}_t + \Gamma_t \xi_t\} \\
 &= \Phi_t E\{\mathbf{z}_t\} + \Gamma_t E\{\xi_t\} \\
 &= \Phi_t E\{\mathbf{z}_t\} \\
 &= \Phi_t \bar{\mathbf{z}}_t
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

のように、 \mathbf{z}_{t+1} の平均値ベクトル $\bar{\mathbf{z}}_{t+1}$ は \mathbf{z}_t の平均値ベクトル $\bar{\mathbf{z}}_t$ によって表すことができる。一方、 \mathbf{z}_{t+1} の共分散行列は式(2.17)と式(2.20)、さらに \mathbf{z}_t と ξ_t の独立性の仮定より、

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_{t+1} &= E\{(\mathbf{z}_{t+1} - \bar{\mathbf{z}}_{t+1})(\mathbf{z}_{t+1} - \bar{\mathbf{z}}_{t+1})^T\} \\
 &= E\{(\Phi_t \mathbf{z}_t + \Gamma_t \xi_t - \Phi_t \bar{\mathbf{z}}_t)(\Phi_t \mathbf{z}_t + \Gamma_t \xi_t - \Phi_t \bar{\mathbf{z}}_t)^T\} \\
 &= \Phi_t E\{(\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}_t)(\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}_t)^T\} \Phi_t^T + \Phi_t E\{(\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}_t)\xi_t^T\} \Gamma_t^T \\
 &\quad + \Gamma_t E\{\xi_t(\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}_t)^T\} \Phi_t^T + \Gamma_t E\{\xi_t \xi_t^T\} \Gamma_t^T \\
 &= \Phi_t E\{(\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}_t)(\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}_t)^T\} \Phi_t^T + \Gamma_t E\{\xi_t \xi_t^T\} \Gamma_t^T \\
 &= \Phi_t \mathbf{R}_t \Phi_t^T + \Gamma_t \mathbf{S}_t \Gamma_t^T
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

となり、 \mathbf{z}_t と ξ_t との共分散行列により表すことができる。さらに \mathbf{y}_t の統計量 $\bar{\mathbf{y}}_t$ は以下のように表される。

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathbf{y}}_t &= E\{\mathbf{y}_t\} \\
 &= E\{\mathbf{M}_t \mathbf{z}_t + \mathbf{v}_t\} \\
 &= \mathbf{M}_t E\{\mathbf{z}_t\} + E\{\mathbf{v}_t\} \\
 &= \mathbf{M}_t E\{\mathbf{z}_t\} \\
 &= \mathbf{M}_t \bar{\mathbf{z}}_t
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

また、 \mathbf{y}_t の共分散行列は式(2.20)と式(2.23)および \mathbf{z}_t と \mathbf{v}_t の独立の仮定より、次式に示すような \mathbf{z}_t と \mathbf{v}_t の共分散で表される。

$$\begin{aligned}
 E\{(\mathbf{y}_t - \bar{\mathbf{y}}_t)(\mathbf{y}_t - \bar{\mathbf{y}}_t)^T\} &= E\{(\mathbf{M}_t \mathbf{z}_t + \mathbf{v}_t - \mathbf{M}_t \bar{\mathbf{z}}_t)(\mathbf{M}_t \mathbf{z}_t + \mathbf{v}_t - \mathbf{M}_t \bar{\mathbf{z}}_t)^T\} \\
 &= \mathbf{M}_t E\{(\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}_t)(\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}}_t)^T\} \mathbf{M}_t^T + E\{\mathbf{v}_t \mathbf{v}_t^T\}
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

第2章 システム同定解析アルゴリズムの構成

$$= \mathbf{M}_t \mathbf{R}_t \mathbf{M}_t^T + \mathbf{Q}_t$$

以上により、 \mathbf{z}_t 、 ξ_t 、 \mathbf{y}_t 、 \mathbf{v}_t の2次までの統計量がすべて決定できたことになる。

2.3 フィルタリングアルゴリズムの構成

2.3.1 Kalman フィルタに基づくアルゴリズム

式(2.17)と式(2.18)で与えた線形ダイナミックシステムに対する Kalman フィルタを用いたフィルタリングアルゴリズムを以下に示す。

Kalman フィルタは離散時間線形確率ダイナミクスシステムと確率変数ベクトル \mathbf{z}_t 、 $\boldsymbol{\xi}_t$ 、 \mathbf{y}_t 、 \mathbf{v}_t の2次までの統計量を用いて、推定と予測の操作を繰り返すことにより、各時刻における状態量の平均値ベクトルと共分散行列を得ることによって導くことができる。観測量 $\{\mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_t\}$ が得られたときの未知状態量 \mathbf{z}_t の最小分散推定量 $\hat{\mathbf{z}}_{t/t-1} = E\{\mathbf{z}_t \mid \mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_t\}$ を与えるような Kalman フィルタの一般式は以下のようなになる。ここで $\hat{\mathbf{z}}_{t/t-1}$ は観測量が与えられる前に得られる \mathbf{z}_t の推定量である。また $\hat{\mathbf{z}}_{t/t}$ は \mathbf{y}_t が与えられたとき、その情報を基に $\hat{\mathbf{z}}_{t/t}$ を改良することによって得られる \mathbf{z}_t の推定量である。

- ・ 推定過程 (観測更新アルゴリズム)

$$\hat{\mathbf{z}}_{t/t} = \hat{\mathbf{z}}_{t/t-1} + \mathbf{R}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^T (\mathbf{M}_t \mathbf{R}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^T + \mathbf{Q}_t)^+ (\mathbf{y}_t - \mathbf{M}_t \hat{\mathbf{z}}_{t/t-1}) \quad (2.25)$$

$$\mathbf{R}_{t/t} = \mathbf{R}_{t/t-1} - \mathbf{R}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^T (\mathbf{M}_t \mathbf{R}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^T + \mathbf{Q}_t)^+ \mathbf{M}_t \mathbf{R}_{t/t-1} \quad (2.26)$$

- ・ 予測過程 (時間更新アルゴリズム)

$$\hat{\mathbf{z}}_{t+1/t} = \boldsymbol{\Phi}_t \hat{\mathbf{z}}_{t/t} \quad (2.27)$$

$$\mathbf{R}_{t+1/t} = \boldsymbol{\Phi}_t \mathbf{R}_{t/t} \boldsymbol{\Phi}_t^T + \boldsymbol{\Gamma}_t \mathbf{S}_t \boldsymbol{\Gamma}_t^T \quad (2.28)$$

ここで、式(2.9)で表す Wiener フィルタの一般形 $\mathbf{B}_{WF_t} = \mathbf{R}_{t/t-1} \mathbf{M}^T (\mathbf{M} \mathbf{R}_{t/t-1} \mathbf{M}^T + \mathbf{Q})^+$ を導入し、式(2.25)から式(2.28)を整理すると Kalman フィルタは次のように表すことができる。

第2章 システム同定解析アルゴリズムの構成

- ・フィルタ方程式

$$\hat{\mathbf{z}}_{t/t} = \hat{\mathbf{z}}_{t/t-1} + \mathbf{B}_{WF_t}(\mathbf{y}_t - \mathbf{M}_t \hat{\mathbf{z}}_{t/t-1}) \quad (2.29)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{t+1/t} = \Phi_t \hat{\mathbf{z}}_{t/t} \quad (2.30)$$

- ・フィルタゲイン

$$\mathbf{B}_{WF_t} = \mathbf{R}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^T (\mathbf{M}_t \mathbf{R}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^T + \mathbf{Q}_t)^+ \quad (2.31)$$

- ・推定誤差の共分散行列方程式

$$\mathbf{R}_{t/t} = \mathbf{R}_{t/t-1} - \mathbf{B}_{WF_t} \mathbf{M}_t \mathbf{R}_{t/t-1} \quad (2.32)$$

$$\mathbf{R}_{t+1/t} = \Phi_t \mathbf{R}_{t/t} \Phi_t^T + \Gamma_t \mathbf{S}_t \Gamma_t^T \quad (2.33)$$

- ・初期値

$$\hat{\mathbf{z}}_{0/-1} = \bar{\mathbf{z}}_0 \quad \mathbf{R}_{0/-1} = \bar{\mathbf{R}}_0 \quad (2.34)$$

以上より、Kalman フィルタは、 \mathbf{z}_0 、 ξ_t 、 \mathbf{v}_t の平均値ベクトル $\{\bar{\mathbf{z}}_0, E(\xi_t) = 0, E(\mathbf{v}_t) = 0\}$ と共分散行列 $\{\mathbf{R}_0, \mathbf{S}_0 \dots, \mathbf{S}_t, \mathbf{Q}_0 \dots, \mathbf{Q}_t\}$ 、および観測量 $\{\mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1 \dots, \mathbf{y}_t\}$ を与えることによって、平均2乗誤差を最小とする推定量 $\{\hat{\mathbf{z}}_{0/0}, \dots, \hat{\mathbf{z}}_{t/t}\}$ と推定誤差の共分散行列 $\{\mathbf{R}_{0/0}, \dots, \mathbf{R}_{t/t}\}$ を逐次求めるアルゴリズムとなる。

2.3.2 射影フィルタに基づくアルゴリズム

射影フィルタは、前節で述べた Kalman フィルタを用いる場合と同様の手順で計算アルゴリズムを構成することができ、Wiener フィルタに代わって、射影フィルタをフィルタゲインに導入する。以下にその概要を述べる。

- ・推定過程（観測更新アルゴリズム）

$$\hat{\mathbf{z}}_{t/t} = \hat{\mathbf{z}}_{t/t-1} + (\mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}_t^+ \mathbf{M}_t)^+ \mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}_t^+ (\mathbf{y}_t - \mathbf{M}_t \hat{\mathbf{z}}_{t/t-1}) \quad (2.35)$$

第2章 システム同定解析アルゴリズムの構成

- ・ 予測過程（時間更新アルゴリズム）

$$\hat{\mathbf{z}}_{t+1/t} = \Phi_t \hat{\mathbf{z}}_{t/t} \quad (2.36)$$

ここで、 $\mathbf{B}_{PF_t} = (\mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}_t^+ \mathbf{M}_t)^+ \mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}_t^+$ を導入し、式(2.35)と式(2.36)を整理すると、射影フィルタを用いたアルゴリズムは次のように表すことができる。

- ・ フィルタ方程式

$$\hat{\mathbf{z}}_{t/t} = \hat{\mathbf{z}}_{t/t-1} + \mathbf{B}_{PF_t} (\mathbf{y}_t - \mathbf{M}_t \hat{\mathbf{z}}_{t/t-1}) \quad (2.37)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{t+1/t} = \Phi_t \hat{\mathbf{z}}_{t/t} \quad (2.38)$$

- ・ フィルタゲイン

$$\mathbf{B}_{PF_t} = (\mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}_t^+ \mathbf{M}_t)^+ \mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}_t^+ \quad (2.39)$$

- ・ 推定誤差の共分散行列

$$\mathbf{R}_{t/t} = \mathbf{R}_{t/t-1} + \mathbf{B}_{PF_t} (\mathbf{M}_t \mathbf{R}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^T + \mathbf{Q}_t) \mathbf{B}_{PF_t}^T - \mathbf{B}_{PF_t} \mathbf{M}_t \mathbf{R}_{t/t-1} - \mathbf{R}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^T \mathbf{B}_{PF_t}^T \quad (2.40)$$

$$\mathbf{R}_{t+1/t} = \Phi_t \mathbf{R}_{t/t} \Phi_t^T + \Gamma_t \mathbf{S}_t \Gamma_t^T \quad (2.41)$$

- ・ 初期値

$$\hat{\mathbf{z}}_{0/-1} = \bar{\mathbf{z}}_0 \quad \mathbf{R}_{0/-1} = \bar{\mathbf{R}}_0 \quad (2.42)$$

射影フィルタは、フィルタゲインに推定誤差共分散行列を含んでいないことが特徴である。

2.3.3 パラメトリック射影フィルタに基づくアルゴリズム

先の Kalman フィルタおよび射影フィルタに基づくアルゴリズムと同様に、パラメトリック射影フィルタをフィルタゲインとして用いた計算アルゴリズムも構成できる。以下にその概要を述べる。

- ・フィルタ方程式

$$\hat{\mathbf{z}}_{t/t} = \hat{\mathbf{z}}_{t/t-1} + \mathbf{B}_{PPF_t}(\mathbf{y}_t - \mathbf{M}_t \hat{\mathbf{z}}_{t/t-1}) \quad (2.43)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{t+1/t} = \Phi_t \hat{\mathbf{z}}_{t/t} \quad (2.44)$$

- ・フィルタゲイン

$$\mathbf{B}_{PPF_t} = (\mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{M}_t + \gamma \mathbf{I})^+ \mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}^+ \quad (2.45)$$

- ・推定誤差の共分散行列

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{t/t} = \mathbf{R}_{t/t-1} + \mathbf{B}_{PPF_t}(\mathbf{M}_t \mathbf{R}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^T + \mathbf{Q}_t) \mathbf{B}_{PPF_t}^T - \mathbf{B}_{PPF_t} \mathbf{M}_t \mathbf{R}_{t/t-1} \\ - \mathbf{R}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^T \mathbf{B}_{PPF_t}^T \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\mathbf{R}_{t+1/t} = \Phi_t \mathbf{R}_{t/t} \Phi_t^T + \Gamma_t \mathbf{S}_t \Gamma_t^T \quad (2.47)$$

- ・初期値

$$\hat{\mathbf{z}}_{0/-1} = \bar{\mathbf{z}}_0 \quad \mathbf{R}_{0/-1} = \bar{\mathbf{R}}_0 \quad (2.48)$$

パラメトリック射影フィルタには、射影フィルタに対する制約条件の緩和と、ノイズを抑制する度合いのバランスを調整するパラメータ γ が含まれていることが特徴である。

一般に逆問題は不安定であり、この不安定性を安定化する一つの手法として正則化の概念がある。パラメトリック射影フィルタを採用することは、パラメータ γ を正則化パラメータとして捉えることにより、ノイズの統計的な先験情報として共分散行列を用いた正則化を図ることと同じ効果が期待できる。

2.3.4 可変的パラメトリック射影フィルタに基づくアルゴリズム

パラメトリック射影フィルタをフィルタゲインとして採用する場合、正則化パラメータ γ を具体的な数値として与える必要がある。遠藤らは、当初パラメータ γ の設定に際し、試行錯誤により様々な値を設定した経緯がある。その結果、パラメータ γ に大きな値を設定すると拡張 Kalman フィルタの性質に類似し、逆に小さな値を設定すると射影フィルタの性質に移行することになった³⁸⁾。しかし、こうして設定した γ の値は、逆解析の対象とする数理モデルに最適な値である保証はなく、客観的な γ の値の決定法が望まれるところとなった。そこで、正則化パラメータ γ の設定において可変的決定手法を導入することにより、任意の初期値からフィルタリングの計算過程を通して、数理モデルに適応する数値を与えることができる、可変的パラメトリック射影フィルタリングアルゴリズム (VPPF) が提案された⁵⁷⁾。以下に、VPPF について概説する。

フィルタリングの初期ステップにおいて、非線形ベクトル関数を擬似線形化して表すと、フィルタ方程式は次式で与えられる。

$$\hat{\mathbf{z}}_{0/0} = \hat{\mathbf{z}}_{0/-1} + \mathbf{B}_0 \{ \mathbf{y}_0 - \mathbf{M}_0 \hat{\mathbf{z}}_{0/-1} \} \quad (2.49)$$

これより、状態ベクトルは観測ベクトルに比例するものと仮定すると、近似的に次式のように表わすことができる。

$$\hat{\mathbf{z}}_{0/0} \doteq \mathbf{A}_0 \mathbf{y}_{0/-1} (= \mathbf{A}_0 \mathbf{M}_0 \hat{\mathbf{z}}_{0/-1}) \quad (2.50)$$

ただし、行列 \mathbf{A}_0 は対角行列である。一方、初期ステップのフィルタ方程式は、次式のように表わすこともできる。

$$\hat{\mathbf{z}}_{0/0} \doteq \mathbf{B}_0 \mathbf{y}_{0/-1} \quad (2.51)$$

ここに、 \mathbf{B}_0 はパラメトリック射影フィルタであり、具体的には式(2.50)、(2.51)および式(2.45)より次の式の様に表わされる。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_0 \mathbf{y}_{0/-1} &= \mathbf{B}_0 \mathbf{y}_{0/-1} \\ &= (\mathbf{M}_0^T \mathbf{Q}_0^{-1} \mathbf{M}_0 + \gamma_{0/0} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}_0^T \mathbf{Q}_0^{-1} \mathbf{y}_{0/-1} \end{aligned} \quad (2.52)$$

第2章 システム同定解析アルゴリズムの構成

式(2.52)より、パラメータ γ の初期値に関する次の関係式を得る。

$$\gamma_{0/0} \hat{\mathbf{z}}_{0/-1} = \mathbf{b}_{0/-1} \quad (2.53)$$

ただし、

$$\mathbf{b}_{0/-1} = \mathbf{M}_0^T \mathbf{Q}_0^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{M}_0 \mathbf{A}_0) \mathbf{y}_{0/-1} \quad (2.54)$$

である。以上の関係より、正の実数 $\gamma_{0/0}$ は $\hat{\mathbf{z}}_{0/-1}$ と $\mathbf{b}_{0/-1}$ との内積および $\hat{\mathbf{z}}_{0/-1}$ のノルムを用いて次式で表わされる。

$$\gamma_{0/0} = \frac{\hat{\mathbf{z}}_{0/-1} \cdot \mathbf{b}_{0/-1}}{\|\hat{\mathbf{z}}_{0/-1}\|^2} \quad (2.55)$$

式(2.55)を計算することにより、フィルタリング1回目の初期状態量に対する値が求めたので $\mathbf{B}_{0/0}$ を求め、フィルタ方程式より $\hat{\mathbf{z}}_{0/0}$ を得ることができる。次に $\hat{\mathbf{z}}_{0/0}$ を用いて同様の計算により $\gamma_{0/1}$ を求め、フィルタ方程式より $\hat{\mathbf{z}}_{0/1}$ が求められる。この一連の計算を γ が収束するまで繰り返し計算を行い、収束した値をフィルタリング1回目の γ の値とする。フィルタリング2回目では $\hat{\mathbf{z}}_{0/1}$ を初期値として γ が収束するまで繰り返し計算し、各フィルタリングステップで同様の計算を行うことにより γ を決定することで VPPF を構成することができる。

ところで、式(2.55)により構成した可変的アルゴリズムは、フィルタ方程式により次のステップの状態量を繰り返し計算で決定しているため、フィルタリング計算を正則化することなしに実施していることと同様である。このため、状態量が3変数以上になると繰り返し計算が不安定になることが経験的に分かっている。そこでこの問題を回避するために、多変数ベクトルで表現されている式(2.54)において、対角行列 \mathbf{A}_0 の特定の成分に着目し、1変数として計算することが考えられる。これにより、 γ を決定するための繰り返し計算はスカラー表現となり次式で表わされる。

$$\gamma_{0/0} = M Q^{-1} (1 - a_0 M) y_{0/-1} \hat{z}_{0/-1}^{-1} \quad (2.56)$$

ここに、 M 、 Q 、 a_0 、 $y_{0/-1}$ 、 $\hat{z}_{0/-1}$ はそれぞれ、 \mathbf{M}_0 、 \mathbf{Q}_0 、 \mathbf{A}_0 、 $\mathbf{y}_{0/-1}$ および $\hat{\mathbf{z}}_{0/-1}$ の特定された同一の対角成分である。

2.3.5 非線形確率ダイナミックシステムへの拡張

これまで述べてきた Kalman フィルタ、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタは線形確率システムを対象としたフィルタリング問題に対するアルゴリズムである。しかし、本論で対象とするシステム同定解析手法は、観測量として構造物の固有振動数を採用し、未知状態量を構造物の水平剛性としているため、その関係は非線形となる。そこで、本システム同定解析では、線形確率システムを非線形に拡張したアルゴリズムとして以下のように構成される。

非線形確率システムを次の状態方程式と観測方程式で表現する。

・状態方程式

$$\mathbf{z}_{t+1} = \varphi_t(\mathbf{z}_t) + \gamma_t(\mathbf{z}_t)\xi_t \quad (2.57)$$

・観測方程式

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{m}_t(\mathbf{z}_t) + \mathbf{v}_t \quad t \geq 0 \quad (2.58)$$

ただし、 \mathbf{z}_t 、 ξ_t 、 \mathbf{v}_t は Gauss 性を有し、式(2.20)を満たすものとする。また、非線形ベクトル関数 $\varphi_t(\mathbf{z}_t)$ 、 $\mathbf{m}_t(\mathbf{z}_t)$ は状態ベクトル \mathbf{z}_t に関して連続微分可能であると仮定させる。この仮定のもとで、 \mathbf{z}_t の推定量 $\hat{\mathbf{z}}_{t/t}$ 、 $\hat{\mathbf{z}}_{t/t-1}$ を既知とし、その推定量の近傍で $\varphi_t(\mathbf{z}_t)$ 、 $\mathbf{m}_t(\mathbf{z}_t)$ を Taylor 展開すると以下ようになる。

$$\varphi_t(\mathbf{z}_t) = \varphi_t(\mathbf{z}_{t/t}) + \Phi_t(\mathbf{z}_t - \hat{\mathbf{z}}_{t/t}) + \dots \quad (2.59)$$

$$\mathbf{m}_t(\mathbf{z}_t) = \mathbf{m}_t(\mathbf{z}_{t/t}) + \mathbf{M}_t(\mathbf{z}_t - \hat{\mathbf{z}}_{t/t}) + \dots \quad (2.60)$$

ここで Φ_t 、 \mathbf{M}_t は次式で与えられる行列である。

$$\Phi_t \equiv \left(\frac{\partial \varphi_t(\mathbf{z}_t)}{\partial \mathbf{z}_t} \right)_{\mathbf{z}_{t/t}} \quad (2.61)$$

$$\mathbf{M}_t \equiv \left(\frac{\partial \mathbf{m}_t(\mathbf{z}_t)}{\partial \mathbf{z}_t} \right)_{\mathbf{z}_{t/t}} \quad (2.62)$$

第2章 システム同定解析アルゴリズムの構成

さらに、 $\Gamma_t \equiv \gamma_t(\hat{z}_{t/t})$ と定義し、式(2.57)と式(2.58)に式(2.59)と式(2.60)を代入して、高次項を無視すると次式を得る。

$$z_{t+1} = \varphi_t(z_{t/t}) + \Phi_t(z_t - \hat{z}_{t/t}) + \Gamma_t \xi_t \quad (2.63)$$

$$y_t = m_t(z_{t/t}) + M_t(z_t - \hat{z}_{t/t}) + v_t \quad (2.64)$$

さらに、

$$u_t = \varphi_t(\hat{z}_{t/t}) - \Phi_t \hat{z}_{t/t} \quad (2.65)$$

$$\eta_t = y_t - m_t(\hat{z}_{t/t-1}) + M_t(\hat{z}_{t/t-1}) \quad (2.66)$$

とおくと、式(2.61)および式(2.62)から、次のように線形化された確率システムが得られる。

$$z_{t+1} = \Phi_t z_t + u_t + \Gamma_t \xi_t \quad (2.67)$$

$$\eta_t = M_t z_t + v_t \quad (2.68)$$

非線形確率システムを線形化することで得られる拡張型フィルタリングアルゴリズムは、以下のように表される。

【拡張 Kalman フィルタ】

・フィルタ方程式

$$\hat{z}_{t/t} = \hat{z}_{t/t-1} + \mathbf{B}_{WF_t} [y_t - m_t(\hat{z}_{t/t-1})] \quad (2.69)$$

$$\hat{z}_{t+1/t} = \Phi_t(\hat{z}_{t/t-1}) \quad (2.70)$$

・フィルタゲイン

$$\mathbf{B}_{WF_t} = \mathbf{R}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^\top (\mathbf{M}_t \mathbf{R}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^\top + \mathbf{Q}_t)^{-1} \quad (2.71)$$

第2章 システム同定解析アルゴリズムの構成

- ・推定誤差の共分散行列方程式

$$\mathbf{R}_{t/t} = \mathbf{R}_{t/t-1} - \mathbf{B}_{WF_t} \mathbf{M}_t \mathbf{R}_{t/t-1} \quad (2.72)$$

$$\mathbf{R}_{t+1/t} = \Phi_t \mathbf{R}_{t/t} \Phi_t^T + \Gamma_t \mathbf{S}_t \Gamma_t^T \quad (2.73)$$

- ・初期値

$$\hat{\mathbf{z}}_{0/-1} = \bar{\mathbf{z}}_0 \quad \mathbf{R}_{0/-1} = \bar{\mathbf{R}}_0 \quad (2.74)$$

【拡張射影フィルタ】

- ・フィルタ方程式

$$\hat{\mathbf{z}}_{t/t} = \hat{\mathbf{z}}_{t/t-1} + \mathbf{B}_{PF_t} [\mathbf{y}_t - m_t(\hat{\mathbf{z}}_{t/t-1})] \quad (2.75)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{t+1/t} = \Phi_t(\hat{\mathbf{z}}_{t/t-1}) \quad (2.76)$$

- ・フィルタゲイン

$$\mathbf{B}_{PF_t} = (\mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}_t^{-1} \mathbf{M}_t)^{-1} \mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}_t^{-1} \quad (2.77)$$

- ・初期値

$$\hat{\mathbf{z}}_{0/-1} = \bar{\mathbf{z}}_0 \quad (2.78)$$

【拡張パラメトリック射影フィルタ】

- ・フィルタ方程式

$$\hat{\mathbf{z}}_{t/t} = \hat{\mathbf{z}}_{t/t-1} + \mathbf{B}_{PPF_t} [\mathbf{y}_t - m_t(\hat{\mathbf{z}}_{t/t-1})] \quad (2.79)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{t+1/t} = \Phi_t(\hat{\mathbf{z}}_{t/t-1}) \quad (2.80)$$

第2章 システム同定解析アルゴリズムの構成

- ・フィルタゲイン

$$\mathbf{B}_{PPF_t} = (\mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{M}_t + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}^{-1} \quad (2.81)$$

- ・初期値

$$\hat{\mathbf{z}}_{0/-1} = \bar{\mathbf{z}}_0 \quad (2.82)$$

これらの非線形フィルタリングアルゴリズムは線形フィルタリングアルゴリズムと類似しているが Φ_t 、 Γ_t 、 \mathbf{M}_t は $\hat{\mathbf{z}}_{t/t}$ 、 $\hat{\mathbf{z}}_{t/t-1}$ の関数であるため、推定誤差共分散行列 $\mathbf{R}_{t/t}$ およびフィルタゲイン \mathbf{B}_{WF_t} 、 \mathbf{B}_{PF_t} 、 \mathbf{B}_{PPF_t} をオンラインで計算することになる。

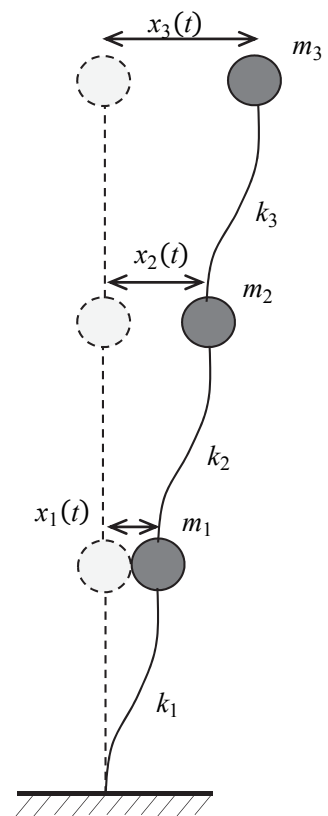
2.4 まとめ

本章では、フィルタの統計的性質、確率ダイナミックシステムに対するフィルタ理論を概説し、繰り返し計算アルゴリズムを構成する過程について述べた。また、フィルタリングアルゴリズムに含まれるフィルタゲインとして、Wiener フィルタを復元作用素とした拡張 Kalman フィルタ、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタについて、その概要を比較して示した。さらに、可変的パラメトリック射影フィルタにおける正則化パラメータ γ の決定方法について述べた。

第3章

フレーム構造物のシステム同定問題の構成

- 3.1 はじめに
- 3.2 フレームモデルの概要
- 3.3 質点系モデルの固有値解析
- 3.4 観測量の測定
- 3.5 システム同定問題の構成
- 3.6 まとめ



3.1 はじめに

本研究の目的は、中低層建築物である5層程度までの建築構造物を対象として、地震後の損傷や経年劣化による損傷を、安定的かつ精度よく検出するフィルタリングアルゴリズムによる逆解析手法を開発することである。逆解析手法の検討のためには、シミュレーション逆解析による多くのパラメトリックスタディが必要である。しかし、本来、逆解析の実用化のためには、実測値に基づく逆解析が行われる必要がある。そこで、パラメトリックスタディにより開発した計算手法の検証を行うために、実験により観測した実測値を用いた逆解析を行うことにする。

本研究では、検証のための建築構造物として、中低層建築物を想定した3層フレーム構造模型および5層フレーム構造模型を作成した。これらのフレーム模型は、鋼製であり、それぞれ3質点、5質点となるように、スラブの質量を大きくするよう考慮した。また、接合部はすべて溶接接合とし、1層の柱脚はベースプレートに埋め込み溶接を施し、固定支持を確保するようにした。

観測量の測定には、実験モード解析⁶¹⁾を用いることにする。実験モード解析は、比較的容易かつ精度よく固有振動数と固有モードを得る手法である。一般に、振動数の高い自動車の振動解析等に多用され、発展した振動測定技術である。筆者の所属する研究室では、以前より、建築構造物の固有振動数の測定に適用することを提案してきたが、本研究でも、同様の手法を踏襲する。

本章では、逆解析の数理モデルであるフレーム構造物を、質点系としてモデル化したときの固有値問題を概説し、実験モード解析により得られた固有振動数と固有値解析により得られた計算値とを比較し、本固有値解析が逆解析の数理モデルとして採用できることを示す。本章の後半では、第4章以降における逆解析手法として、第2章で述べたフィルタに基づく逆解析アルゴリズムによるシステム同定問題を構成する。

3.2 フレームモデルの概要

3.2.1 3層フレームモデル

フィルタ理論を繰り返し計算として用いる本逆解析では、一意解が存在しないこと等に起因して、状態量が多いほど非適切性のリスクが高くなることが知られている。本項では、フィルタ理論を用いた逆解析を構成するにあたって、まずは状態量が少なく、比較的安定的な繰り返し計算が可能であると想定される3層フレームモデルを採用し、その概要を示す。

モデルの外観は、Photo 3.1 および Fig.3.1 に示した通りであり、剛性低下のない層の柱の断面は $6.0\text{mm} \times 6.0\text{mm}$ とし、損傷は柱の断面を変化させることで剛性低下として定義することにした。本モデルでは、損傷層の柱を $6.0\text{mm} \times 4.5\text{mm}$ に設定する。なお、水平剛性の評価については、本節の最後で述べることとする。

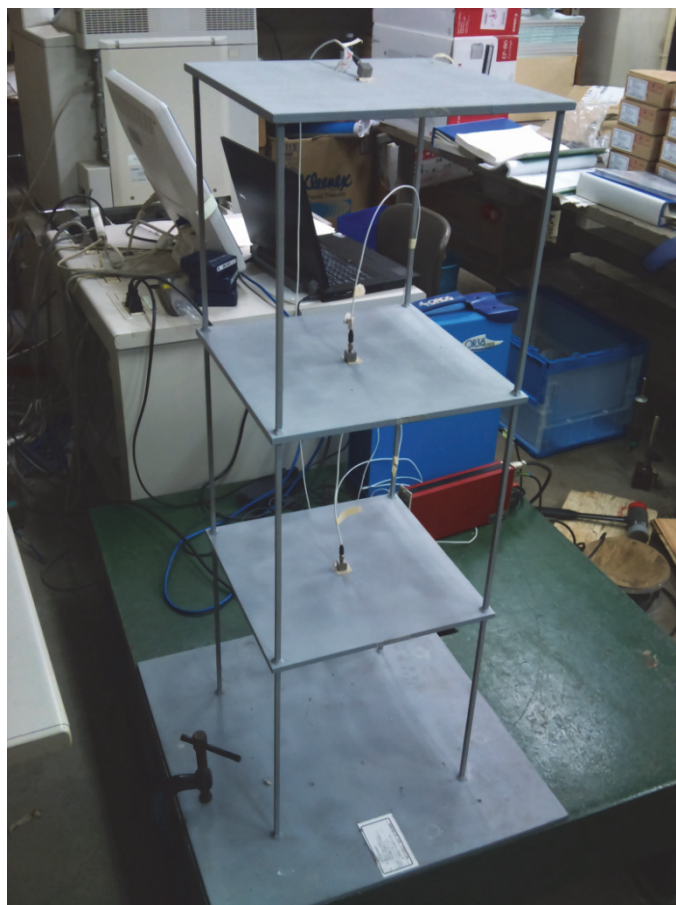


Photo 3.1 3層フレームモデルの外観

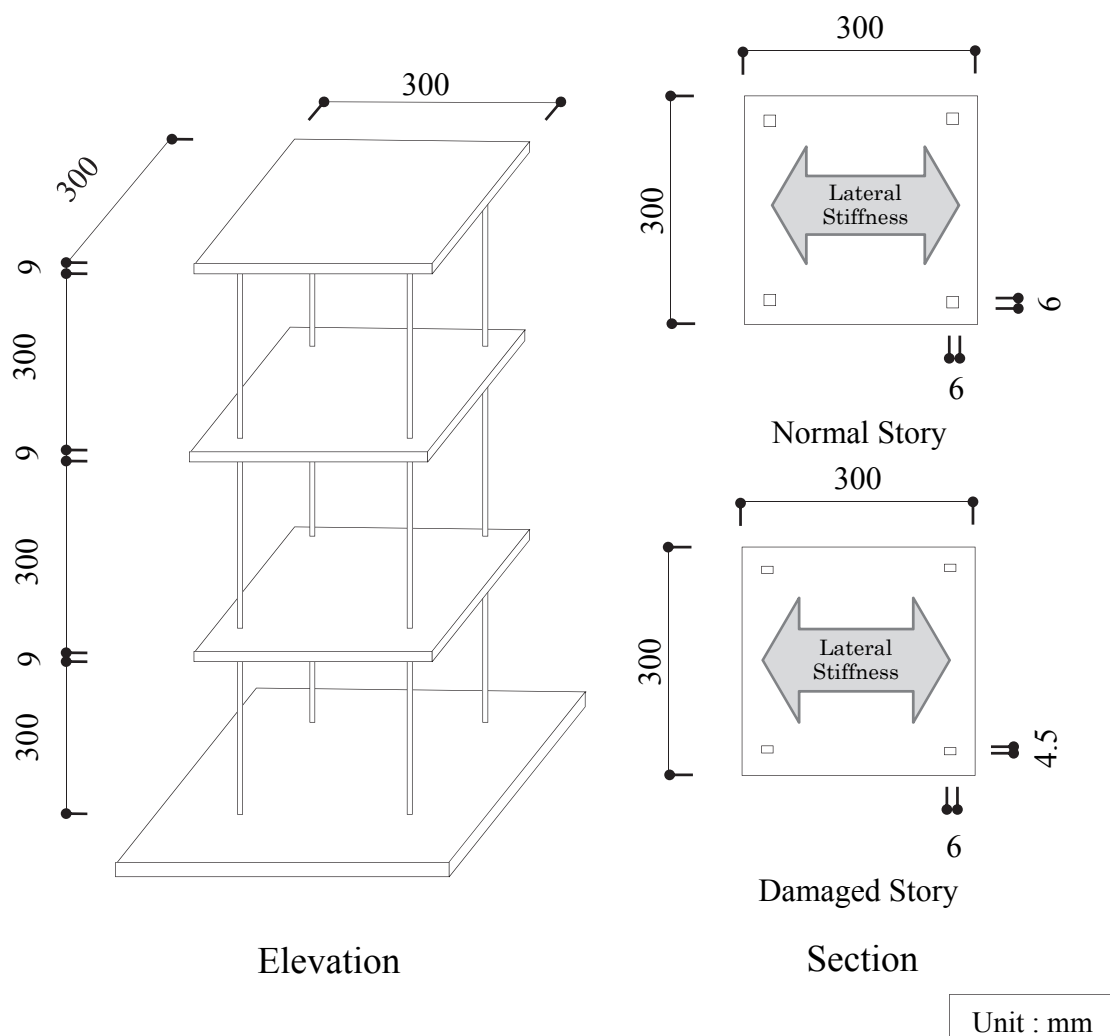


Fig.3.1 3層フレームモデルの概要

逆解析の観測量として用いる 3 層フレームモデルの固有振動数の測定にあたり、4 種類の実験モデルを作成した。その諸元を Table 3.1 および Fig.3.2 に示す。Table3.1 では、各モデルの具体的な柱の断面寸法および各係数の値が示されており、Fig.3.2 では、損傷を想定した層の柱が黒塗りで表現されている。すべての層に損傷がないモデルを「剛性低下なしモデル」と呼び、各複数層に 25%程度の剛性低下を想定したモデルとして、1 層と 2 層に剛性低下を想定したモデル、1 層と 3 層に剛性低下を想定したモデルおよび 2 層と 3 層に剛性低下を想定したモデルをそれぞれの層における「剛性低下モデル」と呼ぶことにする。なお、剛性低下は、設計値に対する割合として定義することとする。

第3章 フレーム構造物のシステム同定問題の構成

Table 3.1 3層フレームモデルの諸元

		剛性低下なし モデル	1層と2層に 25%剛性低下 モデル	1層と3層に 25%剛性低下 モデル	2層と3層に 25%剛性低下 モデル
柱断面 (mm)	3層	6.0×6.0	6.0×6.0	6.0×4.5	6.0×4.5
	2層	6.0×6.0	6.0×4.5	6.0×6.0	6.0×4.5
	1層	6.0×6.0	6.0×4.5	6.0×4.5	6.0×6.0
各層の階高 (mm)		300.0			
スラブの大きさ (mm) (幅×奥行×厚さ)		300.0×300.0×9.0			
ヤング係数 (N/mm ²)		2.1×10 ⁵			

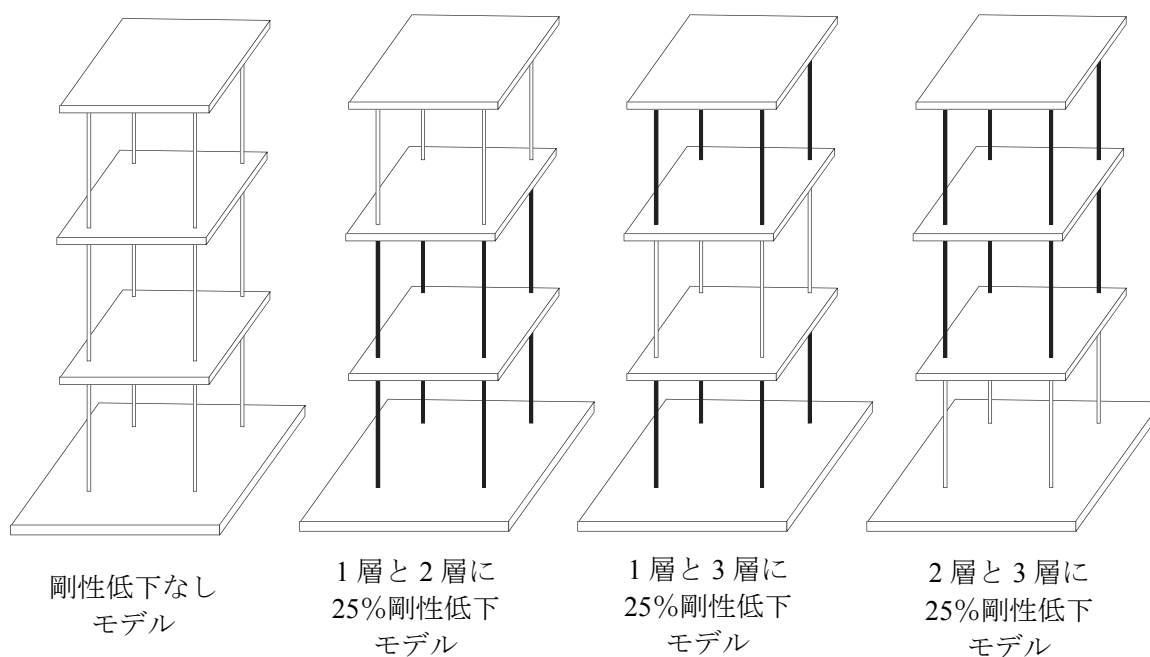


Fig.3.2 複数層に剛性低下を想定した3層フレームモデル

3.2.2 5層フレームモデル

本項では、先に示した3層フレームモデルと比較して、同定が困難になることが想定される、5層フレームモデルの概要を示す。モデルの外観は Photo 3.2 および Fig.3.3 に示す通りである。本モデルは、損傷を想定していない層の柱の断面は3層モデルと同様に6.0mm×6.0mmであるのに対して、損傷を想定した層の柱の断面を6.0mm×3.0mmとすることで、50%の大きな剛性低下を想定しており、同定する状態量が多いだけでなく、剛性低下を想定した層と想定していない層の状態量の差が大きいため、さらに非適切性のリスクの高いモデルと言える。本研究では、各層に剛性低下を想定したモデル6体を作成し、その諸元を Table 3.2 および Fig.3.4 に示す。Table 3.2 では、剛性低下を想定した各層の柱の具体的な断面寸法および各係数の値が示され、Fig.3.4 では、剛性低下を想定した層の柱が黒で塗られている。剛性低下を想定していないモデルを「剛性低下なしモデル」と呼び、例えば50%の大きな剛性低下を1層に想定したモデルを「1層50%剛性低下モデル」などと呼ぶことにする。なお、剛性低下は、設計値に対する割合として定義することとする。



Photo 3.2 5層フレームモデルの外観

第3章 フレーム構造物のシステム同定問題の構成

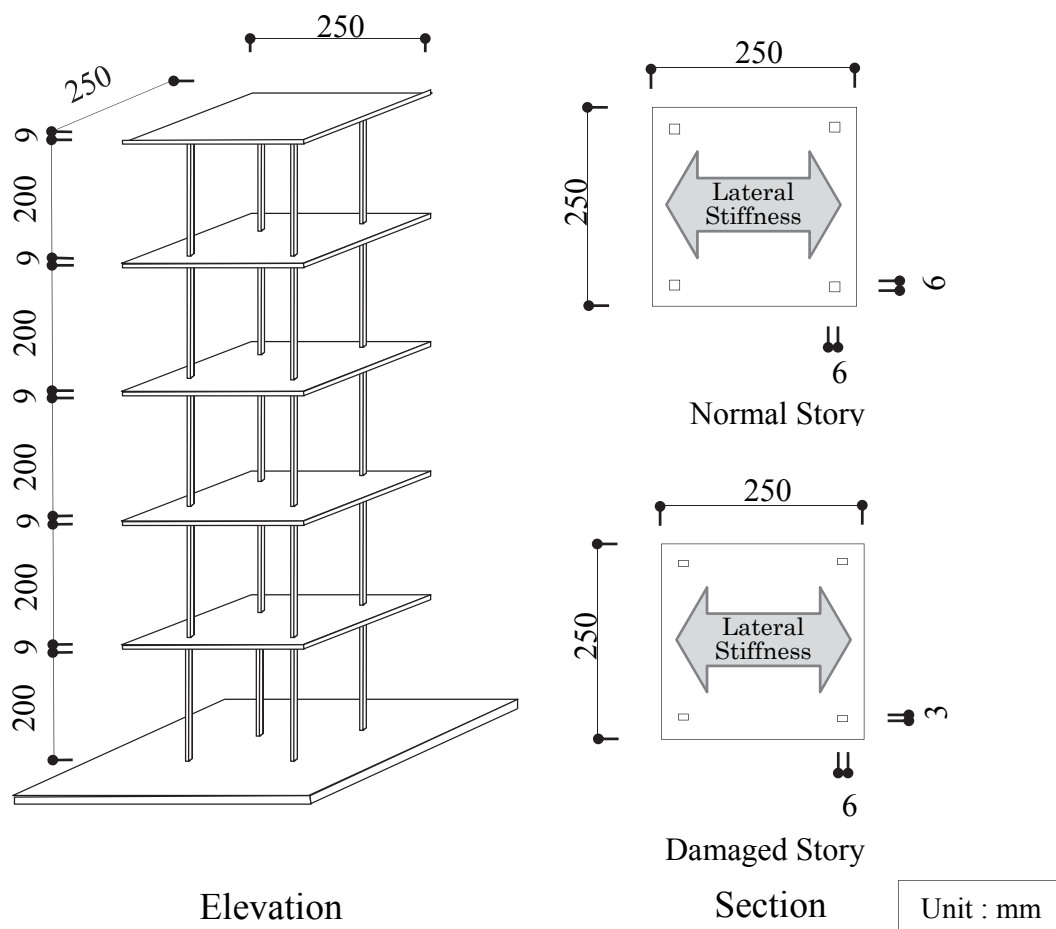


Fig.3.3 5層フレームモデルの概要

Table 3.2 5層フレームモデルの諸元

		剛性低下 なし モデル	1層 50% 剛性低下 モデル	2層 50% 剛性低下 モデル	3層 50% 剛性低下 モデル	4層 50% 剛性低下 モデル	5層 50% 剛性低下 モデル
柱断面 (mm)	5層	6.0×6.0	6.0×6.0	6.0×6.0	6.0×6.0	6.0×6.0	6.0×3.0
	4層	6.0×6.0	6.0×6.0	6.0×6.0	6.0×6.0	6.0×3.0	6.0×6.0
	3層	6.0×6.0	6.0×6.0	6.0×6.0	6.0×3.0	6.0×6.0	6.0×6.0
	2層	6.0×6.0	6.0×6.0	6.0×3.0	6.0×6.0	6.0×6.0	6.0×6.0
	1層	6.0×6.0	6.0×3.0	6.0×6.0	6.0×6.0	6.0×6.0	6.0×6.0
各層の階高 (mm)		200.0					
スラブの大きさ (mm) (幅×奥行×高さ)		250.0×250.0×9.0					
ヤング係数 (N/mm ²)		2.1×10 ⁵					

第3章 フレーム構造物のシステム同定問題の構成

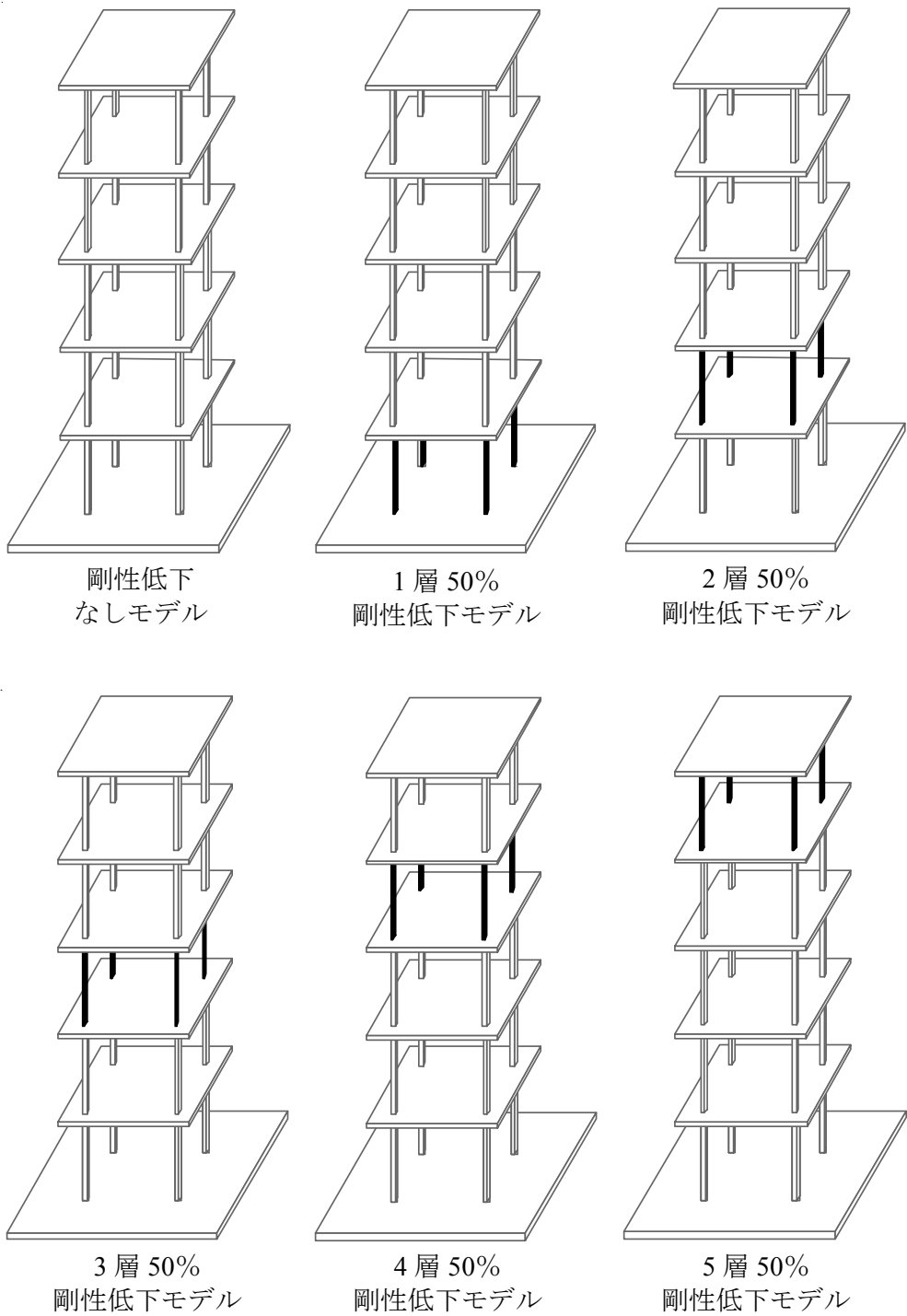


Fig.3.4 各層に剛性低下を想定した5層フレームモデル

3.2.3 フレームモデルの水平剛性の評価

3層フレームモデルおよび5層フレームモデルの設計値としての水平剛性は、次のように評価できる。製作したモデルの柱頭および柱脚は溶接による接合であり、接合部の曲げ剛性は剛接合を仮定する。これにより、各層における柱1本の力学モデルおよび断面はFig.3.5のように表すことができる。

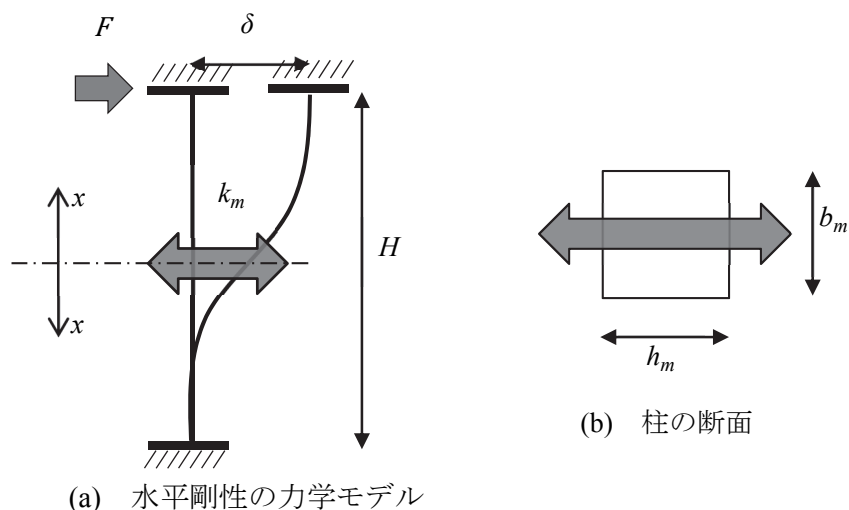


Fig.3.5 フレームモデルの水平剛性の評価

変位 δ と水平荷重 F との関係は、仮想仕事法等により以下のように表される。

$$\begin{aligned}
 \delta &= 2 \int_0^{\frac{H}{2}} \frac{x \cdot Fx}{E_m I_m} dx \\
 &= 2 \frac{F}{E_m I_m} \int_0^{\frac{H}{2}} x^2 dx \\
 &= \frac{FH^3}{12E_m I_m}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Hook の法則より

$$F = \frac{12 E_m I_m}{H^3} \delta \tag{3.2}$$

であるから、 m 層の両端固定の柱1本当たりの水平剛性 k_m は次式で与えられる。

第3章 フレーム構造物のシステム同定問題の構成

$$k_m = \frac{12 E_m I_m}{H^3} \quad (3.3)$$

ここに E_m は Table 3.1 および Table 3.2 で示したヤング係数であり、 I_m は矩形断面の断面 2 次モーメントとして、 b_m と h_m を用いて次式で表される。

$$I_m = \frac{b_m h_m^3}{12} \quad (3.4)$$

各層は 4 本の柱で構成されており、その水平剛性は $4k_m$ で計算される。これにより計算した、3 層フレームモデルおよび 5 層フレームモデルの各層の水平剛性を Table 3.3 および Table 3.4 にそれぞれ示す。

Table 3.3 3 層フレームモデルの各層の水平剛性

		剛性低下なし モデル	1 層と 2 層に 25%剛性低下 モデル	1 層と 3 層に 25%剛性低下 モデル	2 層と 3 層に 25%剛性低下 モデル
水平剛性 (N/mm)	3 層	36.0	36.0	27.0	27.0
	2 層	36.0	27.0	36.0	27.0
	1 層	36.0	27.0	27.0	36.0

Table 3.4 5 層フレームモデルの各層の水平剛性

		剛性低下 なし モデル	1 層に 50% 剛性低下 モデル	2 層に 50% 剛性低下 モデル	3 層に 50% 剛性低下 モデル	4 層に 50% 剛性低下 モデル	5 層に 50% 剛性低下 モデル
水平剛性 (N/mm)	5 層	136.0	136.0	136.0	136.0	136.0	68.0
	4 層	136.0	136.0	136.0	136.0	68.0	136.0
	3 層	136.0	136.0	136.0	68.0	136.0	136.0
	2 層	136.0	136.0	68.0	136.0	136.0	136.0
	1 層	136.0	68.0	136.0	136.0	136.0	136.0

3.3 質点系モデルの固有値解析

本研究における逆解析では、観測量として固有振動数を採用するため、解析の対象であるフレームモデルから計算的に固有振動数を求める必要がある。本節では、フレームモデルを対象とした固有方程式の構成について概説する。

本逆解析で対象とするフレームモデルは、3層および5層であることから、多質点系の自由振動方程式を用いる必要がある。ここでは、3層フレームモデルを例に、Fig.3.6 に示すようなせん断型バネ-質点系モデルとしての自由振動方程式を示すことにする。ここに m_1 、 m_2 、 m_3 はそれぞれ1層、2層および3層の質量であり、 k_1 、 k_2 、 k_3 は1層、2層および3層の水平剛性である。

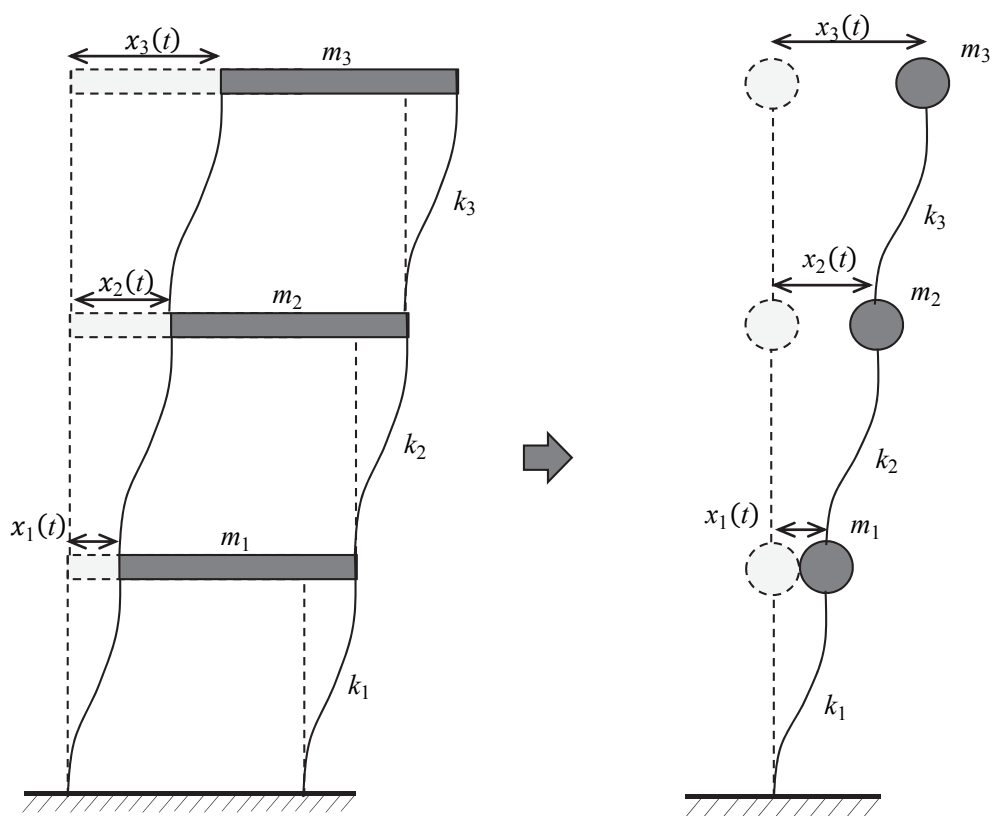


Fig.3.6 非減衰の3質点系モデル

通常の減衰比の範囲であれば、固有振動数への減衰力の影響は極めて小さく、減衰を考慮した場合の固有振動数と非減衰の場合の固有振動数はほぼ一致することが知られている。したがって、本節で述べる多質点系モデルの自由振動方程式においては、減衰を考慮しない非減衰自由振動方程式を採用することにする。多質点系の非減衰自由振動方程式は次式のように書くことができる。

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_s \mathbf{x}(t) = 0 \quad (3.5)$$

ここに、 $\mathbf{x}(t)$ および $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ は、それぞれ変位ベクトル、加速度ベクトルであり、 \mathbf{M}_s は質量行列、 \mathbf{K}_s は剛性行列である。3層モデルの質量行列および剛性行列の具体的な表現を式(3.6)および式(3.7)に示す。

$$\mathbf{M}_s = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

さらに、5層モデルの質量行列および剛性行列を式(3.8)および式(3.9)に示す。

$$\mathbf{M}_s = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & 0 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 + k_5 & -k_5 \\ 0 & 0 & 0 & -k_5 & k_5 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

運動方程式(3.5)の解を、調和運動として次式により仮定する。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{A}e^{i\omega t} \\ \dot{\mathbf{x}}(t) &= i\omega \mathbf{A}e^{i\omega t} \\ \ddot{\mathbf{x}}(t) &= -\omega^2 \mathbf{A}e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (3.10)$$

上式において \mathbf{A} は初期条件により与えられる振幅ベクトルである。式(3.10)を運動方程式(3.5)に代入すると、式(3.11)を得る。

$$\mathbf{K}_s \mathbf{A} - \omega^2 \mathbf{M}_s \mathbf{A} = 0 \quad (3.11)$$

同次方程式(3.11)において、振幅ベクトル \mathbf{A} がゼロベクトルでないための条件として、次式の固有振動方程式を得る。

$$|\mathbf{K}_s - \omega^2 \mathbf{M}_s| = 0 \quad (3.12)$$

式(3.12)において、剛性行列 \mathbf{K}_s および質量行列 \mathbf{M}_s を具体的に与えることにより、固有値 ω^2 を求めることが可能である。固有振動方程式(3.12)は一般的な固有値解析アルゴリズムを用いて固有値 ω^2 を求めることが可能であり、本計算では QR 法を採用する。

3.4 観測量の測定

本論では、逆解析の特性の検討にあたって、固有値解析により求めた計算値を観測量に用いた場合のシミュレーション逆解析結果を多く示すが、当然、こうした検討は、数理モデルである非減衰運動方程式により求めた固有振動数が実測値と精度よく一致することによる、実験手法の信頼性のもとで論じる必要がある。本研究では、観測量の測定にあたり、実験モード解析手法を採用する。本節では、実験モード解析の概要について述べ、3層フレームモデルおよび5層フレームモデルを対象とした実験モード解析により得られた実測値としての固有振動数と、前節までに述べた固有値解析により求めた計算値の固有振動数とを比較することで、観測量の測定方法としての実験モード解析手法の有効性を示す。

3.4.1 実験モード解析手法

実験モード解析 (EMA : Experimental Modal Analysis) は固有振動数、固有モードおよび減衰比を求めるための実用的な実験解析手法であり、周波数応答関数の測定と、モーダルパラメータの同定の2つのカテゴリから成り立っている。前者は、一般に入力と応答加速度の比により周波数応答関数を求め、カーブフィットを施すことで固有振動数および減衰比、固有モードを算出する方法である。振動を励起させる方法として、常微動測定法や起振機による方法、簡便な

方法としてインパクトハンマ加振等が知られており、状況に応じて使い分ける必要がある。本測定では対象とするフレームモデルが小規模であること、さらに鋼製であること等を考慮して、比較的簡単な加振手法とされているインパクトハンマ加振による方法を用いることとし、インパクトハンマに内蔵されているロードセルによる加振力と、各層に設置された圧電型の加速度計からの応答によって周波数応答関数を求める。これにより、得られた周波数応答関数に基づきモーダルパラメータである固有モードおよび減衰比を同定する。

(a) 周波数応答関数の測定

フレーム構造物の動特性を表す周波数応答関数を求めるために加振実験を行った。実験モード解析のイメージを、5層フレームモデルを例にFig.3.7に示す。測定の対象となるモデルの各層に圧電式小型加速度センサを設置し、小型ロードセルがハンマの先端に付属されたインパクトハンマにより加振した。加振に当たっては、加振する層の位置によって励起されやすいモードが異なることから、加振する層の位置を変えることで、1次モードから5次モードまでの固有振動数が得られるよう配慮した。なお、加振力による誤差を考慮して、いずれ

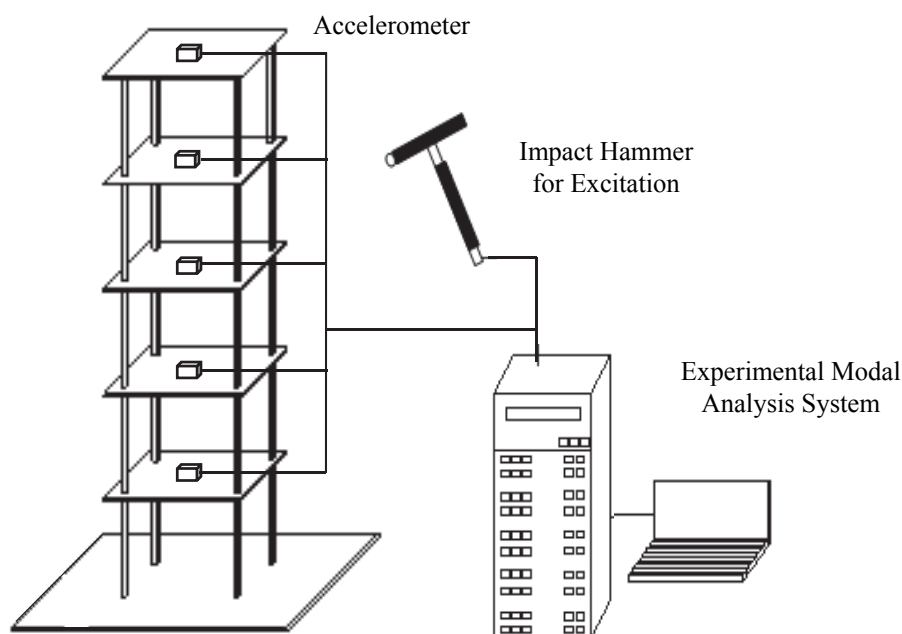


Fig.3.7 実験モード解析 (EMA)

の場合も複数回の加振を与えることで、各層に設置した加速度センサから応答加速度を測定し、この平均を観測量とした。このとき、ダブルハンマリング等の加振ミスにも合わせて留意した。

(b) モード特性の同定

インパクトハンマによる加振力と、加速度センサからの応答加速度より多点参照多自由度法により周波数応答関数を求め、最小二乗複素指数法によりカーブフィットを行った。カーブフィットを行うにあたっては基本的に汎用の実験モード解析ソフトを用いるが、カーブフィットされた周波数応答関数において得られた周波数応答関数と逐次比較し、解析対象とする周波数領域を変更するなどにより、最も実験値に適合した周波数応答関数を採用した。

本実験モード解析による、カーブフィットされた周波数応答関数のグラフの例を、3層と5層について Fig.3.8、Fig.3.9 にそれぞれ示す。カーブフィットが適切に行われると、雑音を含む周波数応答関数上をカーブフィットした実線がなぞることになり、図に示したように測定された周波数応答関数とカーブフィットされた周波数応答関数がほぼ一致する。なお、本実験モード解析により得られた固有振動数の誤差の標準偏差は極めて小さく、各モードとも観測量に対して±0.005以下であった。

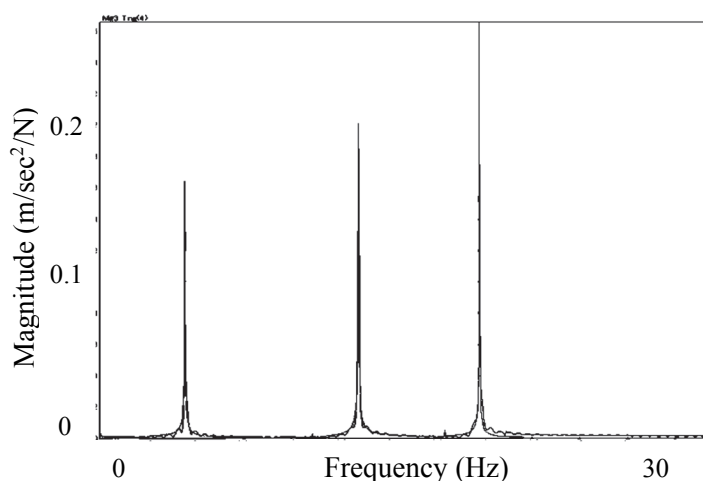


Fig.3.8 3層フレームモデルのEMAにより得られた周波数応答関数

第3章 フレーム構造物のシステム同定問題の構成

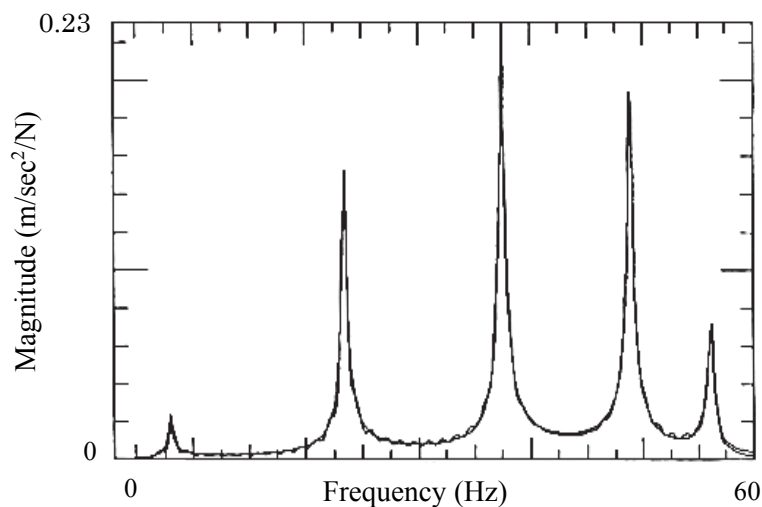


Fig.3.9 5層フレームモデルのEMAにより得られた周波数応答関数

3.4.2 実験モード解析により得られた固有振動数

3層フレームモデルおよび5層フレームモデルに対して、固有値解析により求めた計算値 (Cal.) としての固有振動数と実験モード解析より得られた実測値 (EMA.) としての固有振動数を比較して Table3.5 および Table3.6 にそれぞれ示す。いずれの結果も、実測値と計算値は精度よく一致していることから、実験モード解析手法の有効性が確認できる。

Table 3.5 3層フレームモデルの固有振動数の実測値および計算値 (Hz)

Mode	剛性低下なしモデル		1層と2層に25%の剛性低下モデル	
	Cal.	EMA	Cal.	EMA
1st	5.23	5.08	4.59	4.49
2nd	14.66	12.60	13.59	13.52
3rd	21.19	21.44	19.54	19.76
Mode	1層と3層に25%の剛性低下モデル		2層と3層に25%の剛性低下モデル	
	Cal.	EMA	Cal.	EMA
1st	4.74	4.66	4.87	4.75
2nd	12.87	12.74	13.38	13.37
3rd	19.99	20.28	18.72	19.05

第3章 フレーム構造物のシステム同定問題の構成

Table 3.6 5層フレームモデルの固有振動数の実測値および計算値 (Hz)

Mode	剛性低下なしモデル		1層に50%の剛性低下モデル		2層に50%の剛性低下モデル	
	Cal.	EMA	Cal.	EMA	Cal.	EMA
1st	7.96	7.97	6.70	6.76	6.96	6.90
2nd	23.23	23.45	20.91	20.70	22.93	22.68
3rd	36.62	37.53	34.65	35.13	34.44	34.96
4th	47.04	48.86	45.97	47.08	42.15	43.00
5th	53.65	56.16	53.36	55.20	52.11	53.59
Mode	3層に50%の剛性低下モデル		4層に50%の剛性低下モデル		5層に50%の剛性低下モデル	
	Cal.	EMA	Cal.	EMA	Cal.	EMA
1st	7.22	7.19	7.55	7.52	7.84	7.78
2nd	22.07	22.10	20.00	20.06	20.64	20.82
3rd	32.73	33.18	36.17	36.69	32.00	32.53
4th	46.43	47.57	43.29	44.18	44.16	45.11
5th	49.87	51.68	51.12	52.75	52.84	54.47

3.5 システム同定問題の構成

本節では、フレームモデルの固有振動数を観測量とし、各層の水平剛性を状態量としたシステム同定に関する逆問題を構成する。逆問題の解析手法として、第2章で示したフィルタ理論に基づくアルゴリズムを援用する。

3.5.1 逆解析手法

フィルタリングアルゴリズムは、一般に状態方程式、観測方程式およびフィルタ方程式から構成される。本論で構成する逆解析は先に示した通り、観測された固有振動数と同時刻の各層の水平剛性を同定する問題であることから、状態量と観測量の間には、フィルタリング過程において時間的遷移構造を持たないことが仮定でき、状態方程式は次のように表すことができる。

・状態方程式

$$z_{t+1} = \mathbf{I}z_t \quad (\mathbf{I} = \Phi) \quad (3.13)$$

ここに z は状態ベクトルである。また、状態遷移行列 Φ は単位行列 \mathbf{I} で表さ

第3章 フレーム構造物のシステム同定問題の構成

れ、システム雑音は無視することができる。これより添え字 t は時間項を表すのではなく、フィルタリングステップを意味することになる。また観測量を固有振動数とすると、状態量である水平剛性との関係は非線形となるため、観測方程式は次式のように非線形方程式として表される。

・観測方程式

$$\mathbf{y}_t = m_t(\mathbf{z}_t) + \mathbf{v}_t \quad (3.14)$$

ここに、 $m_t(\mathbf{z}_t)$ は推定量 \mathbf{z}_t における固有振動数を意味する非線形ベクトル関数、 \mathbf{y}_t は観測量としての固有振動数、 \mathbf{v}_t は雑音である。 \mathbf{z}_t の回りで Taylor 展開し、高次項を無視すると次式のような線形化された観測方程式を得る。

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{M}_t \mathbf{z}_t + \mathbf{v}_t \quad (3.15)$$

ここに、 \mathbf{M}_t は本研究で着目する感度行列である。

$$\mathbf{M}_t = \frac{\partial m_t(\mathbf{z}_t)}{\partial \mathbf{z}_t} \quad (3.16)$$

さらに、観測量を固有振動数 ω とした場合のフィルタ方程式および初期条件を以下に示す。

・フィルタ方程式

$$\mathbf{z}_{t+1/t} = \mathbf{z}_{t/t-1} + \mathbf{B}_t (\omega - m_t(\mathbf{z}_{t/t-1})) \quad (3.17)$$

・初期条件

$$\mathbf{z}_{0/-1} = \bar{\mathbf{z}}_0 \quad (3.18)$$

ここに \mathbf{B}_t は復元作用素 (フィルタゲイン) であり、下付き添え字 $t/t-1$ は $t-1$ 回目のフィルタリングステップの情報に基づく t 回目の状態量を意味する。逆解析としてのフィルタリングアルゴリズムは、観測量である固有振動数 ω と、状

態量である $\mathbf{z}_{t/t-1}$ を用いて計算される固有振動数 $m_t(\mathbf{z}_{t/t-1})$ が一致するまで繰り返し計算するアルゴリズムである。本システム同定解析において、フィルタ方程式(3.17)に Wiener フィルタの評価基準を満足するフィルタゲインを用いると拡張 Kalman フィルタリングアルゴリズムとなり、同様に、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタの、それぞれの評価基準を満足するようなフィルタゲインを用いることも可能である。

以下に、フィルタリングアルゴリズムを用いたシステム同定解析アルゴリズムの具体的な計算方法について、射影フィルタを例に述べる。

- 1) 同定すべき未知パラメータの初期値 $\mathbf{z}_{0/-1} = \bar{\mathbf{z}}_0$ を設定する。さらに、対象とするシステムの数理モデルに必要なデータを設定する。
- 2) 観測量 $\boldsymbol{\omega}$ を入力し、それに含まれる雑音を設定して観測雑音共分散行列 \mathbf{Q} を与える。本逆解析では、観測量の測定に実験モード解析を採用するため、その誤差は極めて小さいことから、観測量に対する割合として設定し、一定値を取ることにする。
- 3) フィルタリングの過程で更新される未知パラメータの推定値 $\mathbf{z}_{t/t-1}$ を用いて、数理モデルより $m_t(\mathbf{z}_{t/t-1})$ を計算する。さらに線形化に対応する感度行列 \mathbf{M}_t も計算する。
- 4) 未知パラメータの修正量を与えるフィルタゲインを計算する。
- 5) フィルタ方程式より更新値 $\mathbf{z}_{t+1/t} = \mathbf{z}_{t/t-1} + \mathbf{B}_{PF_t}(\boldsymbol{\omega} - m_t(\mathbf{z}_{t/t-1}))$ を計算する。
- 6) 収束判定は、状態量の変化量がある一定の値を満足させた推定値を同定値とし、収束していない場合はステップ 3)に戻る。収束条件を満足するまで同様の計算を繰り返す。

さらに、各フィルタを用いたときの逆解析の一連の計算フローを Fig.3.10 (拡張 Kalman フィルタ)、Fig.3.11 (射影フィルタ)、Fig.3.12 (可変的パラメトリック射影フィルタ) に示す。拡張 Kalman フィルタを用いた場合には推定誤差共分散行列の、可変的パラメトリック射影フィルタを用いた場合には正則化パラメータ γ の計算が、それぞれ繰り返し計算の過程に導入される。

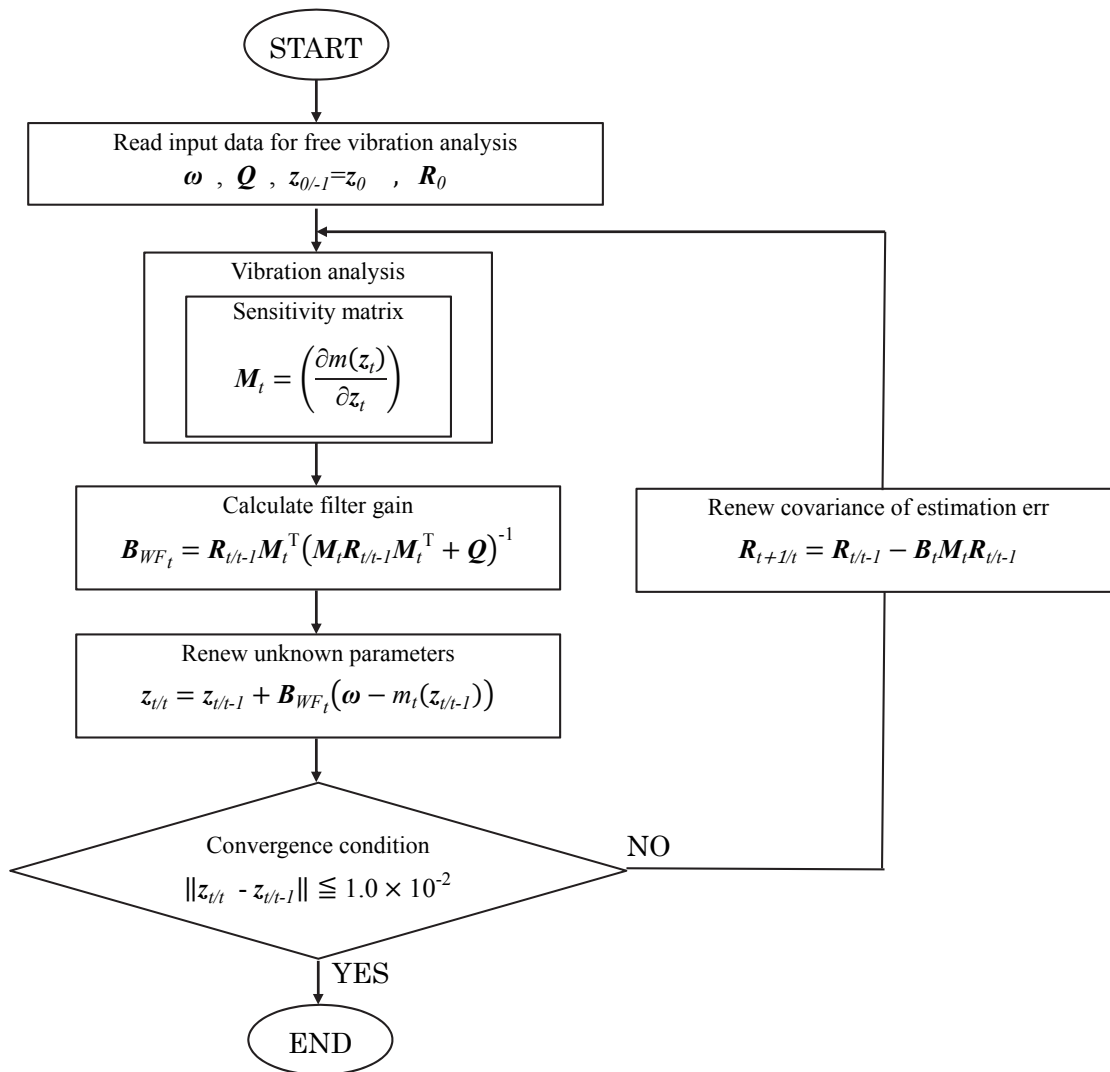


Fig.3.10 拡張 Kalman フィルタのフロー

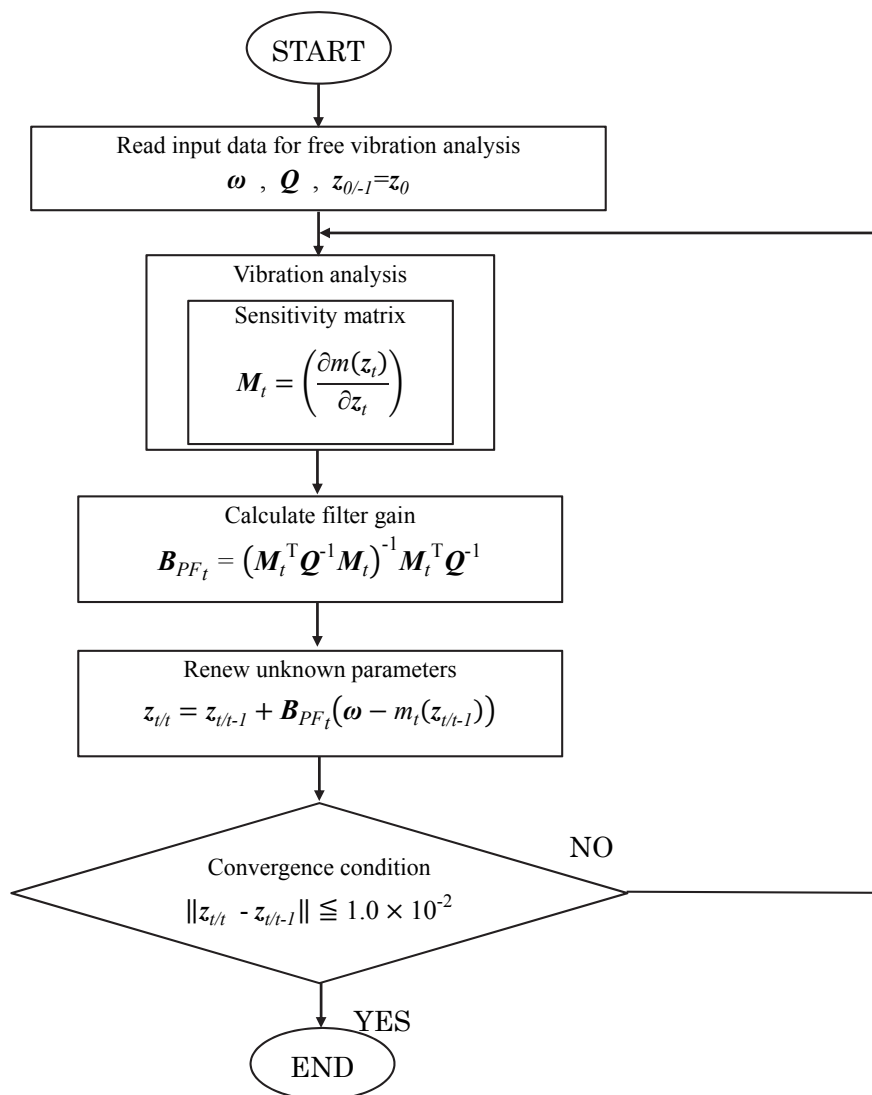


Fig.3.11 射影フィルタのフロー

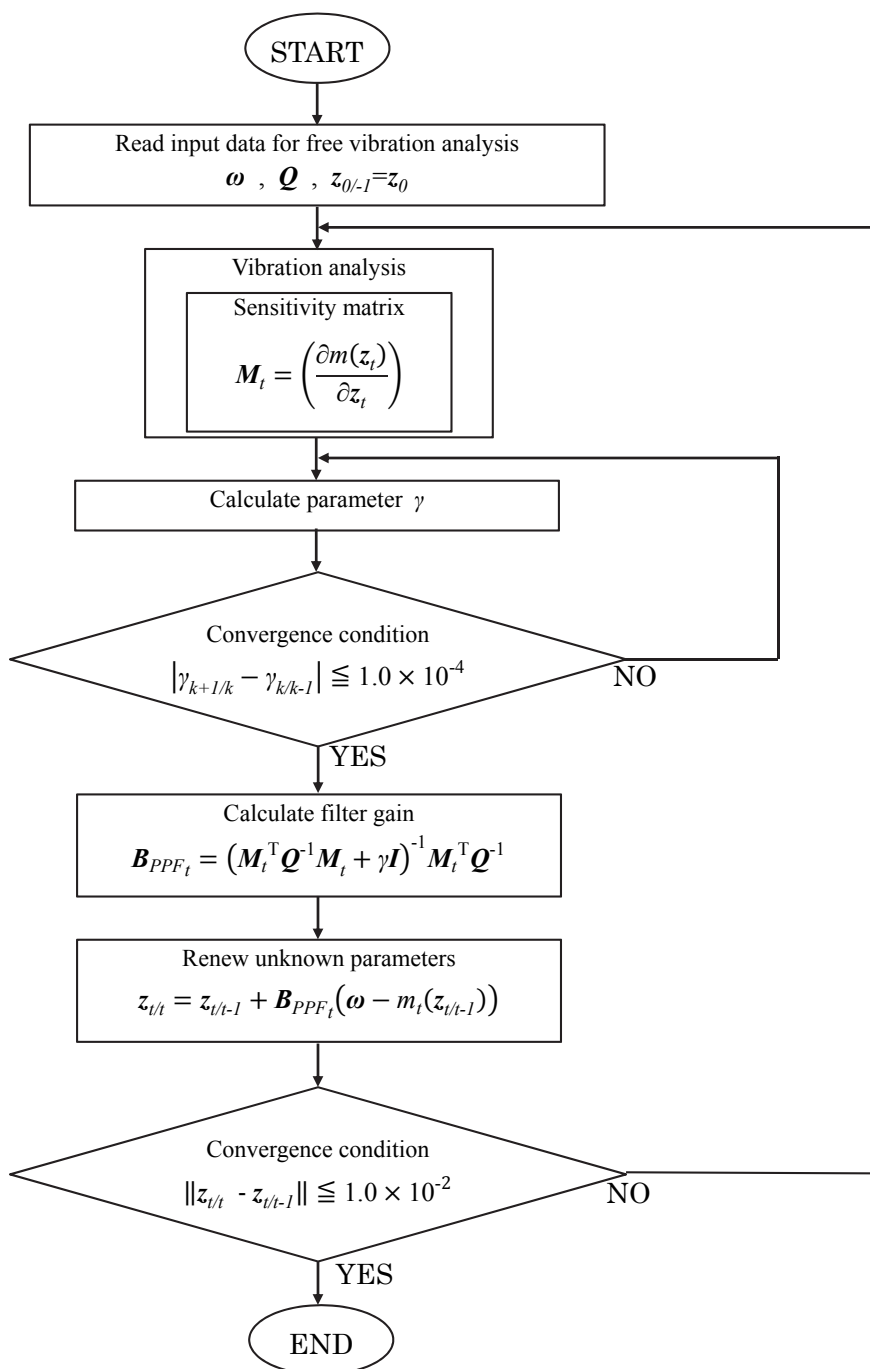


Fig.3.12 可變的パラメトリック射影フィルタのフロー

3.5.2 感度行列の計算

フィルタ方程式(3.17)を用いて繰り返し計算を実行するために、式(3.16)で与えられる感度行列の具体的な計算方法を式(3.19)に示す。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_t &= \left(\frac{\partial m_t(\hat{\mathbf{z}}_t)}{\partial \hat{\mathbf{z}}_t} \right) \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_{1t}}{\partial z_{1t}} & \frac{\partial \omega_{1t}}{\partial z_{2t}} & \dots & \frac{\partial \omega_{1t}}{\partial z_{jt}} \\ \frac{\partial \omega_{2t}}{\partial z_{1t}} & \frac{\partial \omega_{2t}}{\partial z_{2t}} & \dots & \frac{\partial \omega_{2t}}{\partial z_{jt}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \omega_{it}}{\partial z_{1t}} & \frac{\partial \omega_{it}}{\partial z_{2t}} & \dots & \frac{\partial \omega_{it}}{\partial z_{jt}} \end{bmatrix} \tag{3.19}
 \end{aligned}$$

ここに、 z_{jt} はフィルタリングの t ステップにおける j 層の水平剛性を意味し、 ω_{it} はこれらにより計算された i 次モードの固有振動数である。これにより、本逆解析における感度行列の各成分は、行成分が振動モード次数の変化に対応した微分係数であり、列成分が各層の水平剛性の変化に対応した微分係数として構成される。なお、本研究では、ここに示す感度行列の計算手法を検討することを目的としており、詳細については、第4章で述べることにする。

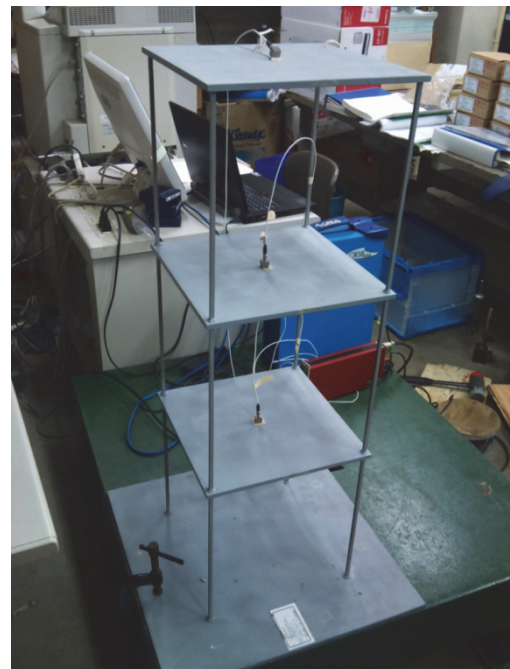
3.6 まとめ

実験モード解析により得られた実測値としての固有振動数と、固有値解析により求めた計算値としての固有振動数にはごく僅かな差異しか見られず、観測量に計算値を採用したシミュレーション逆解析による検討の有効性が確認できた。これと同時に実験モード解析の有効性を確認することができた。さらに、本逆解析における状態量である水平剛性と、観測量である固有振動数は非線形の関係であり、非線形に拡張した場合の具体的な繰り返し計算手法について述べた。

第 4 章

射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析

- 4.1 はじめに
- 4.2 射影フィルタの再評価
- 4.3 感度行列の構成スキーム
- 4.4 感度行列に着目したフィルタによる逆解析の特性
- 4.5 非適切性のリスクの高いモデルへの逆解析の特性の適用
- 4.6 まとめ



4.1 はじめに

序論でも述べたように、村上は Kalman フィルタ有限要素法⁴⁹⁾により、登坂は Kalman フィルタ境界要素法⁵⁰⁾により、フィルタを繰り返し計算アルゴリズムとして用いた。このような中で、遠藤、登坂は運動方程式と Kalman フィルタおよび射影フィルタ (PF : Projection Filter) を組み合わせ、多層構造物の水平剛性や海洋構造物の連結部の剛性を同定する逆問題を報告³³⁻³⁶⁾している。その後、村上らはデータ同化を用いたアンサンブルカルマンフィルタによる逆問題⁵⁵⁾を展開し、遠藤、登坂はパラメトリック射影フィルタ (PPF : Parametric PF) に着目した逆問題^{37,38)}へと向かっていった。パラメトリック射影フィルタには、Tikhonov の正則化に類するパラメータが含まれており、この正則化パラメータを適切に決めることで、安定した繰り返し計算が可能となることが期待される。そこで、登坂、遠藤はパラメトリック射影フィルタの正則化項を各フィルタリングステップで計算的に決定する可変的パラメトリック射影フィルタ (VPPF : Variable PPF) を提案^{39,40)}した。遠藤、登坂らは VPPF の有効性を確認する目的で、先に述べた多層構造物の損傷検出やユニット連結型海洋構造物の連結部の損傷検出を行った。このとき VPPF の他に Kalman フィルタや射影フィルタの結果との比較において、繰り返し計算の安定性および解の精度の観点から、その有効性が確認されている。なお、VPPF の詳細については第5章で述べることにする。

筆者は多層構造物の損傷検出に VPPF を用いた逆解析から本研究に参画したが、感度行列に着目し、フィルタの特性を詳細に検討するには至ってなかった。これまでの研究により、VPPF の有効性は確認されているものの、未知数が多くかつ大きな損傷を仮定した、いわゆる非適切性のリスクの高い問題を対象とした場合には、同定が不可能となるケースが見られたことから、新たな計算手法の開発が望まれていた。

繰り返し計算による逆解析の特徴は、他の逆解析手法と異なり、損傷による剛性低下は小さいほど安定した繰り返し計算が可能であり、その特性は観測方程式の線形化により生ずる感度行列に依存する。しかし、Kalman フィルタや VPPF には、観測誤差等に関する項が含まれており、感度行列に着目した特性を抽出して検討するためには、より単純なフィルタが望ましい。そこで、射影フィルタを再評価すると、推定誤差に関する項は陽に含まれておらず、状態量と同じ数の観測量を用いることで、観測誤差共分散行列を正方行列とすると、感

第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析

度行列のみで表される極めてシンプルなフィルタであることが分かった。これより射影フィルタは、感度行列の計算が逆解析に与える影響を直接検討することが可能なフィルタであると考えられる。そこで、本章では、射影フィルタによる3層および5層フレームモデルの逆解析を行い、感度行列に着目することで、フィルタを用いた逆解析に関する特性について検討する。さらに、こうした検討に基づき初期値の設定方法を調整することで、逆解析の精度の改善を試みる。

本章は以下のように構成される。第1節に続き、第2節では、射影フィルタについて再評価し、感度行列のみで構成されるフィルタであることを示す。第3節では、感度行列の差分近似の計算手法に着目し、繰り返し計算の推移から検討した感度行列の具体的な計算方法を示す。第4節では、3層フレームモデルに様々なパターンの剛性低下を仮定し、射影フィルタによる逆解析結果を示す。このとき、状態量の各値、感度行列の各成分の値の推移に加えて、感度行列の行列式、感度行列の特異値およびその特異値より得られる条件数に着目することで、非適切性のリスクの観点から射影フィルタの特性について考察を加える。さらに、収束解を得ることができなかった例を取り上げ、繰り返し計算が不安定となるモデルの感度行列に関する先の値の推移に着目し、初期値の設定方法に関して、新たな計算手法を提案する。第5節では、同様の検討を5層フレームモデルに対して行い、本逆解析手法の適用性を示す。本章で逆解析の対象とする3層フレームモデルおよび5層フレームモデルの概要を Fig.4.1 に改めて示しておく。

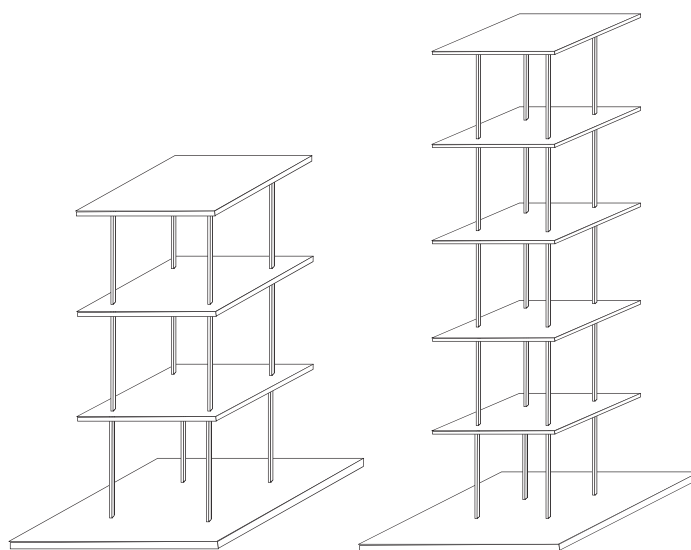


Fig.4.1 フレームモデルの概観

4.2 射影フィルタの再評価

フィルタを繰り返し計算アルゴリズムとする逆解析の具体的な計算方法について述べる。フィルタ方程式を改めて式(4.1)に示す。繰り返し計算は、観測量で構成するベクトル $\boldsymbol{\omega}$ と、 $t-1$ 回目の情報に基づく t 回目の水平剛性により計算される固有振動数 $\boldsymbol{m}_t(\boldsymbol{z}_{t/t-1})$ が一致するまで行われるが、近似的に状態量 \boldsymbol{z} の変化量が一定値以下となったときを、繰り返し計算の収束と判断する。本計算では、 $\|\boldsymbol{z}_{t+1/t} - \boldsymbol{z}_{t/t-1}\| \leq 10^{-2}$ を収束判定の基準とした。フィルタ方程式のフィルタゲイン \boldsymbol{B}_t は、状態量 \boldsymbol{z} の変化をコントロールする役割を持っており、この表現が各フィルタの特性を左右する。本章で用いる射影フィルタを式(4.2)に示す。

・フィルタ方程式

$$\boldsymbol{z}_{t+1/t} = \boldsymbol{z}_{t/t-1} + \boldsymbol{B}_t (\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{m}_t(\boldsymbol{z}_{t/t-1})) \quad (4.1)$$

・射影フィルタ

$$\boldsymbol{B}_{PF_t} = (\boldsymbol{M}_t^T \boldsymbol{Q}^+ \boldsymbol{M}_t)^+ \boldsymbol{M}_t^T \boldsymbol{Q}^+ \quad (4.2)$$

ここに \boldsymbol{Q}^+ は、観測誤差共分散行列に関する Moore Penrose の一般逆行列であり、 \boldsymbol{M}_t^T は感度行列の転置を意味する。式(4.2)の表現には、観測誤差共分散行列 \boldsymbol{Q} が含まれており、誤差を考慮した表現となっている。ここで、フィルタゲインとして用いる射影フィルタを再評価する。

観測量を状態量と同じ数とすることで、観測誤差共分散行列 \boldsymbol{Q} を正方行列として与えると、射影フィルタ(4.2)は、式(4.3)の表現となる。

$$\boldsymbol{B}_{PF_t} = (\boldsymbol{M}_t^T \boldsymbol{Q}^{-1} \boldsymbol{M}_t)^{-1} \boldsymbol{M}_t^T \boldsymbol{Q}^{-1} \quad (4.3)$$

ここで、改めて式(4.3)を計算すると、観測誤差共分散行列 \boldsymbol{Q} は相殺され、次式の表現と等価である。

$$\boldsymbol{B}_{PF_t} = \boldsymbol{M}_t^{-1} \quad (4.4)$$

すなわち、射影フィルタは、観測誤差共分散行列を含んでおらず、感度行列のみで表現される極めて単純なフィルタであり、式(4.5)の通りフィルタゲインが感度行列の逆行列となるフィルタである。これにより、感度行列に着目したフィルタの特性を直接検討することができるフィルタとなる。

$$z_{t+1/t} = z_{t/t-1} + M_t^{-1} (\omega - m_t(z_{t/t-1})) \quad (4.5)$$

4.3 感度行列の構成スキーム

4.3.1 広域的な領域を対象とした差分による逆解析

本項では、具体的な感度行列の計算手法について述べる。本逆解析における感度行列は、状態量である水平剛性の変化に対する観測量としての固有振動数の変化率として構成されているため、感度行列の各成分の微分係数は解析的に求めることが困難であり、計算的に求める必要がある。本研究では、前進差分による近似計算を行うこととし、具体的な差分表現を式(4.6)に示す。

$$M_t = \begin{bmatrix} \frac{\omega_{1t} - \omega_{1t-1}}{z_{1t} - z_{1t-1}} & \frac{\omega_{1t} - \omega_{1t-1}}{z_{2t} - z_{2t-1}} & \frac{\omega_{1t} - \omega_{1t-1}}{z_{3t} - z_{3t-1}} \\ \frac{\omega_{2t} - \omega_{2t-1}}{z_{1t} - z_{1t-1}} & \frac{\omega_{2t} - \omega_{2t-1}}{z_{2t} - z_{2t-1}} & \frac{\omega_{2t} - \omega_{2t-1}}{z_{3t} - z_{3t-1}} \\ \frac{\omega_{3t} - \omega_{3t-1}}{z_{1t} - z_{1t-1}} & \frac{\omega_{3t} - \omega_{3t-1}}{z_{2t} - z_{2t-1}} & \frac{\omega_{3t} - \omega_{3t-1}}{z_{3t} - z_{3t-1}} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

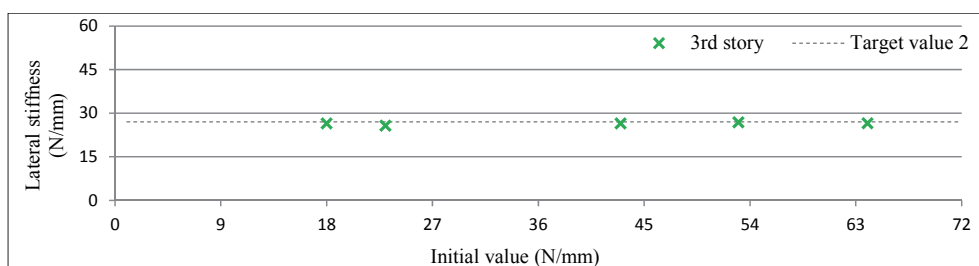
ここに、 z_{1t} 、 z_{2t} 、 z_{3t} はそれぞれ計算ステップ t 回目の1層、2層および3層の水平剛性を意味し、 ω_{1t} 、 ω_{2t} 、 ω_{3t} はそれぞれ計算ステップ t 回目の1次モード、2次モードおよび3次モードの固有振動数である。本研究では、3つの状態量を一連の繰り返し計算で求める手法を構成しており、ここでは、初期値として3層すべてに同じ値を設定する。また、1層を例に、初期値 z_{10} に対する $z_{1,t}$ は前進差分を行うために、これまで行ってきた数値計算結果を踏まえ初期値である z_{10} の0.98倍の水平剛性とした。したがって $\omega_{1,t}$ は $z_{1,t}$ 、 $z_{2,t}$ 、 $z_{3,t}$ における1次モードの固有振動数である。これより式(4.6)において、列は1次～3次の振動モード次数の固有振動数の変化に対応した差分であり、行は1～3層のそれぞれの層の水平剛性の変化に対応した差分により構成される。

感度行列の各成分を式(4.6)に従い、差分計算により感度行列を求めようとする場合、3層すべての水平剛性を変化させ、これらに対応する固有振動数の変化を用いた計算をする方法が考えられる。本研究では、この方法による感度行列の計算手法を「広域前進差分法(GFD : Global Forward Difference Method)」と呼ぶことにする。本逆解析において、上記の計算方法による感度行列を用いた場合の逆解析結果の一例を Fig.4.2 に示す。

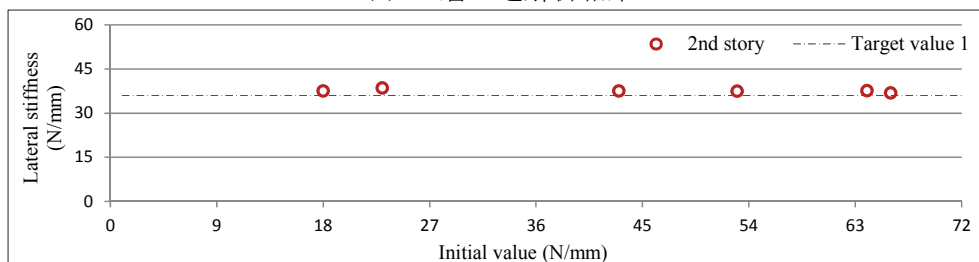
Fig.4.2 は、1層と3層に25%の剛性低下を想定したモデルの逆解析結果であり、観測量には実測値を用いている。第3章でも述べたように、3層フレームモデルにおいては、複数層に25%の剛性低下を想定したモデルを作成し、固有振動数を実測した経緯があり、3層フレームモデルの逆解析においては、25%の剛性低下モデルの逆解析のみ観測量として実測値を用いている。図において横軸は、逆解析に設定した初期値であり、ここでは、1.0N/mm から設計上設定された水平剛性の36.0N/mm を基準として、その2倍の値である72.0N/mm までの72通りの初期値に対する逆解析結果が示されている。なお縦軸は、状態量としての水平剛性である。設定した初期値に対して逆解析が安定的に行われ、繰り返し計算が収束すれば、その解がグラフ上にプロットされる。多くの初期値に対して良好な結果が得られれば、その結果が連続してプロットされ、それらにより直線が形成されれば、その値を同定値として採用することが可能となる。破線は、モデル作成時に想定した水平剛性の設計値であり、本逆解析においては目標値を意味する。したがって、逆解析結果による直線が破線上にプロットされれば、精度の高い同定がされたことになる。

本逆解析のように、繰り返し計算を用いる手法は、他の多くの逆解析と異なり、剛性低下が小さい方が同定は容易であることを既に述べた。Fig.4.2 の結果では、剛性低下が25%と比較的小さな場合であるにも関わらず、1～3層には僅かのプロットしか描かれていない。これは、ほとんどの初期値に対して繰り返し計算が発散し、収束解を得ることができなかったことを意味している。広域前進差分による感度行列を用いた逆解析は、ほとんどの初期値に対して繰り返し計算が発散することになった。本研究の逆解析では、射影フィルタを採用していることから、感度行列の推移に着目することで、本逆解析結果が得られることになった経緯を明らかにすることができると考えられる。そこで、まず感度行列の各成分、感度行列の逆行列として与えられるフィルタゲインの各成分および状態量の値の繰り返し計算における推移に着目した検討を試みる。

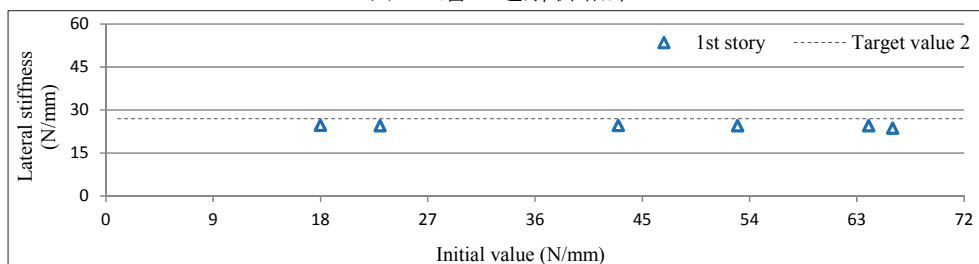
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



(a) 3層の逆解析結果



(b) 2層の逆解析結果



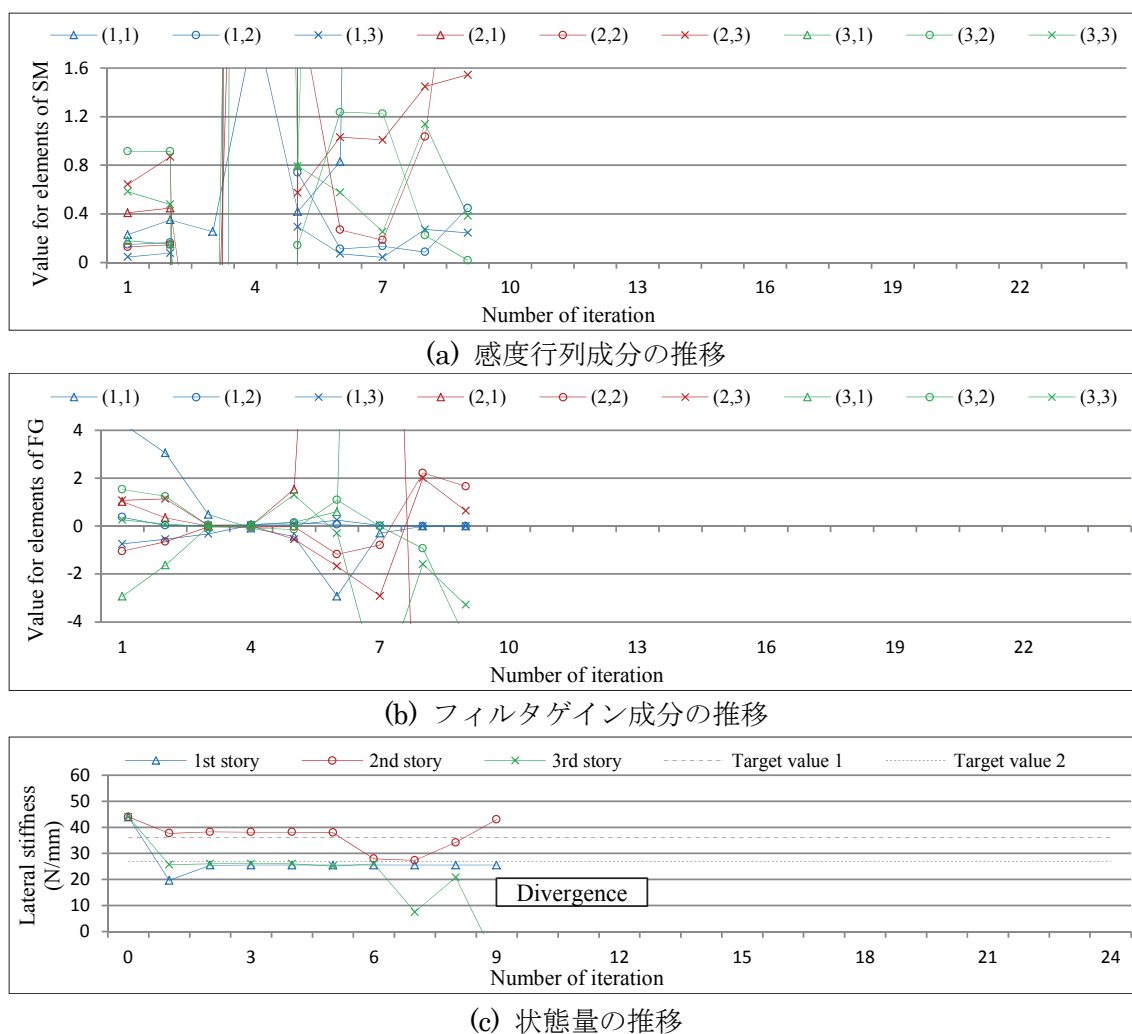
(c) 1層の逆解析結果

1層と3層に25%の剛性低下を想定した実験値による例

Fig.4.2 広域前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析結果

Fig.4.2 に示した、1層と3層に25%の剛性低下を想定したモデルに対する逆解析結果のうち、状態量が発散した例の一つとして、初期値に44.0N/mmを設定したときの各要素の推移をFig.4.3に示す。図において、(a)は感度行列 (SM : Sensitivity Matrix)、(b)はフィルタゲイン (FG : Filter Gain)、(c)は状態量の各成分の推移をそれぞれ表しており、横軸はいずれも繰り返し計算ステップの回数である。なお、状態量の計算ステップ0回目は初期値を意味し、すべての層に同じ値である44.0N/mmを設定している。図の表現において、横軸のスケールは3層フレームモデルにおいて同一としており、ここに示す逆解析結果では、計算ステップの9回目で状態量は発散していることが分かる。このときの各要

第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析

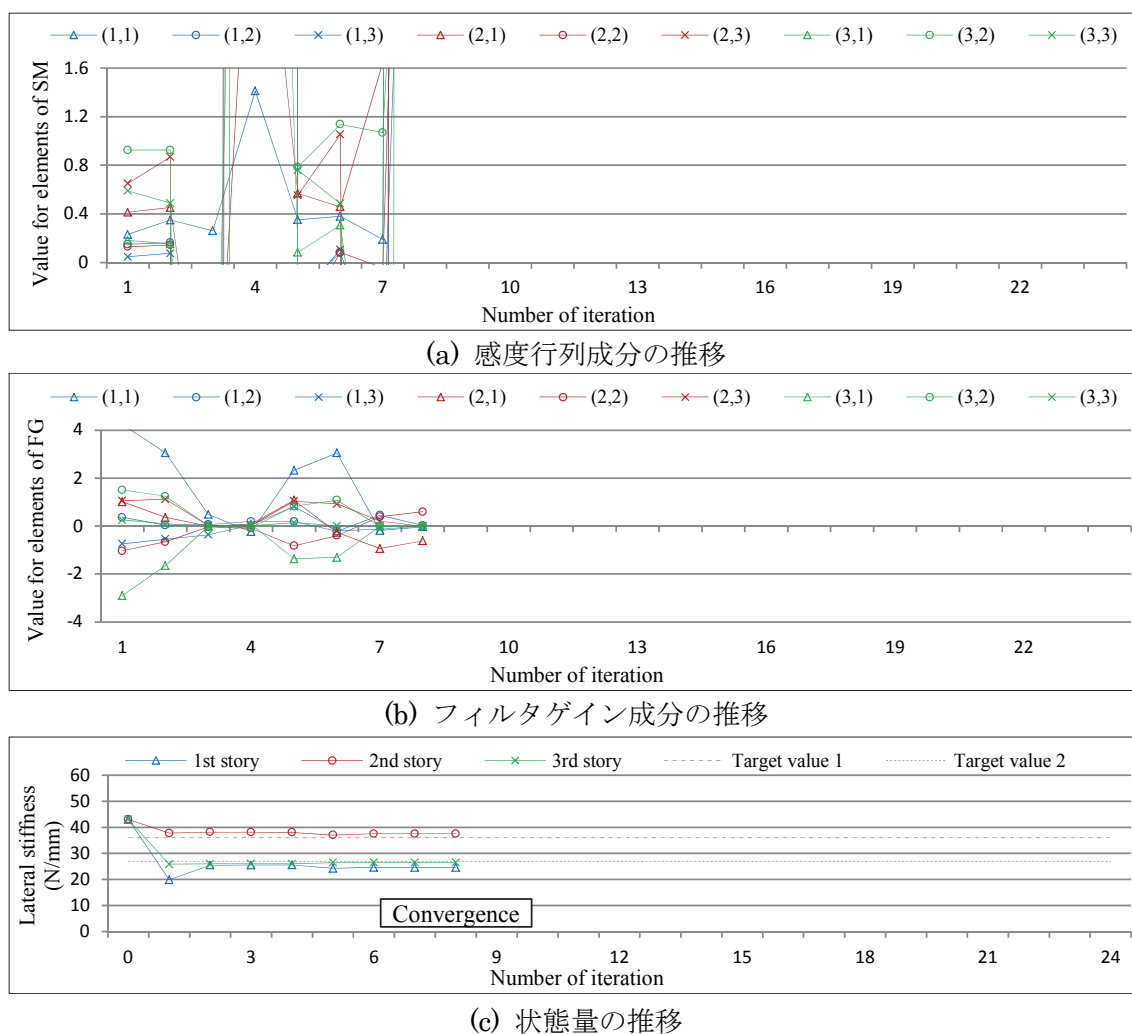


1層と3層に25%の剛性低下を想定したモデルに対して
初期値を44.0N/mmと設定し発散した場合の例

Fig.4.3 広域前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析の推移

素の推移では、感度行列の各成分の値は、繰り返し計算の初期の段階で急激に変動した後、限りなくゼロに近い値となる成分が存在している。これにより逆行列で与えられるフィルタゲインの成分は極めて大きな値を示すことになり、フィルタ方程式により計算される状態量も発散していることが分かる。

第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



1層と3層に25%の剛性低下を想定したモデルに対して
初期値を43.0N/mmと設定し収束した場合の例

Fig.4.4 広域前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析の推移

これに対して、僅かではあるが収束解が得られた例の一つとして、初期値に43.0N/mmを設定した場合の各要素の推移を、先と同様の方法にて Fig.4.4 に示す。この例の場合でも、感度行列の各成分の値は繰り返し計算の初期の段階から変化しており、繰り返し計算が不安定であることは先と同様である。しかし、この場合には、感度行列の各成分の値が極めて大きくなるタイミングで、逆行列として与えられるフィルタゲインの各成分が小さな値になることに起因して、

フィルタ方程式から得られる状態量の変化が極めて小さくなり、たまたま収束条件を満足し、計算が終了しているものと考えられる。すなわち、本逆解析で得られた収束解は、計算ステップにおいて感度行列の各成分の値が極めて大きくなることで解が得られた稀有なケースであり、繰り返し計算は発散した例と同様に不安定と言える。これらの結果から、繰り返し計算を安定的にするためには、感度行列の各成分の値がゼロとならず、かつ一定の値となるような差分計算手法が必要である。

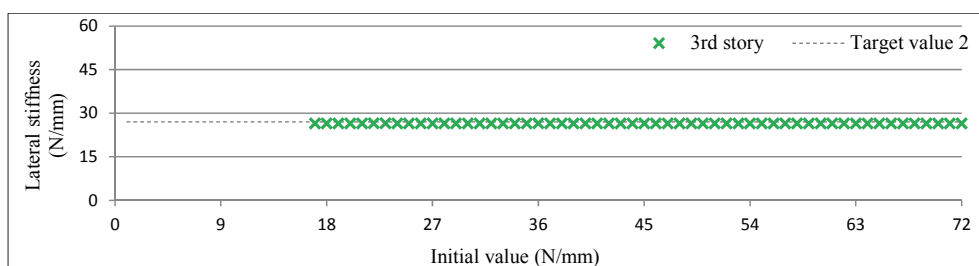
4.3.2 局所的な領域を対象とした差分による逆解析

先の感度行列の計算では、1～3層のすべての層の水平剛性を同時に変化させ、固有振動数も同様に变化させた場合の感度行列のもとでフィルタゲインを与え、フィルタ方程式による繰り返し計算アルゴリズムを構成した。この結果、状態量が収束する初期値は極めて稀であり、多くの場合に逆解析が不可能となった。そこで、安定した繰り返し計算を行うための工夫の一つとして、式(4.7)のように感度行列を構成する。ここに下付きの添え字 $s1 \sim s3$ は1～3層の水平剛性を意味し、例えば $s1$ は、固有振動数に関する繰り返し計算において、1層の水平剛性のみを更新させることを表している。このとき、2層および3層の値は初期値を取るようになる。なお、これ以外の記号は式(4.6)と同様である。

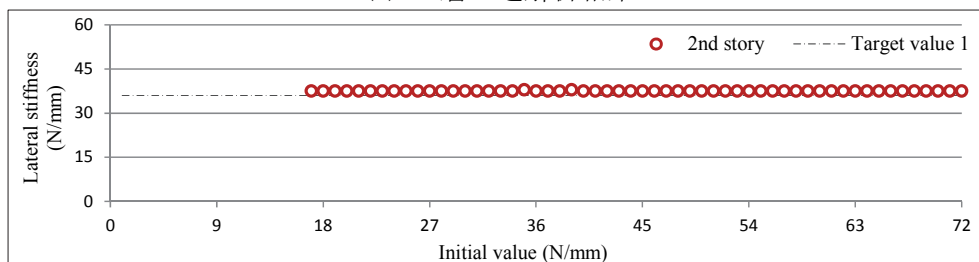
$$M_t = \begin{bmatrix} \frac{(\omega_{1t} - \omega_{1t-1})_{s1}}{z_{1t} - z_{1t-1}} & \frac{(\omega_{1t} - \omega_{1t-1})_{s2}}{z_{2t} - z_{2t-1}} & \frac{(\omega_{1t} - \omega_{1t-1})_{s3}}{z_{3t} - z_{3t-1}} \\ \frac{(\omega_{2t} - \omega_{2t-1})_{s1}}{z_{1t} - z_{1t-1}} & \frac{(\omega_{2t} - \omega_{2t-1})_{s2}}{z_{2t} - z_{2t-1}} & \frac{(\omega_{2t} - \omega_{2t-1})_{s3}}{z_{3t} - z_{3t-1}} \\ \frac{(\omega_{3t} - \omega_{3t-1})_{s1}}{z_{1t} - z_{1t-1}} & \frac{(\omega_{3t} - \omega_{3t-1})_{s2}}{z_{2t} - z_{2t-1}} & \frac{(\omega_{3t} - \omega_{3t-1})_{s3}}{z_{3t} - z_{3t-1}} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

これにより、1列目においては1層の水平剛性のみの変化に対応する固有振動数に関する差分、2列目においては2層の水平剛性のみの変化に対応する固有振動数に関する差分、そして3列目も同様に3層の水平剛性のみの変化に対応する固有振動数に関する差分により感度行列を構成する。この方法による感度行列の計算手法を「局所前進差分法(LFD : Local Forward Difference Method)」と呼ぶことにする。

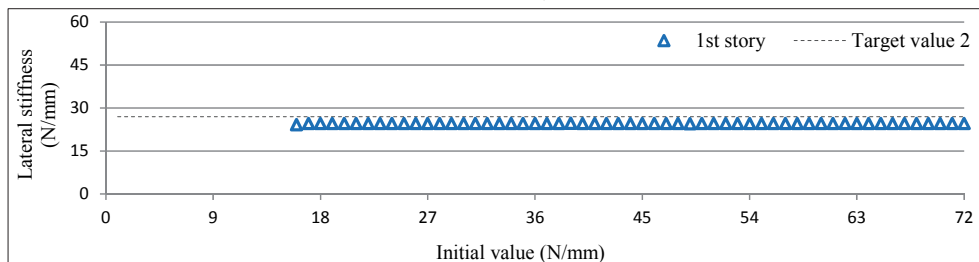
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



(a) 3層の逆解析結果



(b) 2層の逆解析結果



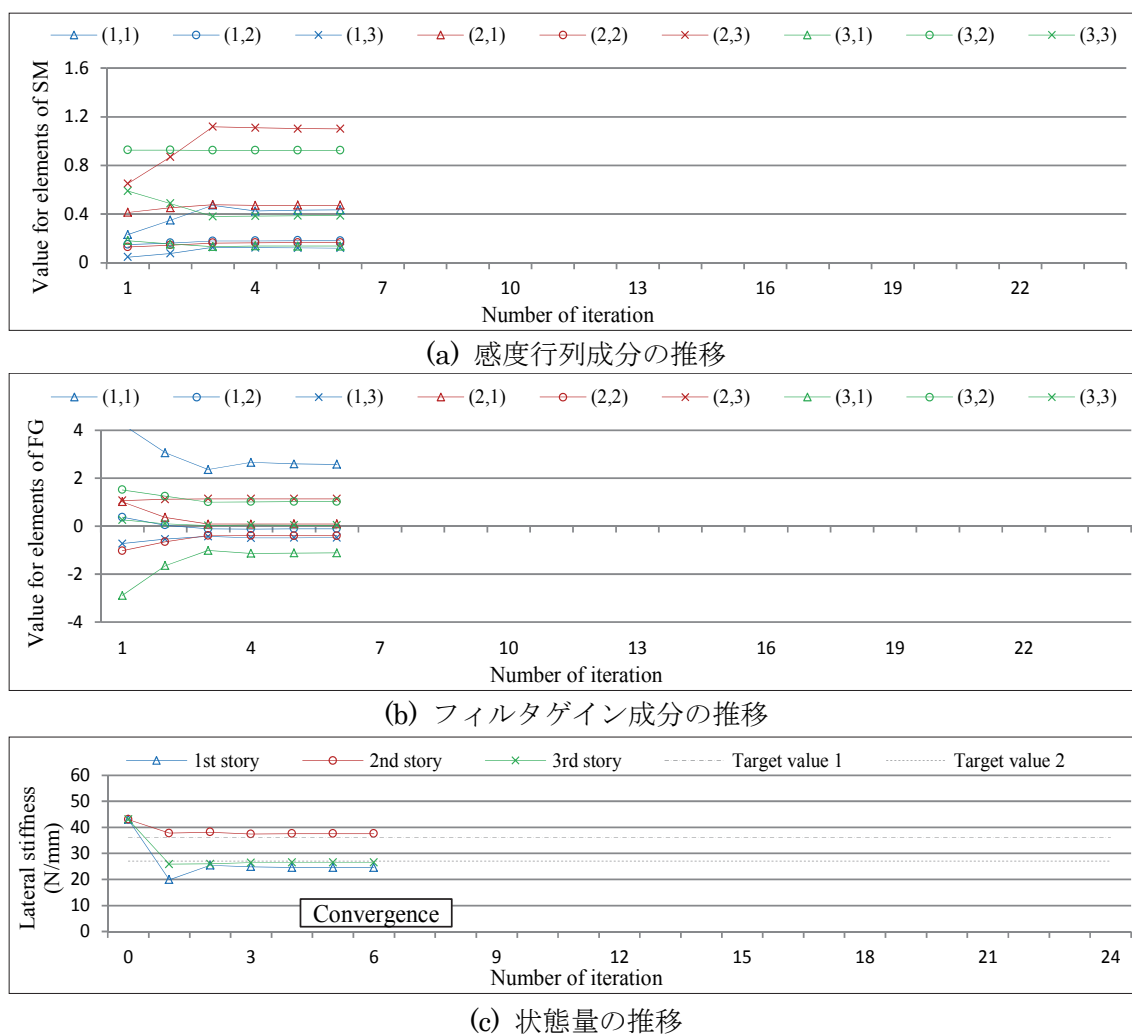
(c) 1層の逆解析結果

1層と3層に25%の剛性低下を想定した実験値による例

Fig.4.5 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析結果

Fig.4.5 に、Fig.4.2 で示した場合と同様の、1層と3層に25%の剛性低下を想定したモデルにおいて、感度行列の計算に局所前進差分を用いた場合の逆解析結果を示す。Fig.4.2 の広域前進差分法による結果と比較して、設計値である目標値近傍に解が得られる初期値が数多く見られ、これらにより1本の直線を形成しており、同定が可能となっていることが分かる。なお、これ以外の複数層に同程度の剛性低下を仮定したモデルでも、精度の高い同定が可能となったことを付記する。

第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



1層と3層に25%の剛性低下を想定したモデルに対して
初期値を43.0N/mmと設定し収束した場合の例

Fig.4.6 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析の推移

次に、精度の高い同定値が得られた例として、初期値に43.0N/mmを設定したときの各要素の推移をFig.4.6に示す。広域前進差分法を用いたときにも見られたように、繰り返し計算ステップの初期では感度行列およびフィルタゲインの各成分に大きな変化を示しているものもある。しかし、これらの値は、計算ステップが進むにつれ、一定の値で推移していることが分かる。これに伴い、状態量も計算ステップの初期で一気に目標値近傍へと移行し、その後の変化は小

さくなり、少ない計算回数にて収束条件を満足することで、収束解を得ることが可能となっている。すなわち、局所前進差分法を用いることにより、感度行列の各成分の値はゼロとならず、一定の値で推移し、この逆行列として与えられるフィルタゲインの各成分も初期の段階を除き、一定の値を保って繰り返し計算が行われ、状態量である水平剛性が収束していることが分かる。これらの結果より、本研究で提案する局所前進差分法により感度行列を構成することで、安定的な逆解析が可能となった。すなわち、感度行列とその逆行列で与えられるフィルタゲインの各成分が、フィルタリングステップにおいて一定の値となる場合に、安定した繰り返し計算がなされるものと推察される。

ところで、本逆解析結果が示す同定値には設計値と多少の差異が確認できる。特に1層の水平剛性は、設計値より同定値が下回っている。モデルの作成にあたっては、接合部に溶接を用いる等、柱脚の固定支持や柱とスラブの接合部が剛接合となるように可能な限り注意を払ったものの、完全な固定支持等が実現されておらず、同定値が設計値を下回ったものと考えられる。

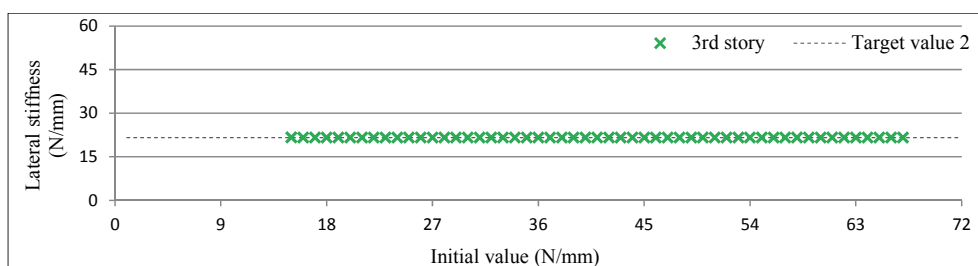
4.4 感度行列に着目したフィルタによる逆解析の特性

局所前進差分で構成した感度行列により繰り返し計算を行った方が、より多くの初期値に対して精度の高い収束解が得られることが分かった。そこで、本節では、様々な剛性低下のもとで3層フレームモデルの逆解析を行い、感度行列および感度行列の特性に寄与する要素の値に着目したフィルタによる逆解析の特性について検討する。

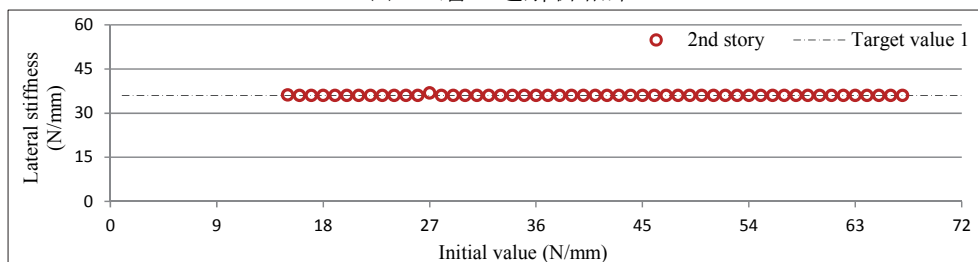
4.4.1 様々な剛性低下を仮定した逆解析結果

射影フィルタは、推定誤差共分散行列を陽に含んでおらず、観測雑音を介して正則化を図ることができないため、非適切性のリスクの高いフィルタとして知られており、特に同定しようとする状態量の差が大きいような問題では、繰り返し計算が発散するなど、同定が困難となる。ここでは、前節で得られた結果を踏まえ、局所前進差分のもとで、3層すべてに同じ値の初期値を設定し、さらに厳しい条件を与えたモデルの射影フィルタによる逆解析結果により、感度行列の計算が逆解析結果に与える影響について検討する。ここでは、パラメトリックスタディによる検討を行うため、固有方程式から求めた数値を観測量として用いる、いわゆるシミュレーション逆解析を行う。

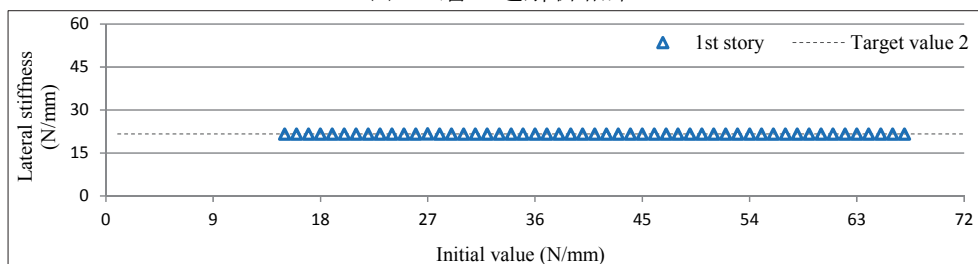
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



(a) 3層の逆解析結果



(b) 2層の逆解析結果



(c) 1層の逆解析結果

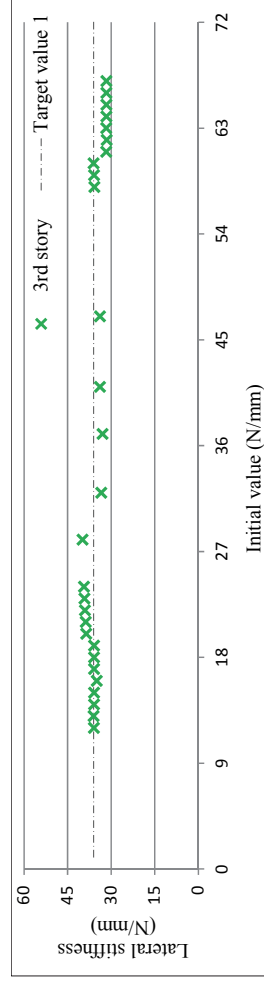
1層と3層に40%の剛性低下を仮定した計算値による例

Fig.4.7 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析結果

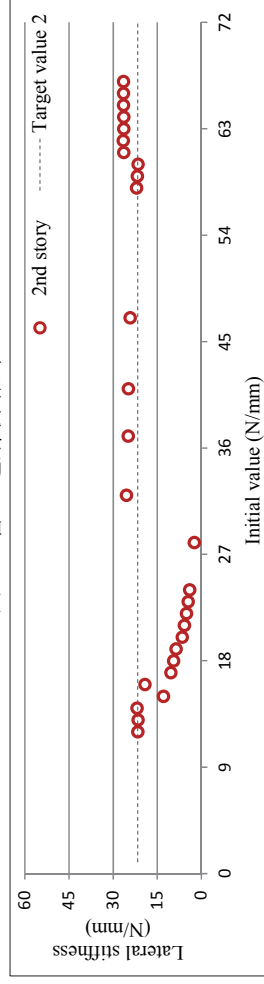
(a) 剛性低下を仮定する層の位置による検討

まず、剛性低下を仮定する層の影響を検討するために、1層と3層に40%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析結果を Fig.4.7 に示し、1層と2層に同じく40%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析結果を Fig.4.8 に示す。Fig.4.7 に示す1層と3層に剛性低下を仮定したモデルの逆解析結果では、同様の層に25%の剛性低下を想定したモデルの結果である Fig.4.5 と比較すると、いくらか収束解の数は減少しているものの、目標値近傍に直線が形成されており同定は可能である。

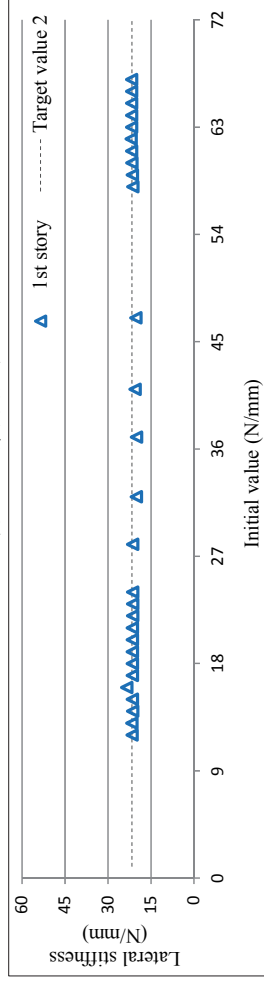
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



(a) 3層の逆解析結果



(b) 2層の逆解析結果



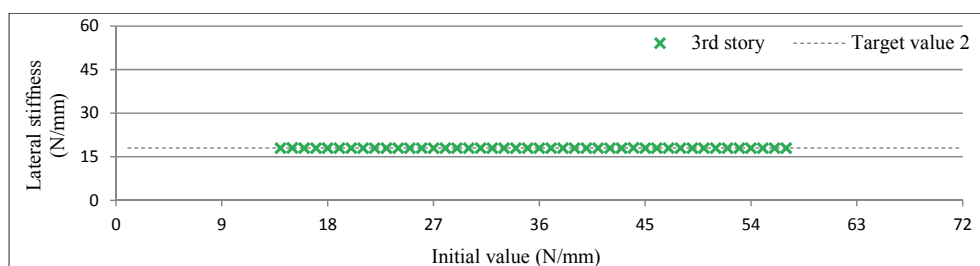
(c) 1層の逆解析結果

1層と2層に40%の剛性低下を仮定した計算値による例

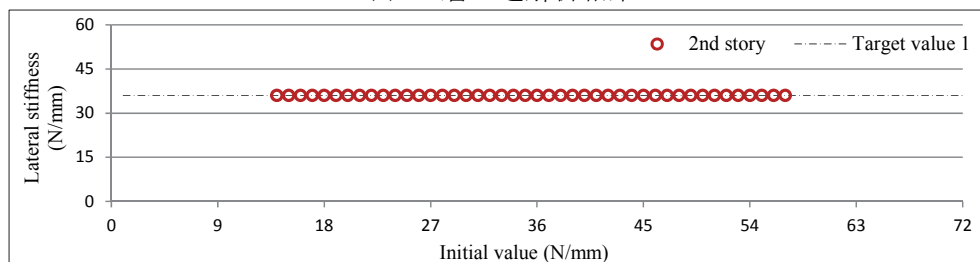
Fig.4.8 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析結果

これに対して、Fig.4.8に示す1層と2層に40%の剛性低下を仮定したモデルでは、得られる収束解が明らかに減少していると同時に、目標値から大きく離れた値に収束している場合が見えられ、同定値を決定することは不可能である。様々なモデルに対するパラメトリックスタディを行ったところ、主に2層に剛性低下を仮定すると、局所前進差分を用いても繰り返し計算は不安定となり、同定が困難になる傾向が見られた。

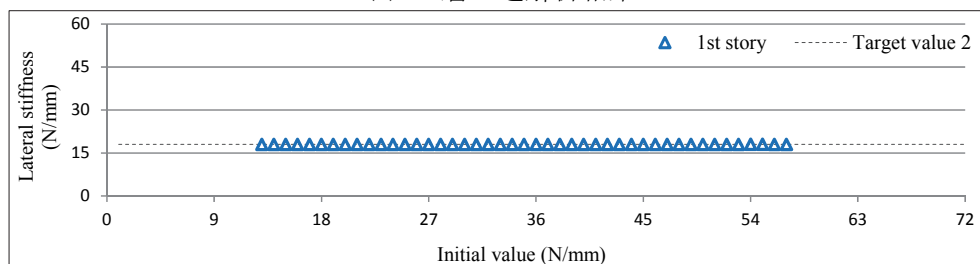
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



(a) 3層の逆解析結果



(b) 2層の逆解析結果



(c) 1層の逆解析結果

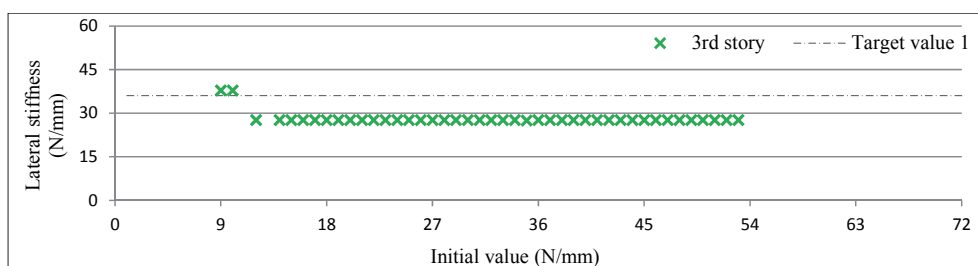
1層と3層に50%の剛性低下を仮定した計算値による例

Fig.4.9 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析結果

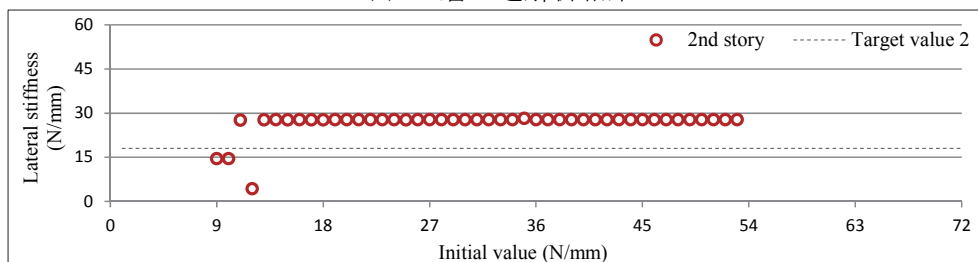
(b) 剛性低下の大きさによる検討

次に、仮定する剛性低下の大きさの影響を検討するために、1層と3層にさらに大きな50%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析結果を Fig.4.9 に示し、1層と2層に同じく50%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析結果を Fig.4.10 にそれぞれ示す。Fig.4.9 に示す1層と3層に50%の剛性低下を仮定したモデルでは、剛性低下が大きくなったことに起因して、収束解が得られる初期値の数が減少しており、非適切性のリスクが高くなったことが分かる。しかしながら、得られる収束解の数および精度から、同定は可能であると判断できる。

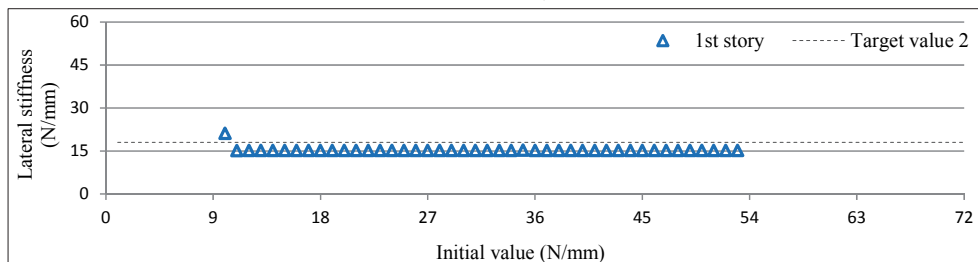
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



(a) 3層の逆解析結果



(b) 2層の逆解析結果



(c) 1層の逆解析結果

1層と2層に50%の剛性低下を仮定した計算値による例

Fig.4.10 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析結果

これに対して、Fig.4.10に示す1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデルでは、多くの初期値に対して収束解が得られ、これらにより直線が描かれており、一見すると同定は可能であるように見て取れる。しかし、収束解を注視すると、プロットにより描かれた直線はいずれも目標値から離れており、目的とする同定値は得られていない。Fig.4.8に示したように、1層と2層に40%の剛性低下を仮定した場合には、目標値と異なった収束解が得られ、やはり同定は困難であったことから、3層フレームモデルにおいて、射影フィルタを用いた本逆解析手法では、中間層である2層に大きな剛性低下を仮定した場合に、逆解析が困難になることが分かる。

4.4.2 繰り返し計算における感度行列の行列式と特異値の検討

逆解析において、感度行列の各成分の値が一定の推移となれば、状態量の推移はわずかな変化となり、収束解を得ることが可能となったことから、感度行列の推移に着目することで、フィルタを用いた逆解析の特性が検討できると考えられる。先に示した3層フレームモデルの逆解析結果では、2層に剛性低下を仮定すると繰り返し計算が不安定となる傾向が見られた。これは、感度行列の計算において、2層に関する成分の変化がこれ以外の層に関する成分の変化にも影響を与えることで、感度行列全体の計算が不安定となった可能性が考えられる。本研究において、感度行列はヤコビ行列⁶³⁾に類する形式となっていることから、感度行列全体の推移に関する要素の一つとして、感度行列の行列式に着目する。一方、行列の特性は固有値を検討する方法が一般的である。しかし、本研究で扱う感度行列は正方行列であるものの、非対称行列であり、固有値は実数として得られる保証はない。そこで、感度行列とその転置行列から構成される、対称行列の線形変換に対する特性を表す特異値解析に着目し、実数として求められる最大特異値と最小特異値の比として与えられる条件数の推移も合わせて検討する。以下に本研究で対象とする特異値^{25,64)} および条件数について概説する。

任意の行列 $A (m \times n)$ の特異値分解は式(4.8)のように表される。

$$A = \mu_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T + \mu_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{v}_2^T + \cdots + \mu_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^T \quad (4.8)$$

ここに、 $\mu_1 \sim \mu_k$ は行列 A の特異値であり、 $\mathbf{u}_1 \sim \mathbf{u}_k$ と $\mathbf{v}_1 \sim \mathbf{v}_k$ はそれぞれ正規直交系を成すベクトルである。また、式(4.8)の両辺に右から \mathbf{v}_1 を掛けると、先の条件より

$$\begin{aligned} A \mathbf{v}_1 &= \mu_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T \mathbf{v}_1 + \mu_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{v}_2^T \mathbf{v}_1 + \cdots + \mu_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^T \mathbf{v}_1 \\ &= \mu_1 \mathbf{u}_1 \end{aligned} \quad (4.9)$$

を得る。すべての成分に対して同様の関係が成り立つことから、式(4.10)の関係が得られる。

$$A \mathbf{v}_k = \mu_k \mathbf{u}_k \quad (4.10)$$

第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析

同様に、転置行列 A^T ($n \times m$)の特異値分解は、式(4.11)で表される。

$$A^T = \mu_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{u}_1^T + \mu_2 \mathbf{v}_2 \mathbf{u}_2^T + \cdots + \mu_k \mathbf{v}_k \mathbf{u}_k^T \quad (4.11)$$

式(4.11)の両辺に右から \mathbf{u}_1 を掛けると、同様に先の条件により

$$\begin{aligned} A^T \mathbf{u}_1 &= \mu_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{u}_1^T \mathbf{u}_1 + \mu_2 \mathbf{v}_2 \mathbf{u}_2^T \mathbf{u}_1 + \cdots + \mu_k \mathbf{v}_k \mathbf{u}_k^T \mathbf{u}_1 \\ &= \mu_1 \mathbf{v}_1 \end{aligned} \quad (4.12)$$

となり、すべての成分に対して成り立つことから、式(4.13)の関係が得られる。

$$A^T \mathbf{u}_k = \mu_k \mathbf{v}_k \quad (4.13)$$

式(4.13)の両辺に μ_k を掛けると、

$$A^T \mu_k \mathbf{u}_k = \mu_k^2 \mathbf{v}_k \quad (4.14)$$

となり、式(4.14)に式(4.10)を代入する。

$$A^T A \mathbf{v}_k = \mu_k^2 \mathbf{v}_k \quad (4.15)$$

さらに、式(4.15)を整理すると、式(4.16)の表現を得る。

$$(A^T A - \mu_k^2 I) \mathbf{v}_k = \mathbf{0} \quad (4.16)$$

式(4.16)より、 μ_k^2 は行列 $A^T A$ の固有値であり、その平方根が行列 A の特異値 μ_k であることが分かる。さらに、最大特異値と最小特異値の比を特異値の条件数として定義し、式(4.17)で表すことにする。

$$\text{cond}(A) = \frac{\mu_{Max}}{\mu_{Min}} \quad (4.17)$$

(a) 行列の対称性の確認

ここで、先に示した3層フレームモデルの逆解析結果のうち、Fig.4.9 で示した1層と3層に50%の剛性低下を仮定したモデルの繰り返し計算3回目における、感度行列 M およびその転置行列 M^T を用いて $M^T M$ が誤差の影響を受けず、対称行列になることを確認する。感度行列 M を式(4.18)に示し、その転置行列である M^T を式(4.19)に示す。

$$M = \begin{bmatrix} 0.80854 & 0.19853 & 0.40307 \\ 0.45630 & 0.18925 & 1.4115 \\ 0.10591 & 0.85926 & 0.23863 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$M^T = \begin{bmatrix} 0.80854 & 0.45630 & 0.10591 \\ 0.19853 & 0.18925 & 0.85926 \\ 0.40307 & 1.4115 & 0.23863 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

さらに、 $M^T M$ を求める。

$$M^T M = \begin{bmatrix} 0.87316 & 0.33788 & 0.99524 \\ 0.33788 & 0.81356 & 0.55219 \\ 0.99524 & 0.55219 & 2.21174 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

式(4.20)に示す通り、感度行列の転置 M^T と感度行列 M の積は、対称行列となることが確認された。

(b) 特異値と条件数

$M^T M$ の固有値を値の大きなものから順に、 $\mu_1^2, \mu_2^2, \mu_3^2$ として以下に示す。

$$\mu_1^2 = 2.93838, \mu_2^2 = 0.62193, \mu_3^2 = 0.33815 \quad (4.21)$$

これより、感度行列 M の特異値は、

$$\mu_1 = 1.71417, \mu_2 = 0.78863, \mu_3 = 0.58150 \quad (4.22)$$

となり、条件数は、

$$\text{cond}(M) = \frac{1.71417}{0.58150} = 2.94783 \quad (4.23)$$

となる。なお、これらの値はQR法により求めた。これをすべての繰り返し計算において求めることとする。

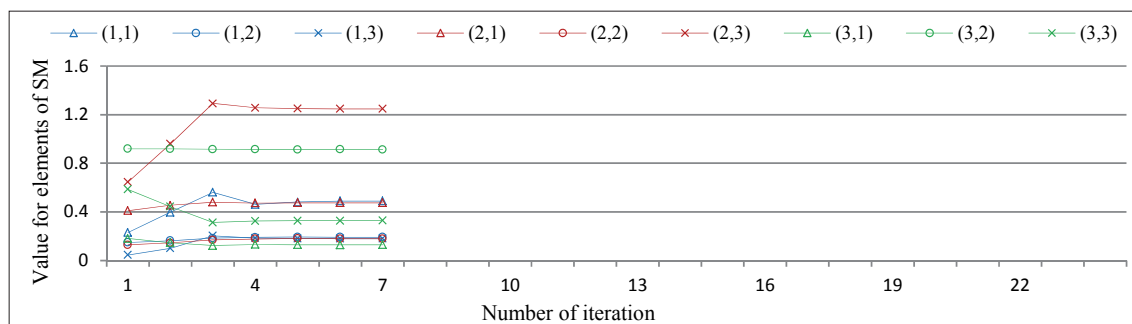
4.4.3 計算ステップに伴う感度行列および各要素の推移

これまでの逆解析結果から、剛性低下を仮定する層の位置や剛性低下の大きさが、繰り返し計算の安定性および解の精度に影響を与えることが分かった。本項では、これまでの感度行列の各成分および状態量に加えて、先に述べた感度行列の特性を示す要素として、感度行列の行列式と特異値および特異値から得られる条件数の推移に着目することで、フィルタを用いた逆解析の特性について検討する。

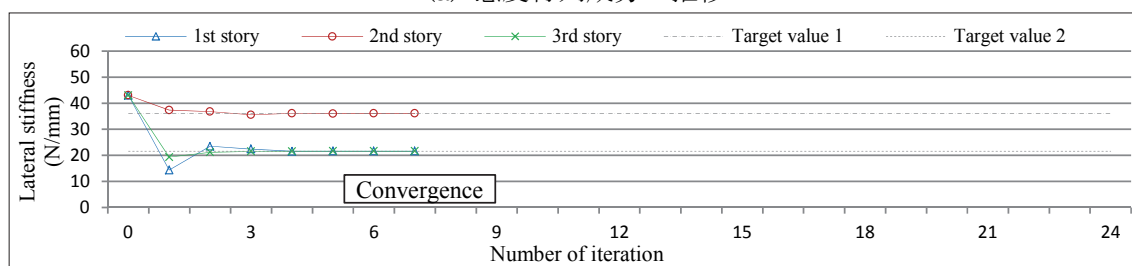
まず、Fig.4.11に1層と3層に40%の剛性低下を仮定した場合、Fig.4.12に1層と2層に40%の剛性低下を仮定した場合の各要素の推移の一例を示す。ここに(a)は感度行列、(b)は状態量の各成分の推移であり、新たに感度行列の行列式の推移を(c)、特異値の各成分の推移を(d)、さらに最大特異値を最小特異値で除することで得られる条件数の推移を(e)に示す。なお、ここに示す例は図の見やすさの観点から、計算ステップの回数が比較的少ないケースであり、初期値はそれぞれFig.4.11では43.0N/mmを、Fig.4.12では57.0N/mmとしてすべての層に同じ値を設定している。同定が可能であった、1層と3層に40%の剛性低下を仮定したモデルの繰り返し計算の推移であるFig.4.11では、射影フィルタの特徴が見られ、少ない計算ステップ回数で状態量は収束している。このとき、感度行列の特性を示す要素と考えられる行列式、特異値および条件数は、いずれも同様の傾向の変化を示している。すなわち、繰り返し計算の初期では、それぞれの値は比較的大きな変化を示すことで状態量を変化させ、その後は一定の値となることで状態量は収束し、解を得ることができている。感度行列の行列式および特異値の推移に着目することで、繰り返し計算の安定性について検討できることが分かる。

これに対して、中間層に剛性低下を仮定することで、繰り返し計算が発散することになった1層と2層に40%の剛性低下を仮定したモデルの繰り返し計算の推移であるFig.4.12では、感度行列の行列式および条件数は、繰り返し計算において僅かな変化が継続して見られ、最終的には大きな変化となり、結果として状態量は発散している。ところで、本逆解析の感度行列は、式(4.7)に示した通り、列に各モードの固有振動数に関する差分を、行に各層の水平剛性に関する

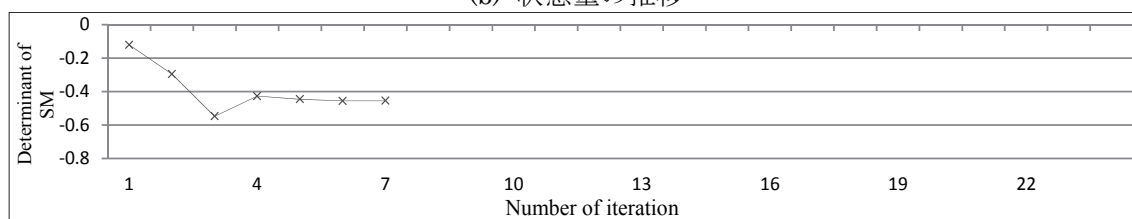
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



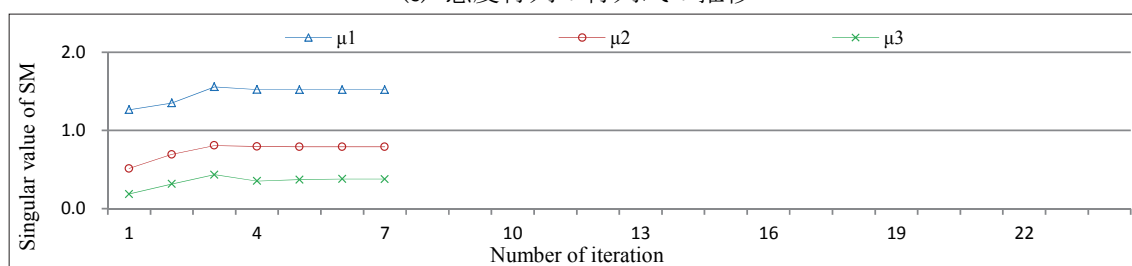
(a) 感度行列成分の推移



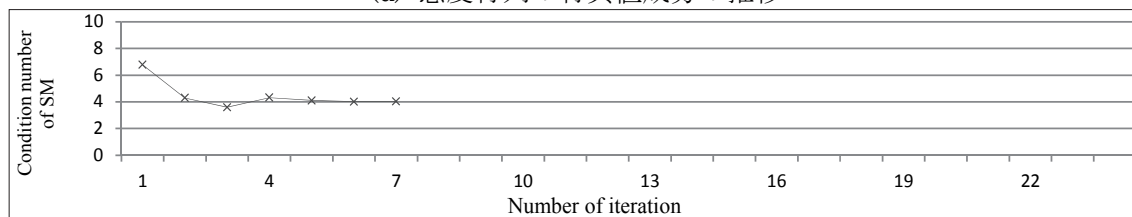
(b) 状態量の推移



(c) 感度行列の行列式の推移



(d) 感度行列の特異値成分の推移

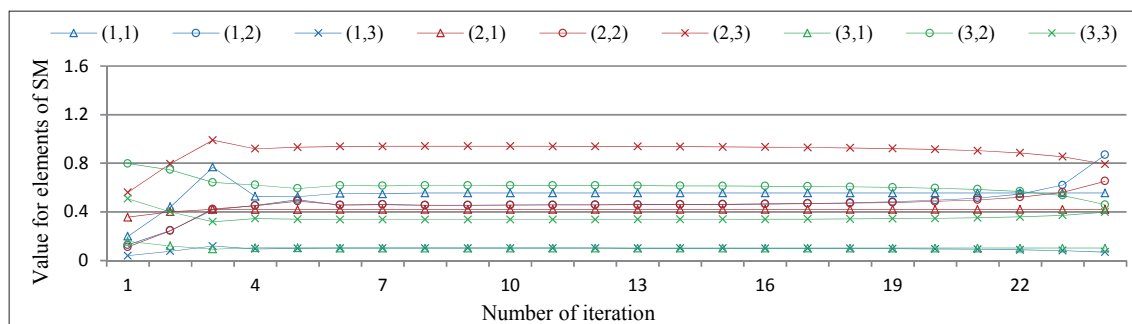


(e) 感度行列の条件数の推移

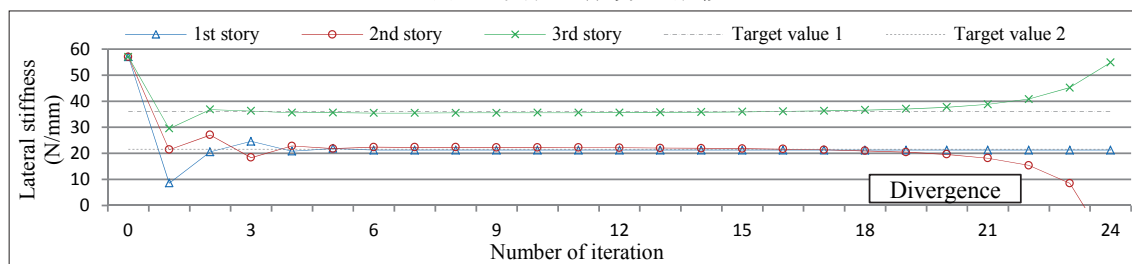
1層と3層に40%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を43.0N/mmと設定し収束した場合の例

Fig.4.11 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析の推移

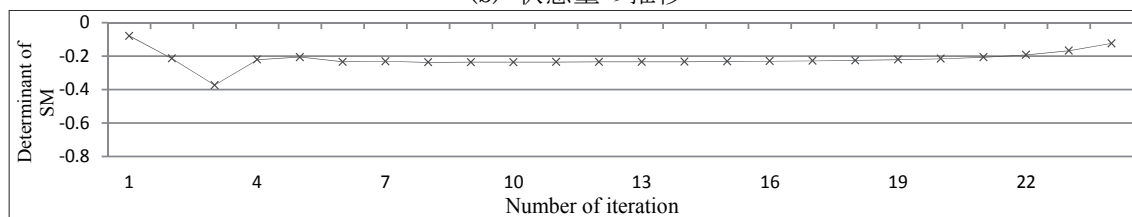
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



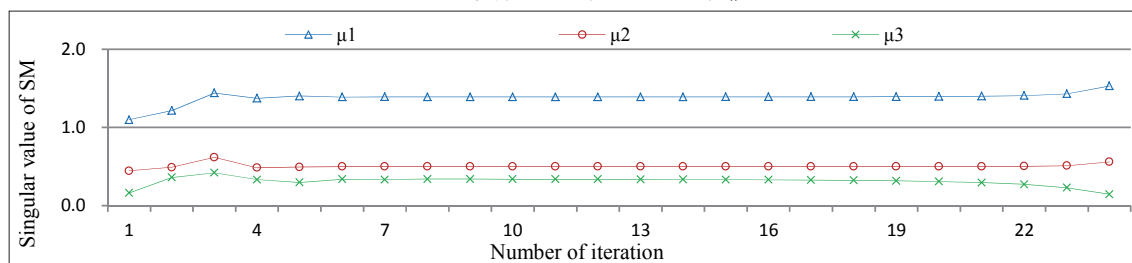
(a) 感度行列成分の推移



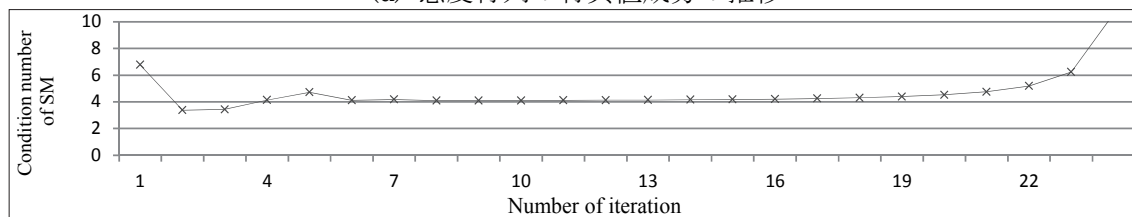
(b) 状態量の推移



(c) 感度行列の行列式の推移



(d) 感度行列の特異値成分の推移



(e) 感度行列の条件数の推移

1層と2層に40%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を57.0N/mmと設定し発散した場合の例

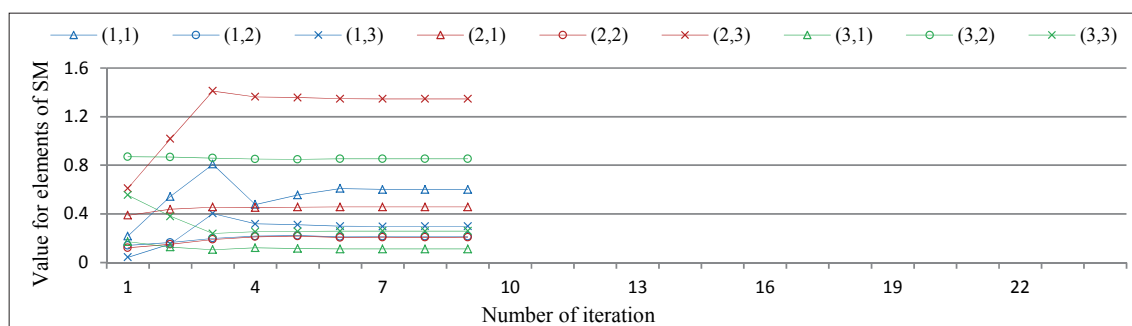
Fig.4.12 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析の推移

差分を対応させ、この比により構成されている。これは3変数によるヤコビ行列の形式と類似であり、ここに示す行列式の推移は、感度行列全体の変化率を表していると解釈できる。さらに、感度行列の特異値は、式(4.8)に示す通り、感度行列を構成する各ベクトル成分の影響の程度を表しており、行列式と同様に、その推移は、感度行列全体の変化率を表していると解釈できる。これらのことから、感度行列の行列式および特異値より構成される条件数が一定の値となれば、感度行列は繰り返し計算をコントロールすることが可能となり、安定した計算がなされると考えられる。

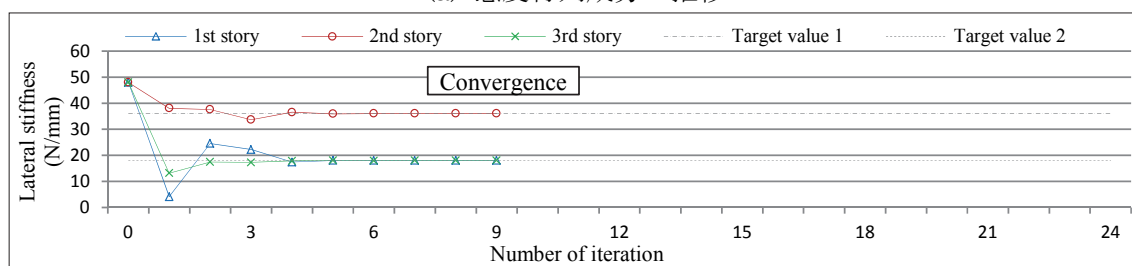
次に、50%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析における繰り返し計算の推移を、先と同様の方法で示す。Fig.4.13は1層と3層に50%の剛性低下を仮定した場合、Fig.4.14は1層と2層に同じく50%の剛性低下を仮定した場合の、逆解析における各要素の推移の一例である。いずれの場合も、感度行列の変化が計算ステップの初期のみならず、数回程度まで継続して見られるが、これ以降では一定の値となっている。このときの感度行列の行列式および条件数の推移でも、計算ステップの初期で大きな変化を示しているものの、最終的にはいずれも一定の値で推移することで、収束解を得ることが可能となっている。ここで、Fig.4.14に示す1層と2層に50%の剛性低下を仮定し、目標値と異なる収束解を得ることになった場合の状態量の推移に着目すると、各層の値は計算ステップの初期で目標値から大きく離れた値へと移行し、そのまま修正されることなく収束解を得ることになっている。

これらのことから、射影フィルタによる逆解析では、大きな剛性低下を仮定すると、計算ステップの初期において感度行列の各成分は大きな変化を示すことで、目標値と異なる収束解が得られるなど、状態量を適切にコントロールすることができないものと考えられる。特に、1層と2層に大きな剛性低下を仮定した場合には、繰り返し計算の初期で状態量は目標値と大きく離れた値を示すことになる。これは、設定した初期値がモデルに適合していないためと考えられる。しかしながら、本節で導入した感度行列に関する行列式の値や特異値の推移の表現から、同定値の精度が劣ることになった明確な要因を提示することは困難である。そこで、次節で示す感度行列の対角成分、行列式の値および特異値で構成される条件数に着目した検討を行うことにする。

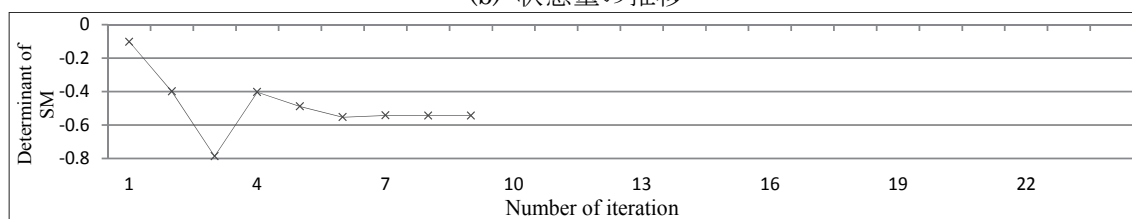
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



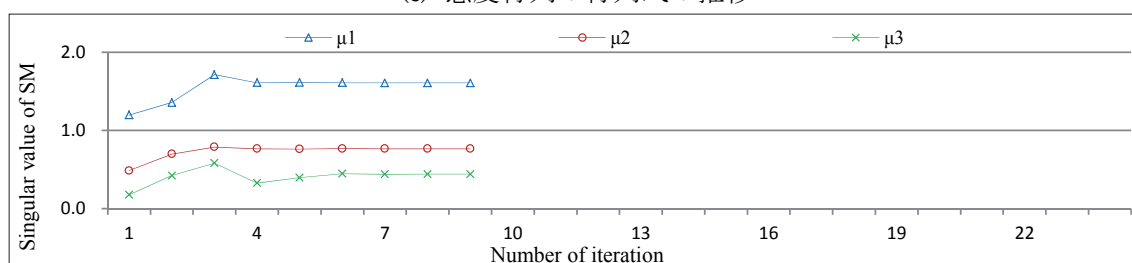
(a) 感度行列成分の推移



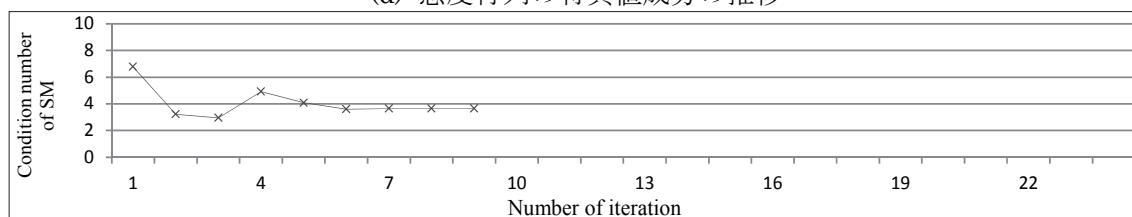
(b) 状態量の推移



(c) 感度行列の行列式の推移



(d) 感度行列の特異値成分の推移

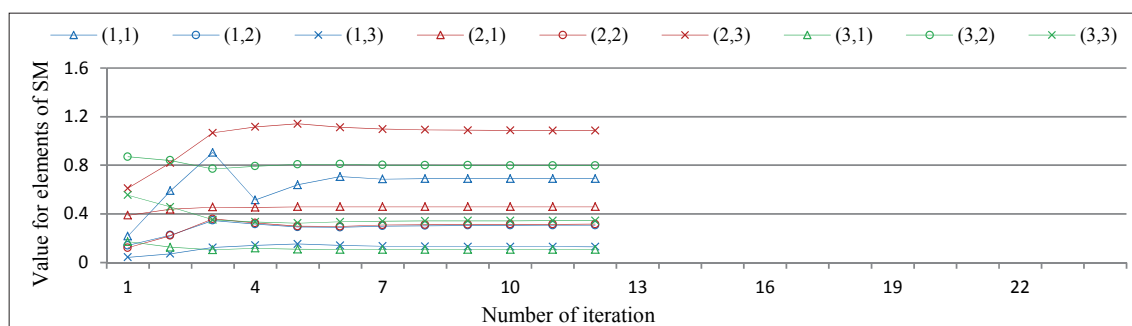


(e) 感度行列の条件数の推移

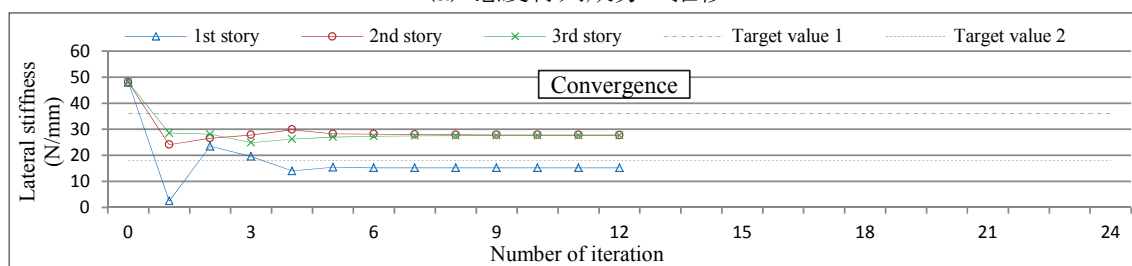
1層と3層に50%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を48.0N/mmと設定し収束した場合の例

Fig.4.13 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析の推移

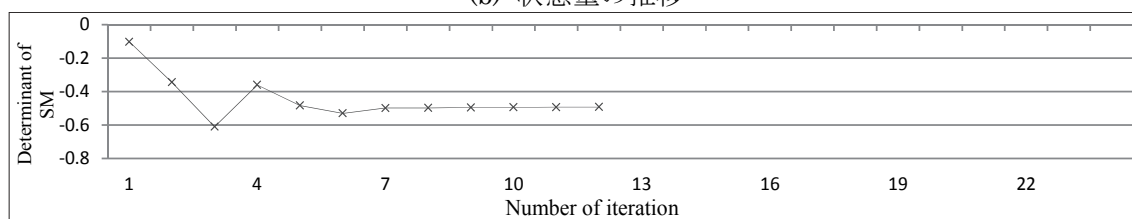
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



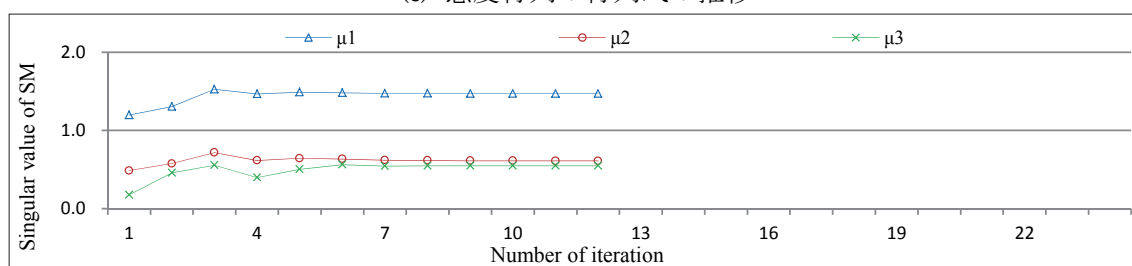
(a) 感度行列成分の推移



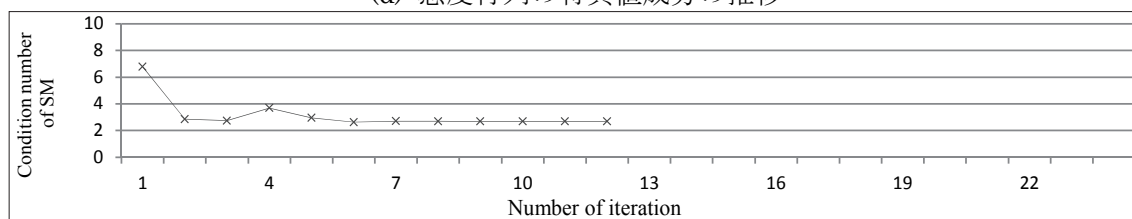
(b) 状態量の推移



(c) 感度行列の行列式の推移



(d) 感度行列の特異値成分の推移



(e) 感度行列の条件数の推移

1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を48.0N/mmと設定し収束した場合の例

Fig.4.14 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析の推移

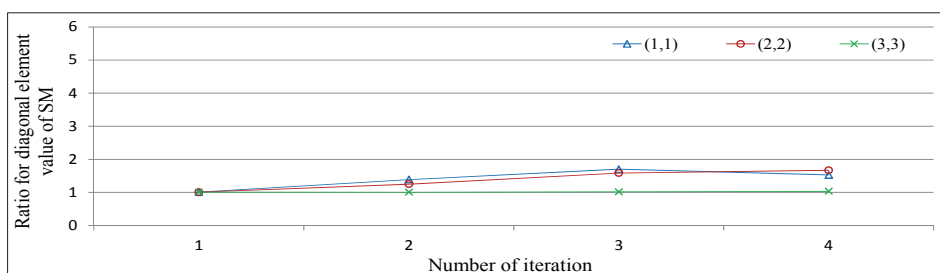
4.4.4 感度行列の推移とモデルに仮定する剛性低下の関係

ここまでの逆解析では、全ての層に対して同じ値の初期値を設定した場合の逆解析結果を示してきた。こうした初期値の設定に関しては、感度行列の計算が不安定となる場合が多々あり、感度行列の推移から鑑みて、設定した初期値がモデルに適応していない可能性が考えられる。そこで、本節では、感度行列の特に対角成分、行列式の値および条件数の推移に着目することで、剛性低下を仮定する層の位置および剛性低下の大きさが繰り返し計算に与える影響について検討する。前節で同定の精度が劣ることになった、1層と2層に剛性低下を仮定したモデルの逆解析において、剛性低下を25%、40%および50%と仮定したそれぞれのモデルの感度行列に関する各値の、繰り返し計算の初期における推移を Fig.4.15 に示す。図において、(a)は25%、(b)は40%、(c)は50%の剛性低下を仮定したモデルの感度行列の対角成分の推移であり、(d)はこれらの行列式の推移である。また、(e)は25%、(f)は40%、(g)は50%の剛性低下を仮定したモデルの特異値の推移であり、(h)はこれらの条件数の推移である。対角成分および特異値の縦軸に示す各成分の値は、すべての層の水平剛性が等しいモデルを逆解析した場合に得られる感度行列の各成分で除することにより、基準化している。これは、状態量である剛性の変化に対する固有振動数の変化量が、モード次数によって異なるためであり、こうすることで感度行列の変化の大きな要素を明らかにすることができるからである。なお、横軸は計算ステップであり、ここでは、大きな変化が見られる繰り返し計算の初期に焦点を当てて示している。対角成分の推移では、いずれの図においても、1行1列および2行2列の推移に変化が見られ、剛性低下の大きなモデルの方がその傾向は顕著である。また、(d)に示す感度行列の行列式の推移においても、繰り返し計算過程で一定の値での推移は見られず、特に大きな剛性低下を仮定した場合の方が、大きな変化を示していることから、繰り返し計算が不安定と言える。さらに、(e)、(f)および(g)に示す特異値の推移では、大きな剛性低下を仮定したモデルの方が、特に最小特異値の変化が大きく、この結果、(h)に示す条件数の推移においても、大きな剛性低下を仮定したモデルの方が大きな変化となっており、条件数の推移からも繰り返し計算が不安定であることが分かる。

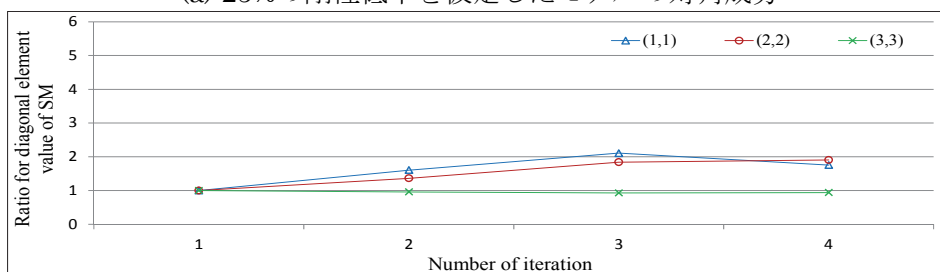
ところで、本逆解析では、感度行列の差分近似に局所前進差分法を採用していることから、1行1列および2行2列の変化は1層および2層の状態量の変化に対応している。すなわち、剛性低下を仮定した層に設定した初期値が、感

第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析

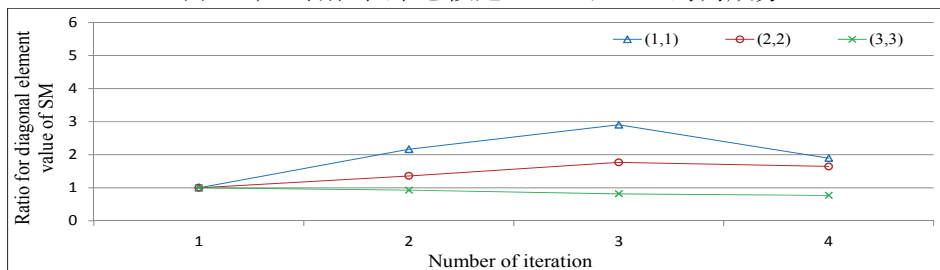
度行列の計算に適応していない可能性が考えられ、これに対策を施すことで、より安定した逆解析が実施できるものと期待される。



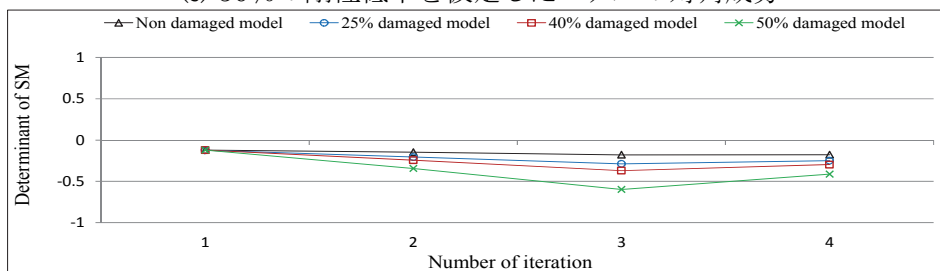
(a) 25%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分



(b) 40%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分

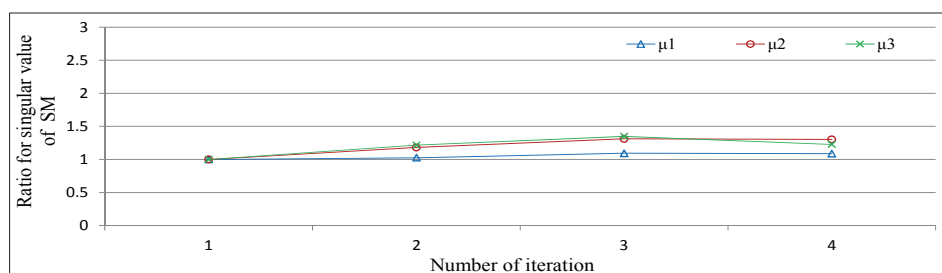


(c) 50%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分

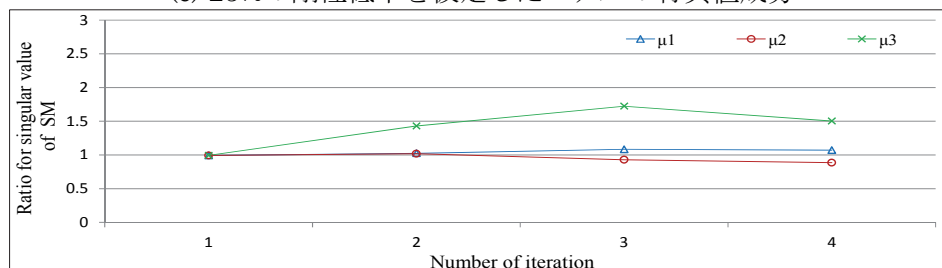


(d) 各モデルの感度行列の行列式

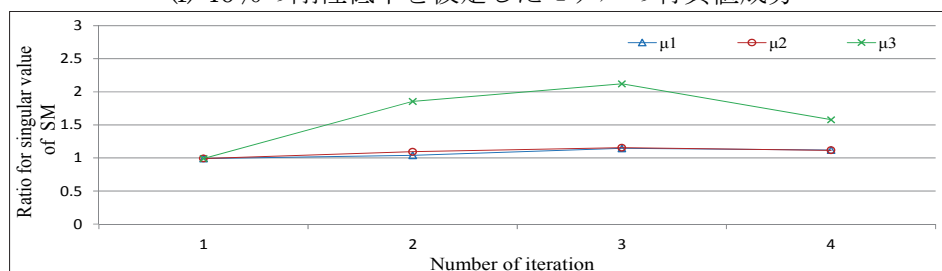
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



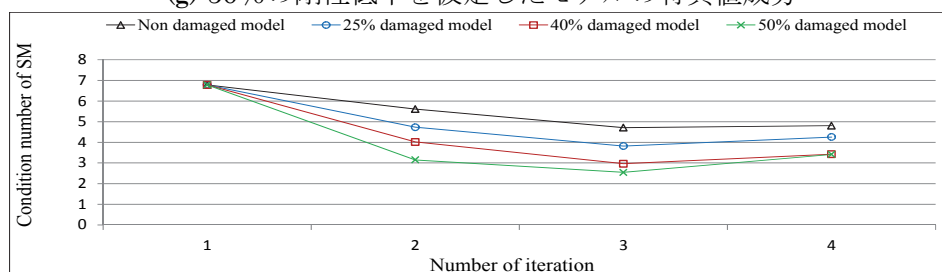
(e) 25%の剛性低下を仮定したモデルの特異値成分



(f) 40%の剛性低下を仮定したモデルの特異値成分



(g) 50%の剛性低下を仮定したモデルの特異値成分



(h) 各モデルの感度行列の条件数

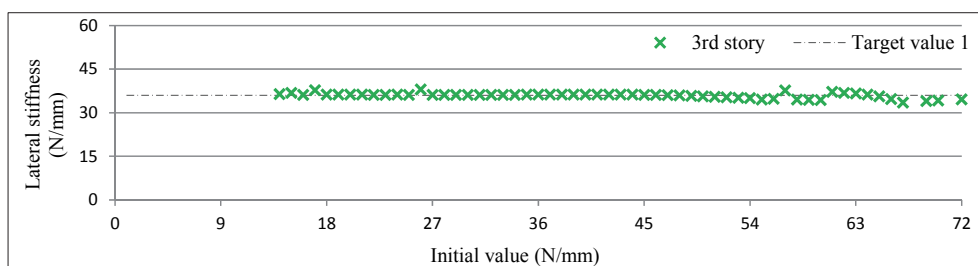
1層と2層に剛性低下を仮定したモデルの例 (初期値 43.0)

Fig.4.15 同じ初期値を設定し射影フィルタを用いた場合の3層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分と行列式および特異値と条件数の推移

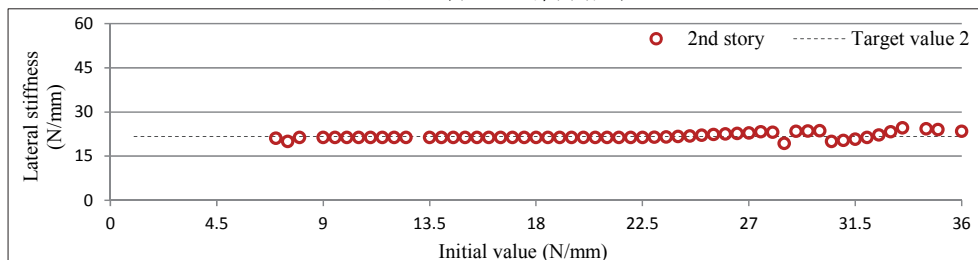
4.4.5 初期値の設定方法に関する提案

繰り返し計算の安定性および解の精度の向上を目的に、本項では、前項で述べた対角成分の推移に基づき、初期値の設定方法に対策を施したときの逆解析結果を示し、初期値の設定方法に関する新たな計算手法を提案する。

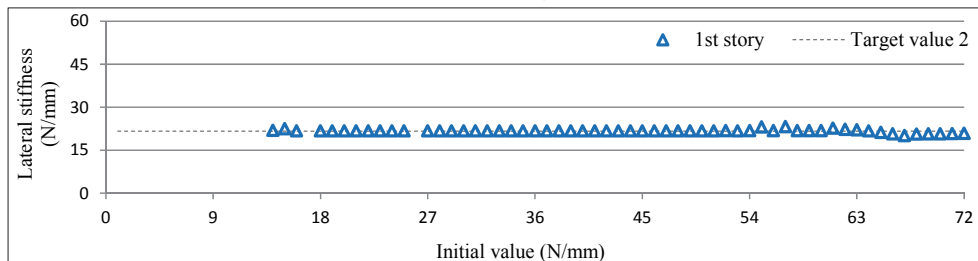
1層と2層に剛性低下を仮定したモデルの逆解析にあたって、設定する初期値の組み合わせとして、2層に他の層の初期値の50%の値を設定する。これによる1層と2層に40%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析結果を Fig.4.16 に、同じく1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析結果を Fig.4.17 にそれぞれ示す。各層に同じ値の初期値を設定した場合に比べて、目標値近傍に収束解が多数得られており、これらにより直線が形成され、明らかに精度の高い同定値が得られている。



(a) 3層の逆解析結果



(b) 2層の逆解析結果

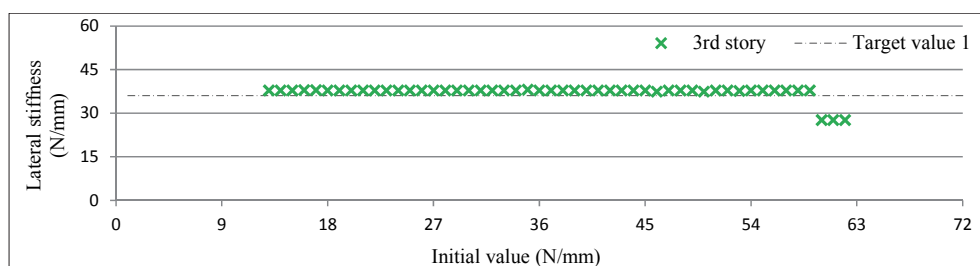


(c) 1層の逆解析結果

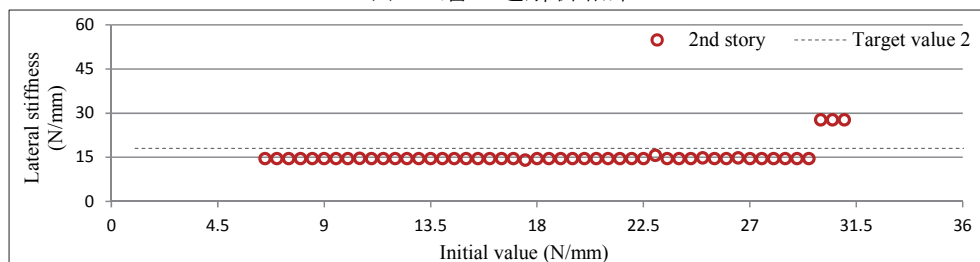
1層と2層に40%の剛性低下を仮定した計算値による例（2層に他の層の50%の初期値）

Fig.4.16 初期値の組合せを調整した射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析結果

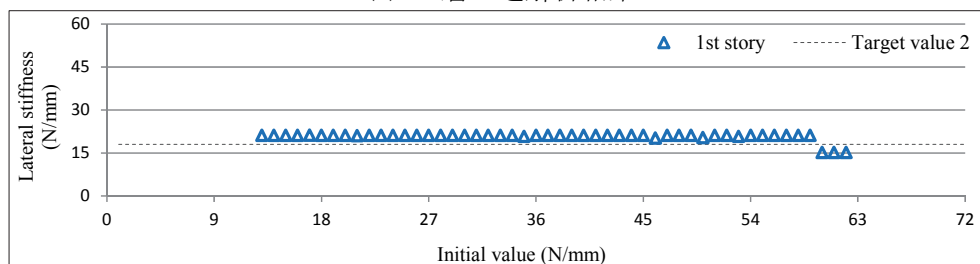
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



(a) 3層の逆解析結果



(b) 2層の逆解析結果



(c) 1層の逆解析結果

1層と2層に50%の剛性低下を仮定した計算値による例（2層に他の層の50%の初期値）

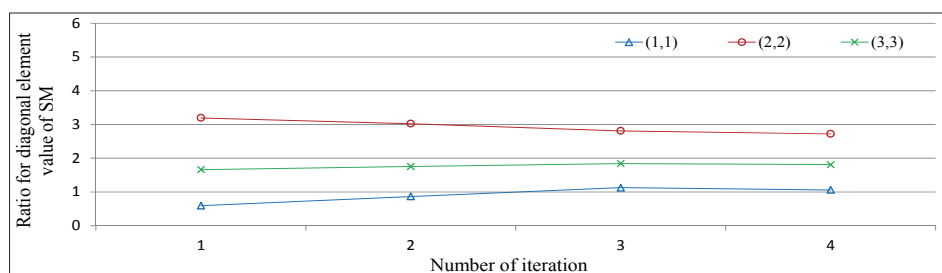
Fig.4.17 初期値の組合せを調整した射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析結果

4.4.6 初期値の設定方法を調整したときの感度行列の推移

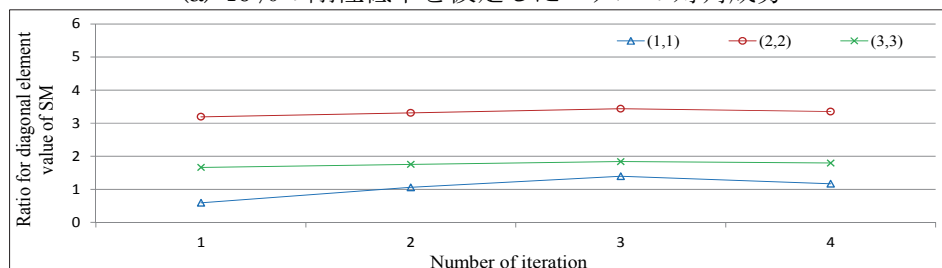
初期値の設定方法に対策を施すことで、精度の高い同定が可能となったことから、このときの感度行列の対角成分、行列式および条件数の推移を先と同様の方法で Fig.4.18 に示す。なお、初期値は比較しやすいよう、1層と3層に先のモデルと同様の 43.0N/mm 、2層には半分の 21.5N/mm を設定している。いずれの要素も急激な変化はなく穏やかな推移を示しており、安定した繰り返し計算が行われていることが分かる。

感度行列の対角成分に関する検討に基づき、設定する初期値を調整することで、感度行列の繰り返し計算が安定し、これにより精度の高い同定が可能とな

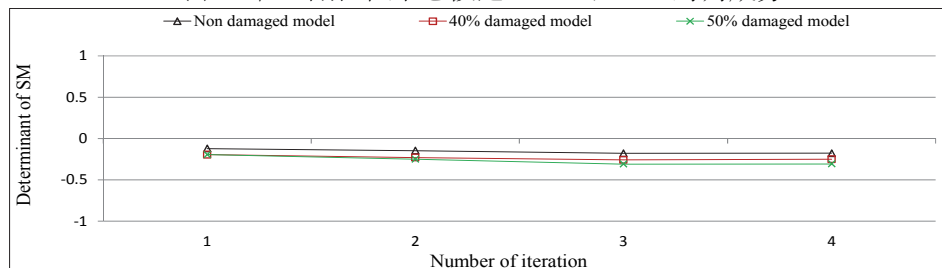
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



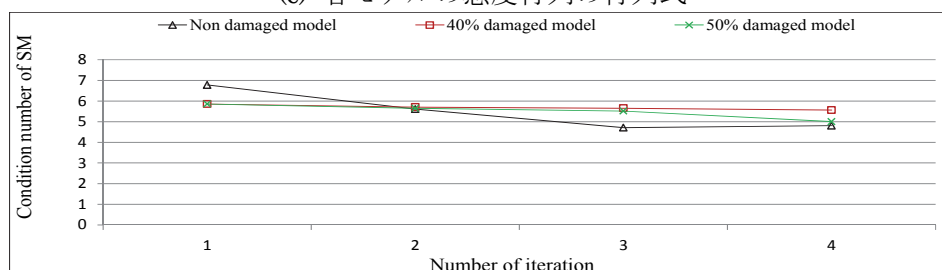
(a) 40%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分



(b) 50%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分



(c) 各モデルの感度行列の行列式



(d) 各モデルの感度行列の条件数

1層と2層に剛性低下を仮定したモデルの例（初期値 43.0-21.5）

Fig.4.18 初期値の設定方法を調整したときの射影フィルタを用いた場合の3層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分と行列式および条件数の推移

った。ただし、2層に設定する初期値を他の層の半分としたことは工学的判断であり、この初期値の組み合わせが最適値である保証は存在しない。

4.5 非適切性のリスクの高いモデルへの逆解析の特性の適用

フィルタを繰り返し計算手法として用いる逆解析は、5層フレームモデルのように同定しようとする状態量が多くなると、一意解が存在しないことに起因して非適切性のリスクが高まり、同定が困難となる場合が多々見られる。

そこで、本節では、5層フレームモデルを対象として、3層フレームモデルと同様の検討を行い、前節までに述べた感度行列の差分近似計算の方法と初期値の設定方法の観点から、フィルタを用いた逆解析の新たな計算手法について、さらに検討する。したがって、逆解析に用いるフィルタは3層の検討でも用いた、感度行列のみで構成される射影フィルタとする。

4.5.1 感度行列の構成スキーム

(a) 局所前進差分による逆解析結果

5層フレームモデルを対象とした逆解析にあたり、フィルタ方程式はこれまでと同様に式(4.5)であり、観測量としてのベクトル $\boldsymbol{\omega}$ は、1次から5次モードの固有振動数により、また状態量ベクトルである $\mathbf{z}_{t/t-1}$ は1層から5層までの水平剛性によりそれぞれ構成される。5層フレームモデルに対する逆解析でも、当然、3層フレームモデルの場合と同様に、感度行列の計算方法において、広域前進差分法を用いた場合には、繰り返し計算が不安定となり、同定が不可能となった。したがって、本項でも3層フレームモデルと同様に、局所前進差分により感度行列を構成することにし、具体的な計算方法を式(4.24)に示す。ここに、下付きの添え字 s1～s5 は、1～5層の水平剛性をそれぞれ意味する。

$$\mathbf{M}_t = \begin{bmatrix} \frac{(\omega_{1_t} - \omega_{1_{t-1}})_{s1}}{z_{1_t} - z_{1_{t-1}}} & \frac{(\omega_{1_t} - \omega_{1_{t-1}})_{s2}}{z_{2_t} - z_{2_{t-1}}} & \dots & \frac{(\omega_{1_t} - \omega_{1_{t-1}})_{s5}}{z_{5_t} - z_{5_{t-1}}} \\ \frac{(\omega_{2_t} - \omega_{2_{t-1}})_{s1}}{z_{1_t} - z_{1_{t-1}}} & \frac{(\omega_{2_t} - \omega_{2_{t-1}})_{s2}}{z_{2_t} - z_{2_{t-1}}} & \dots & \frac{(\omega_{2_t} - \omega_{2_{t-1}})_{s5}}{z_{5_t} - z_{5_{t-1}}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{(\omega_{5_t} - \omega_{5_{t-1}})_{s1}}{z_{1_t} - z_{1_{t-1}}} & \frac{(\omega_{5_t} - \omega_{5_{t-1}})_{s2}}{z_{2_t} - z_{2_{t-1}}} & \dots & \frac{(\omega_{5_t} - \omega_{5_{t-1}})_{s5}}{z_{5_t} - z_{5_{t-1}}} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

この方法による感度行列を用いたときのシミュレーション逆解析結果の一例を Fig.4.19 および Fig.4.20 に示す。Fig.4.19 は、1層と3層に25%の比較的小さな

剛性低下を仮定したモデルの逆解析結果である。すべての層において複数の初期値で精度の高い収束解が得られており、非適切性のリスクの高い5層フレームモデルにおいても、精度の高い同定が可能であると判断できる。Fig.4.20は、さらに大きな剛性低下として、1層と3層に40%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析結果である。Fig.4.19の結果と比較すると、プロットされる収束解の数は減少しているものの、これらにより同定は可能であると判断できる。非適切性のリスクの高い5層フレームモデルの逆解析においても、感度行列を局所前進差分とすることで、精度の高い同定が可能であることが示された。

(b) 計算ステップに伴う感度行列および各要素の推移

本項では、感度行列の推移について検討を加える。先に示した逆解析における感度行列の各成分、状態量、行列式の値および条件数の推移として、1層と3層に25%の剛性低下を仮定したモデルの例をFig.4.21に示し、同じく1層と3層に40%の剛性低下を仮定したモデルの例をFig.4.22に示す。(a)に示す感度行列の各成分はいずれの図においても一定の値を示し、繰り返し計算が進むにつれ一定の値となり、安定した繰り返し計算がなされていることが分かる。このことから、(c)に示す感度行列の行列式、(d)に示す特異値成分および(e)に示す条件数も同様の推移を示しており、局所前進差分による感度行列の計算が本逆解析に適していることが裏付けられる。このときの状態量は、少ない計算ステップで目標値近傍へと移行した後、僅かな変化量となり、最終的に精度の高い収束解を得ている。すなわち、状態量の多い5層フレームモデルにおいても、局所前進差分による本逆解析手法を用いることで、感度行列の各要素の値は、一定の推移となり、比較的小さな剛性低下を仮定したモデルに対して、安定した繰り返し計算が可能となることが示された。

ここで、5層フレームモデルの特異値成分および条件数の計算例として、Fig.4.21で示した1層と3層に25%の剛性低下を仮定したモデルの繰り返し計算3回目における、感度行列 M を式(4.25)に、その転置行列 M^T を式(4.26)に、 $M^T M$ を式(4.27)にそれぞれ示す。

$$M = \begin{bmatrix} 0.12988 & 0.00662 & 0.07410 & 0.02536 & 0.00692 \\ 0.23142 & 0.01913 & 0.11814 & 0.22770 & 0.15126 \\ 0.16879 & 0.12727 & 0.37373 & 0.03005 & 0.35852 \\ 0.08127 & 0.42699 & 0.06262 & 0.29022 & 0.27747 \\ 0.02086 & 0.15649 & 0.28436 & 0.25753 & 0.08152 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$\mathbf{M}^T = \begin{bmatrix} 0.12988 & 0.23142 & 0.16897 & 0.08127 & 0.02086 \\ 0.06662 & 0.01913 & 0.12727 & 0.42699 & 0.15649 \\ 0.07410 & 0.11814 & 0.37373 & 0.06262 & 0.28436 \\ 0.02536 & 0.22770 & 0.03005 & 0.29022 & 0.25753 \\ 0.00692 & 0.15126 & 0.35852 & 0.27747 & 0.08152 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{M}^T \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.10601 & 0.07255 & 0.11113 & 0.09002 & 0.12073 \\ 0.07255 & 0.22781 & 0.12600 & 0.17409 & 0.18022 \\ 0.11113 & 0.12600 & 0.24390 & 0.13142 & 0.19293 \\ 0.09002 & 0.17409 & 0.13142 & 0.20394 & 0.14691 \\ 0.12073 & 0.18022 & 0.19293 & 0.14691 & 0.23510 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

式(4.27)に示す通り、感度行列の転置 \mathbf{M}^T と感度行列 \mathbf{M} の積は、対称行列となることが確認された。

さらに、 $\mathbf{M}^T \mathbf{M}$ の固有値を値の大きなものから順に、 $\mu_1^2, \mu_2^2, \mu_3^2, \mu_4^2, \mu_5^2$ として以下に示す。

$$\mu_1^2 = 0.76505, \mu_2^2 = 0.13607, \mu_3^2 = 0.05877, \mu_4^2 = 0.04666, \mu_5^2 = 0.01021 \quad (4.28)$$

これより、感度行列 \mathbf{M} の特異値は、

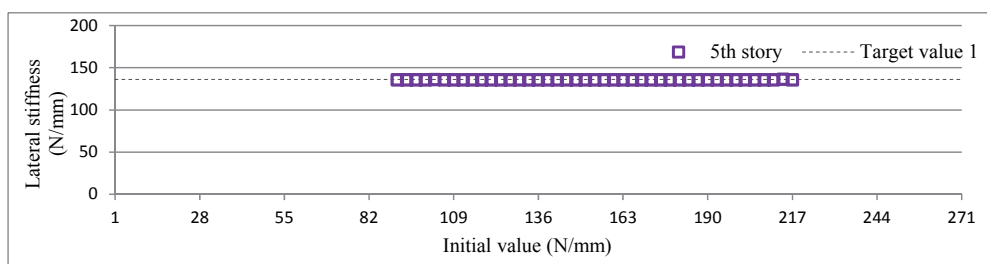
$$\mu_1 = 0.87467, \mu_2 = 0.36888, \mu_3 = 0.24242, \mu_4 = 0.21602, \mu_5 = 0.10107 \quad (4.29)$$

となり、条件数は、

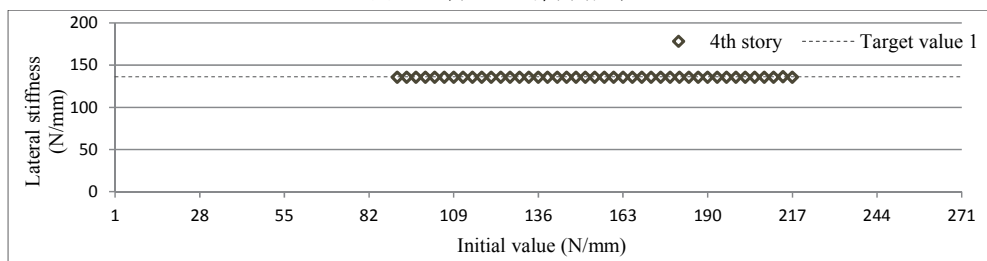
$$\text{cond}(\mathbf{M}) = \frac{0.87467}{0.10107} = 8.65410 \quad (4.30)$$

となる。なお、これらの計算はQR法により求めており、Fig.4.21は、すべての繰り返し計算において求めた値を示している。

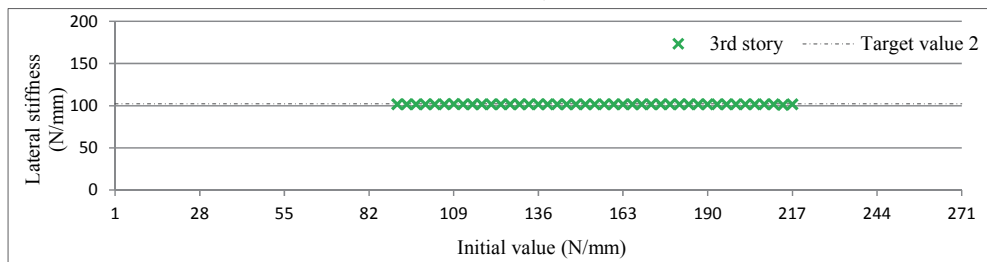
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



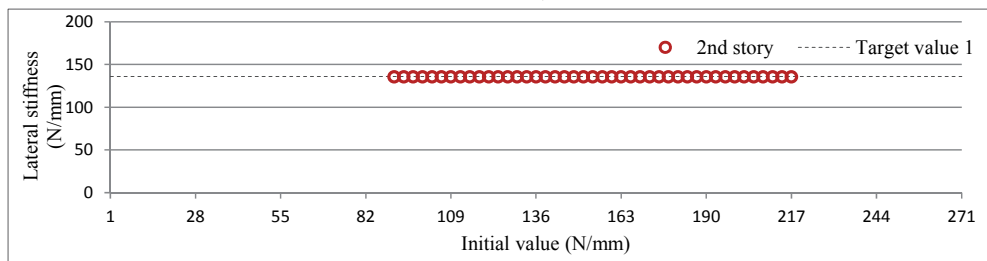
(a) 5層の逆解析結果



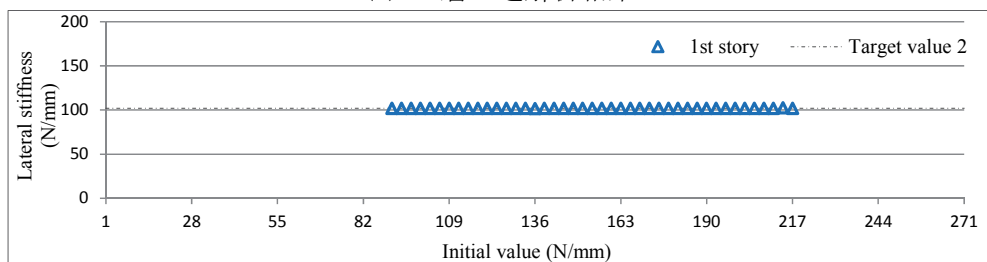
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

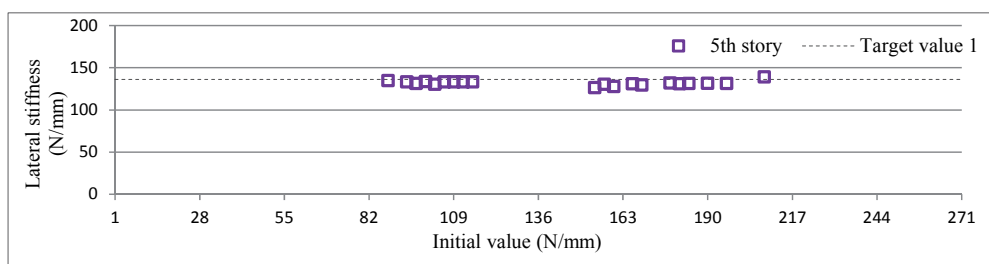


(e) 1層の逆解析結果

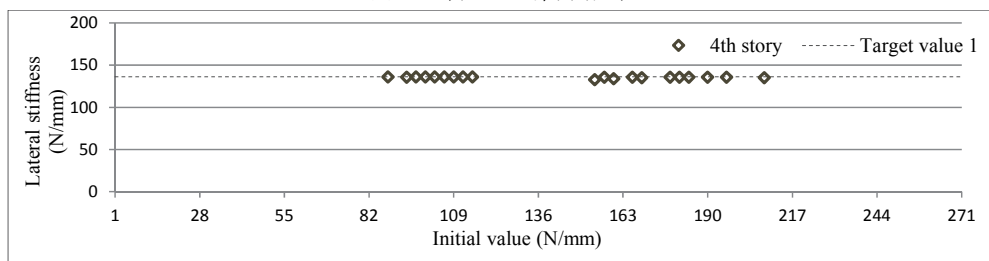
1層と3層に25%の剛性低下を仮定した計算値による例

Fig.4.19 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析結果

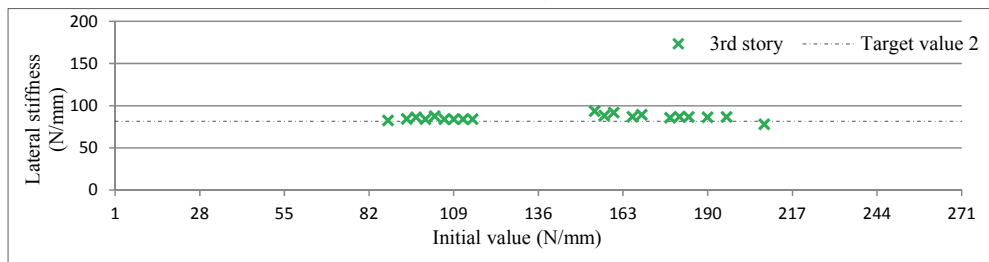
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



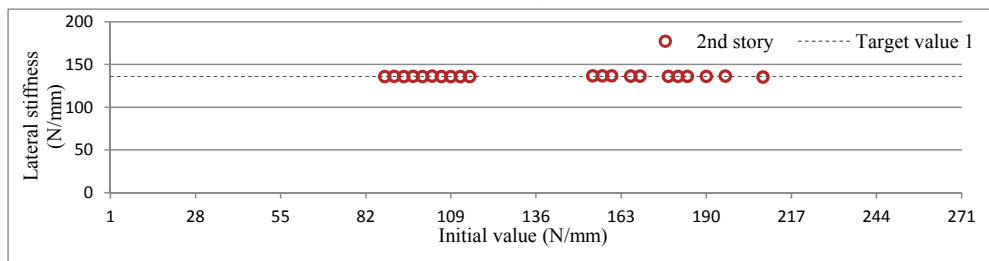
(a) 5層の逆解析結果



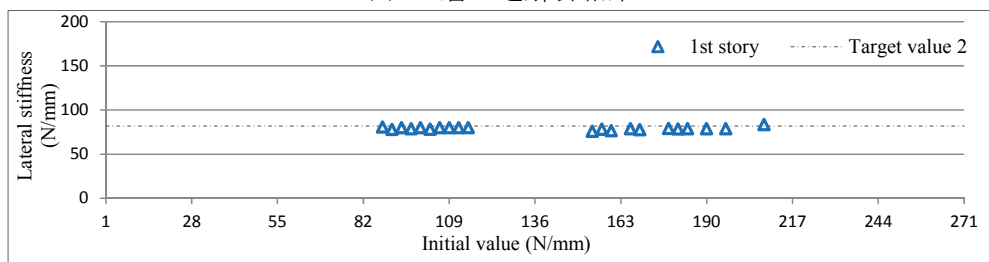
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

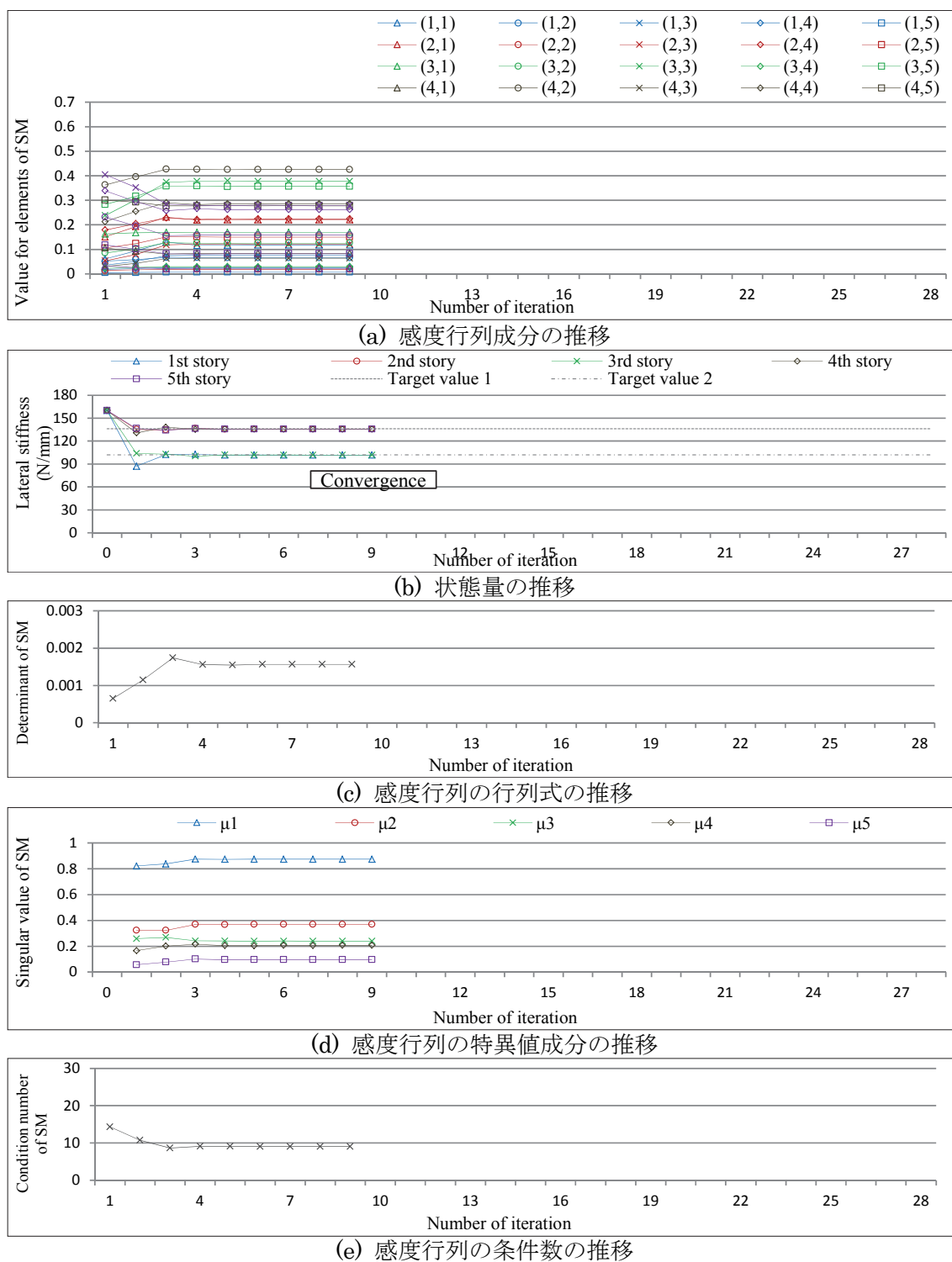


(e) 1層の逆解析結果

1層と3層に40%の剛性低下を仮定した計算値による例

Fig.4.20 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析結果

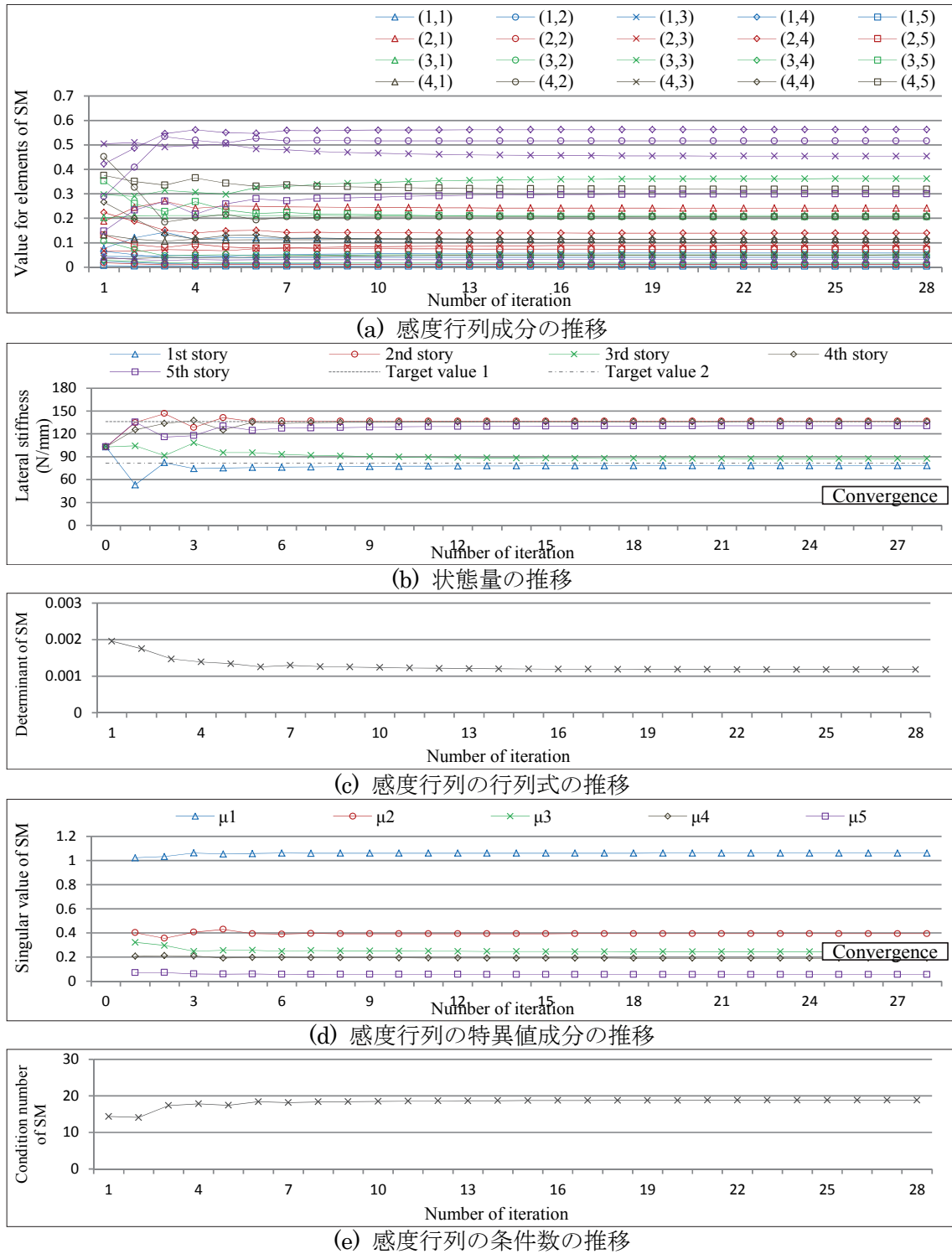
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



1層と3層に25%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を160.0N/mmと設定し収束した場合の例

Fig.4.21 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析の推移

第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



1層と3層に40%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を103.0N/mmと設定し収束した場合の例

Fig.4.22 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析の推移

4.5.2 複数層に剛性低下を仮定した場合のシミュレーション逆解析

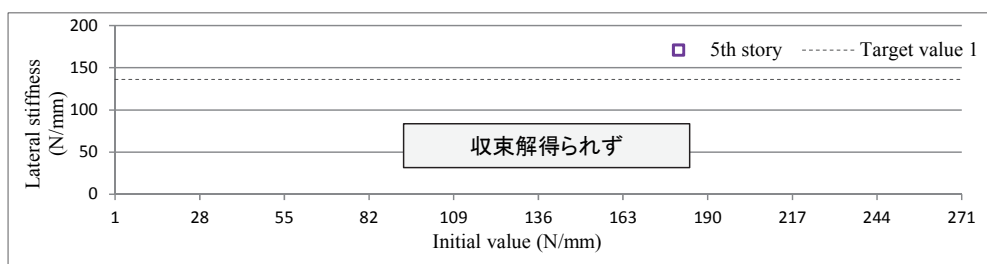
前項では、5層フレームモデルの複数層に25%および40%の剛性低下を仮定し、非適切性のリスクの比較的高い逆問題においても、感度行列を局所前進差分とすることで、射影フィルタによる繰り返し計算は安定し、極めて精度の高い同定が可能となった。前節でも示したように、フィルタによる逆解析では、剛性低下を仮定する層の位置や剛性低下の大きさが繰り返し計算の安定性と解の精度に影響を与えることになる。ここでは、局所前進差分法による感度行列を用い、5層フレームモデルの複数層に様々な剛性低下を仮定したときのシミュレーション逆解析結果を示すことにする。

本論で提案するシステム同定の対象は建築構造物であり、損傷を生じさせる原因の一つは、地震による水平方向の荷重である。そこで本項では、以下の2種類のモデルに対して逆解析を試みる。地震力は通常、水平力としてモデル化され、構造物は地震層せん断力として抵抗する。地震層せん断力は、低層階ほど大きく、上層階ほど小さくなる。すなわち、低層階は大きな地震層せん断力による損傷が考えられる。一方、上層階においては、これと異なる曲げ変形による損傷が考えられる。低層建築物である3層フレームモデルは、上層階の曲げ変形による損傷はさほど重要ではなく、中層建築物である5層フレームモデルとの違いとしてこの点が挙げられる。こうした損傷モードの違いによる逆解析の特性を検討する意味で、本研究では、1層と2層に剛性低下を仮定したモデルおよび2層と5層に剛性低下を仮定したモデルを逆解析の対象とする。両モデルとも2層に剛性低下を仮定したのは、前節で述べたような、これまでの経験から2層に剛性低下を仮定した場合には、繰り返し計算が不安定となる場合が見られたからである。

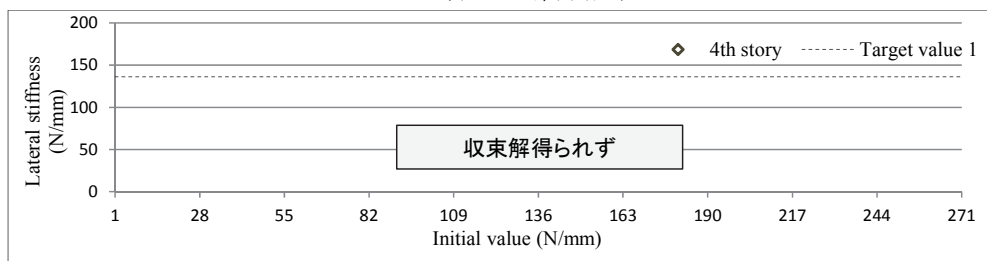
(a) 剛性低下を仮定する層の位置による検討

剛性低下を仮定する層の影響を検討するために、1層と2層に比較的大きな剛性低下として、40%の剛性低下を仮定した場合の逆解析結果を Fig.4.23 に示し、2層と5層に同じく40%の剛性低下を仮定した場合の逆解析結果を Fig.4.24 に示す。Fig.4.23 に示す1層と2層に剛性低下を仮定した場合には、いずれの初期値に対しても繰り返し計算は発散し、収束解は得られておらず、同定は不可能である。これに対して、2層と5層に剛性低下を仮定した Fig.4.24 では、複数の初期値において、収束解が得られ、これらによる直線が目標値近傍に描かれて

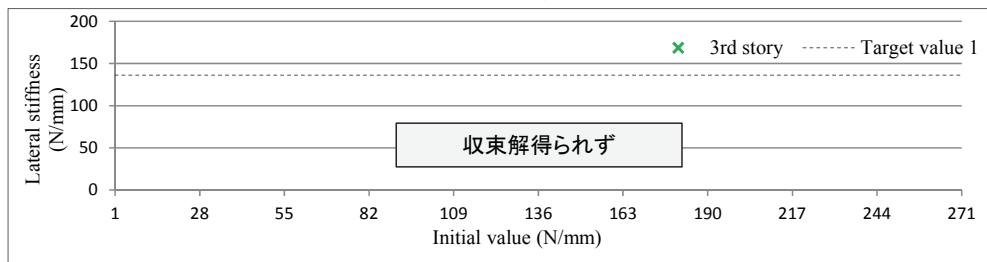
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



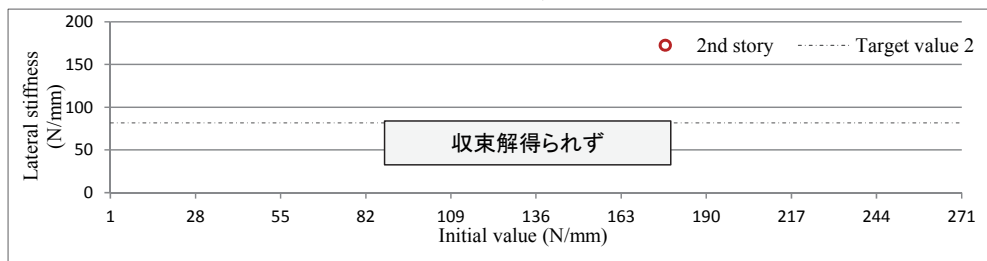
(a) 5層の逆解析結果



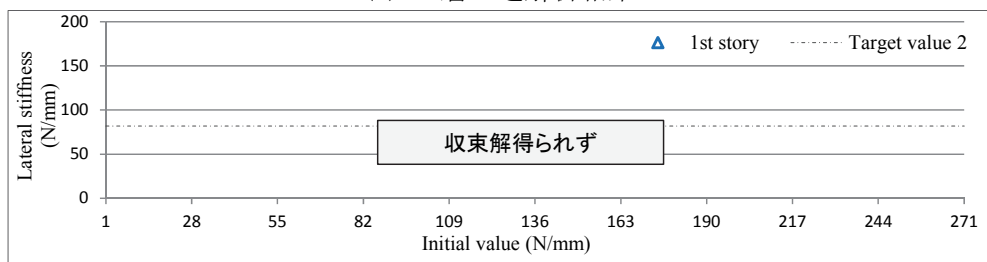
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

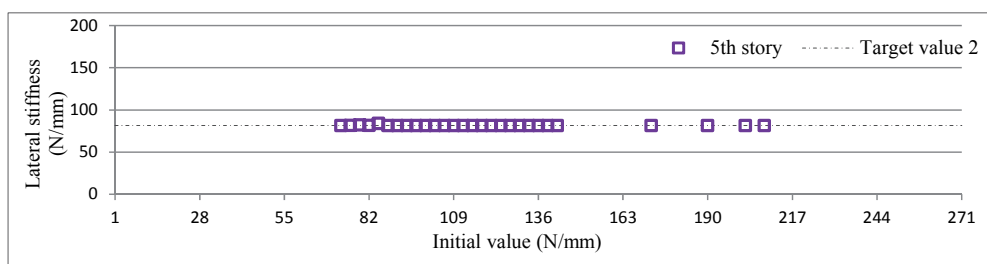


(e) 1層の逆解析結果

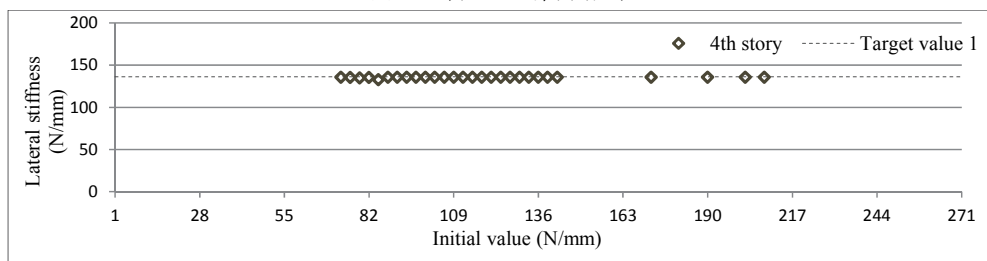
1層と2層に40%の剛性低下を仮定した計算値による例

Fig.4.23 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析結果

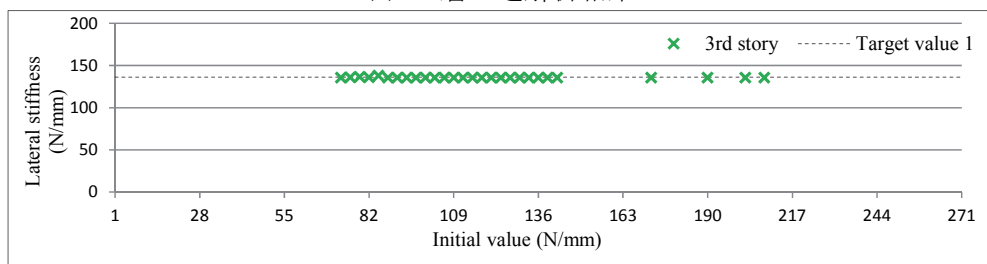
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



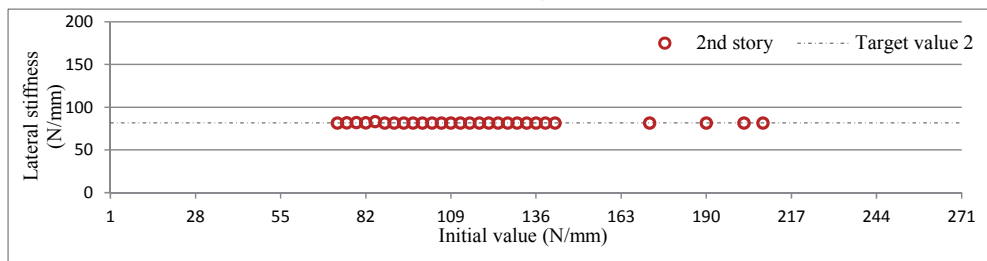
(a) 5層の逆解析結果



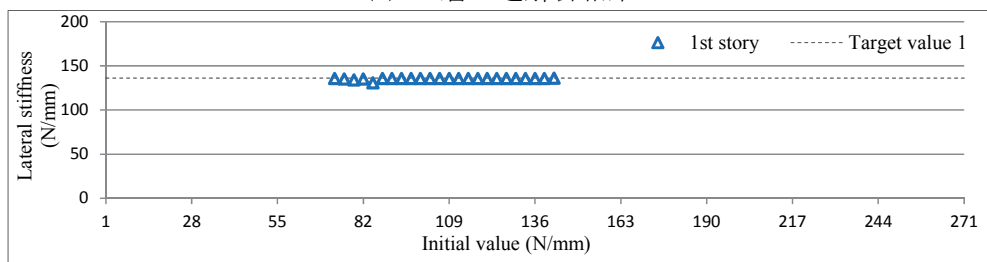
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果



(e) 1層の逆解析結果

2層と5層に40%の剛性低下を仮定した計算値による例

Fig.4.24 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析結果

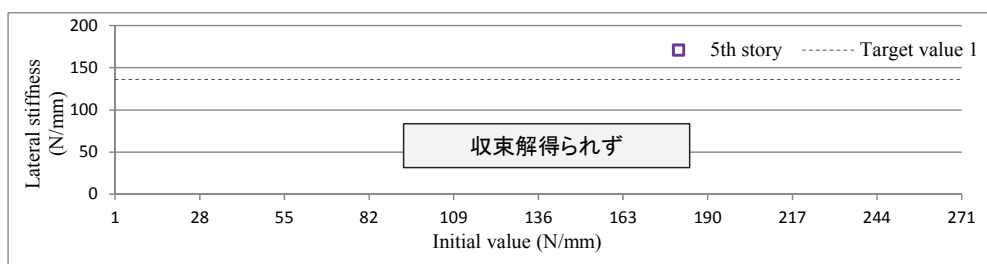
いることから、同定は可能と判断できる。すなわち、3層モデルと同様に、1層と2層に剛性低下を仮定した場合には、逆解析が困難となることが分かる。しかし、2層と5層の剛性低下の組み合わせでは、剛性低下を仮定した層に2層が含まれているにも関わらず、多くの初期値で収束解が得られていることが極めて興味深い結果である。

(b) 剛性低下の大きさによる検討

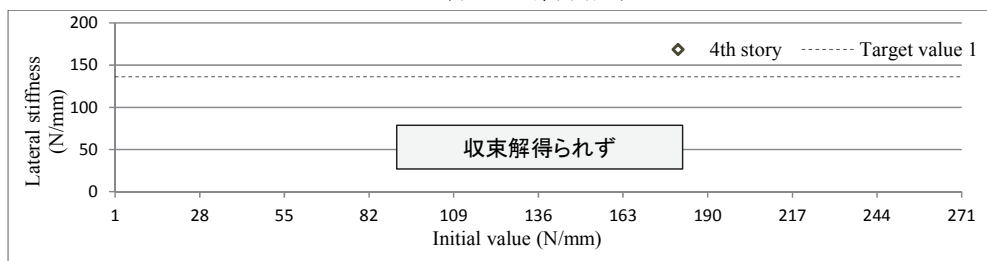
剛性低下の大きさの影響を検討するために、1層と2層にさらに大きな50%の剛性低下を仮定した場合の逆解析結果を Fig.4.25 に示し、2層と5層に同じく50%の剛性低下を仮定した場合の逆解析結果を Fig.4.26 に示す。1層と2層に剛性低下を仮定した場合には、40%の剛性低下を仮定した場合と同様に、いずれの初期値に対しても収束解は得られず、同定は不可能である。これに対して、2層と5層に剛性低下を仮定した場合には、より大きな剛性低下を仮定したにも関わらず多くの収束解が得られ、これらにより直線が形成されている。

これらの結果から、40%の場合と同様に同定が可能であるように見られる。しかし、収束解を注視すると、描かれた直線は目標値から離れており、目的とする同定値が得られていないことが分かる。なお、ここに示したモデル以外の複数層に50%の剛性低下を仮定した場合にも、基本的に同定は不可能であったことを付記する。これらの結果から、5層フレームモデルの複数層に50%の大きな剛性低下を仮定すると、3層フレームモデルの逆解析と同様に、局所前進差分による本逆解析手法を用いても、すべての層に同じ値の初期値を設定した場合には同定は不可能であった。

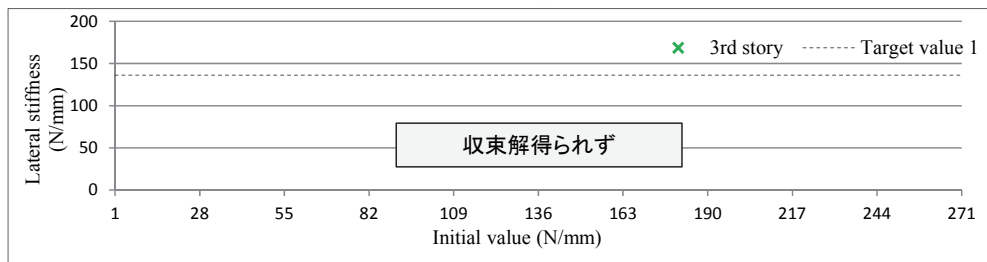
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



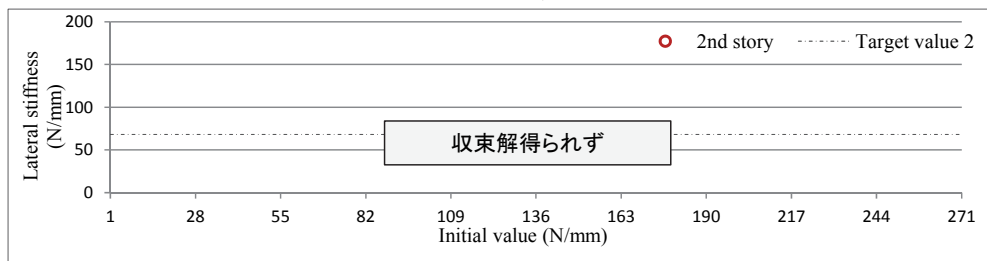
(a) 5層の逆解析結果



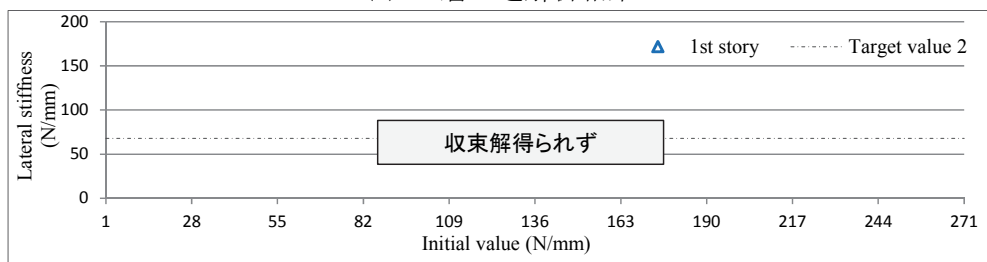
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

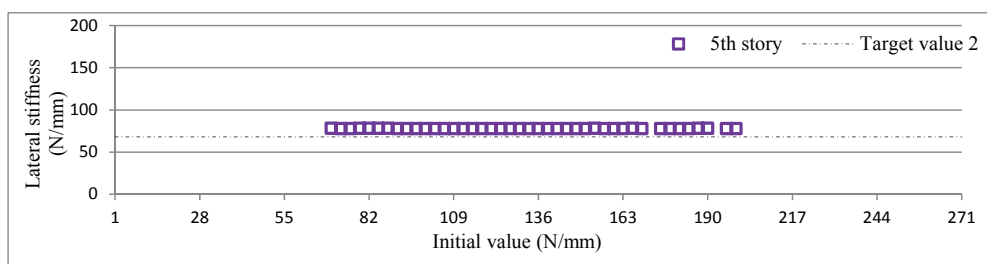


(e) 1層の逆解析結果

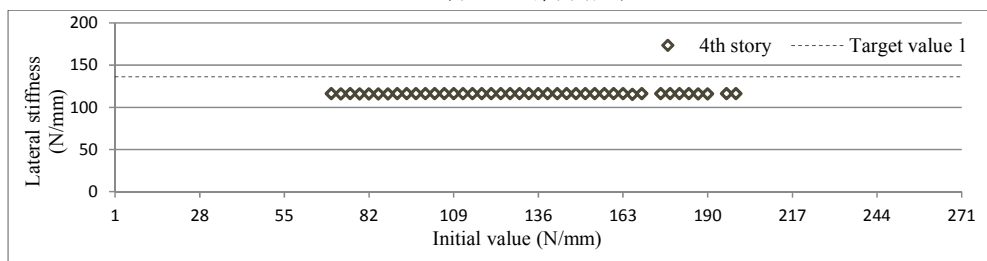
1層と2層に50%の剛性低下を仮定した計算値による例

Fig.4.25 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析結果

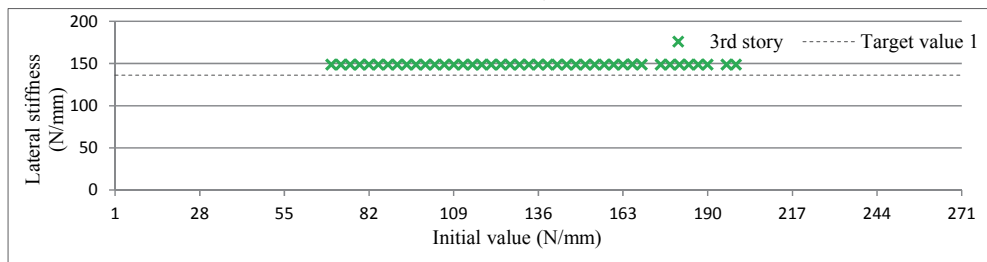
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



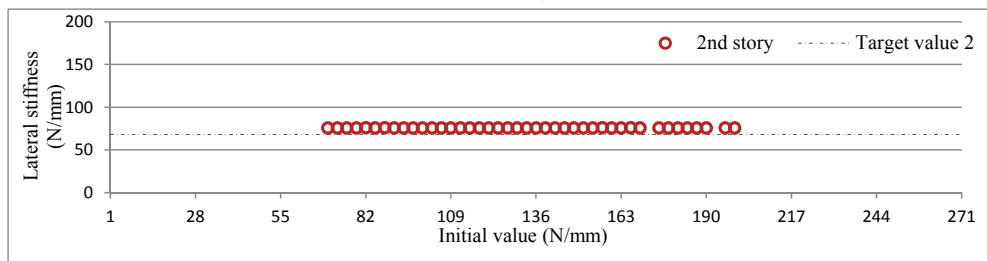
(a) 5層の逆解析結果



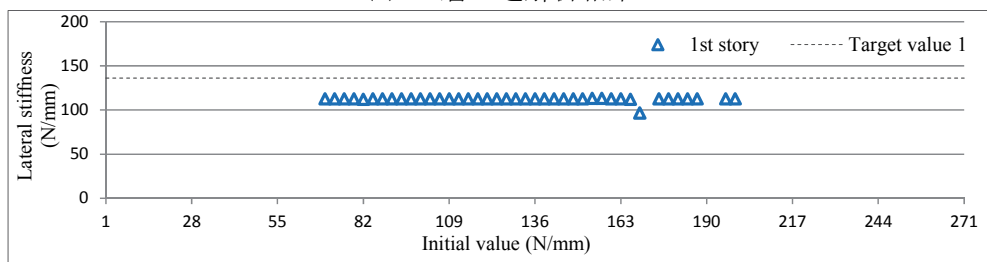
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果



(e) 1層の逆解析結果

2層と5層に50%の剛性低下を仮定した計算値による例

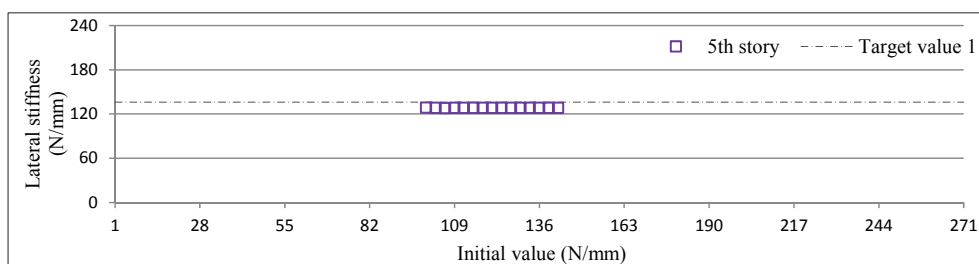
Fig.4.26 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析結果

4.5.3 観測量として実測値を用いた場合の逆解析

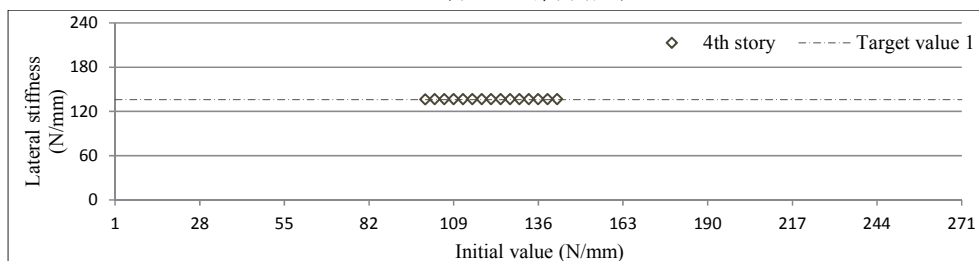
本論で提案する逆解析によるシステム同定手法の検討において、観測量の測定方法は極めて重要であり、本研究では実験モード解析手法の活用を提案している。前節では、3層フレームモデルの各層に25%の剛性低下を想定したモデルの実測値による逆解析結果を示し、実験モード解析と本逆解析手法を組み合わせたシステム同定が有効であることを示した。5層フレームモデルでは、各層にさらに大きな50%の剛性低下を想定したモデルを作成し、実験モード解析により固有振動数を実測しており、本項では、こうしたモデルに対して、観測量として実測値を用いた場合の局所前進差分による逆解析結果を示す。これにより、本逆解析手法の現実の問題への有用性を検証する。

各層に50%の剛性低下を想定したモデルのうち、1層に剛性低下を想定した場合の逆解析結果を Fig.4.27 に、2層に剛性低下を想定した場合の逆解析結果を Fig.4.28 に、さらに5層に剛性低下を想定した場合の逆解析結果を Fig.4.29 にそれぞれ示す。1層に剛性低下を想定したモデルでは、得られる収束解の数は少ないものの、一定の直線を形成している。しかし、2層および5層に剛性低下を想定したモデルの逆解析結果は、すべての初期値に対して繰り返し計算は発散し、収束解が得られていない。これらの結果から、5層フレームモデルに50%の大きな剛性低下を想定し、観測量に実測値を用いた場合には、得られる収束解は少なく、繰り返し計算は極めて不安定となり、非適切性のリスクは高いと言える。

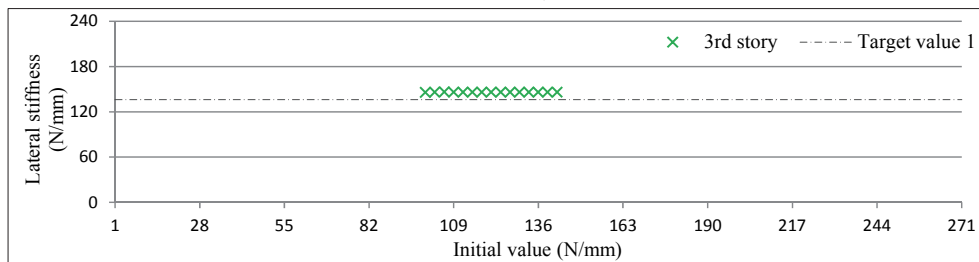
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



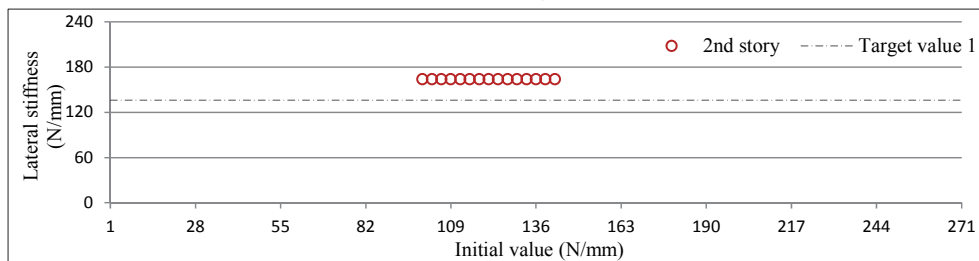
(a) 5層の逆解析結果



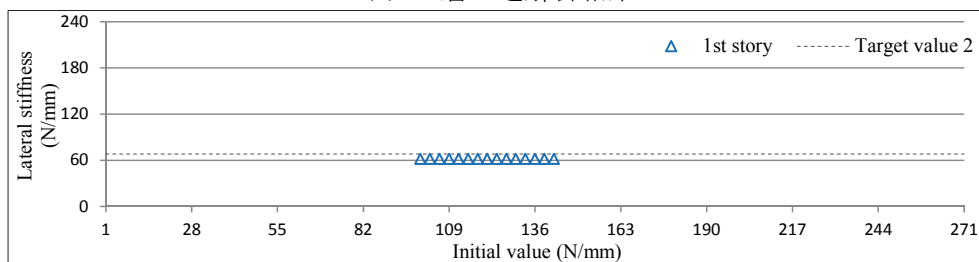
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

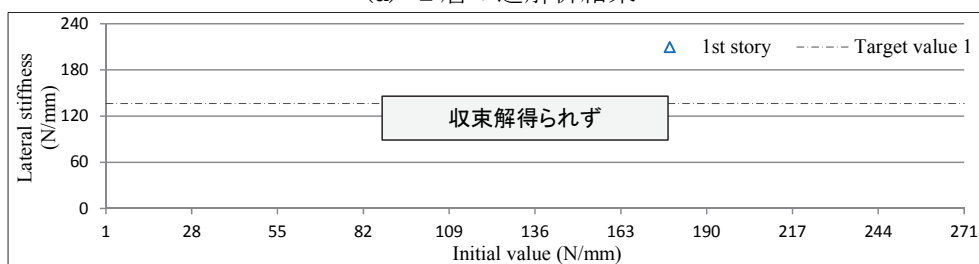
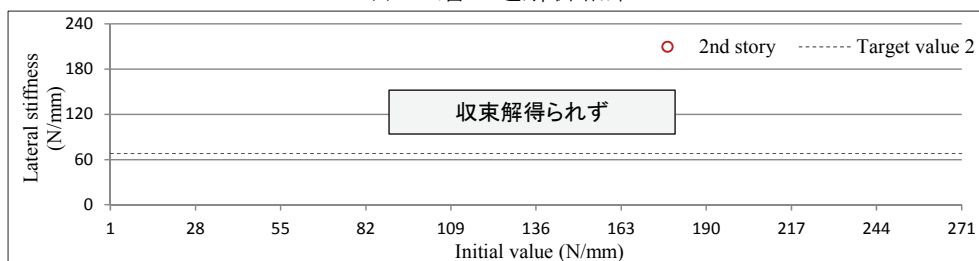
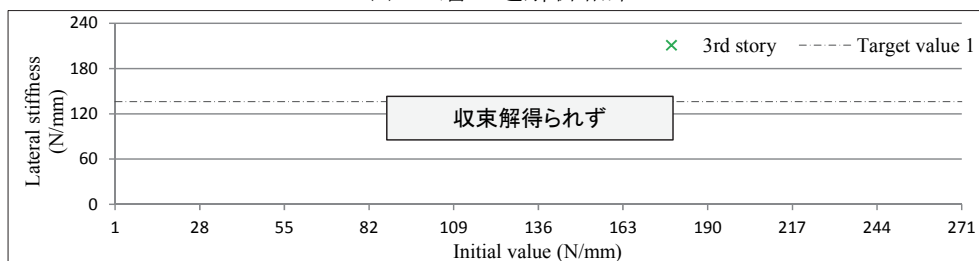
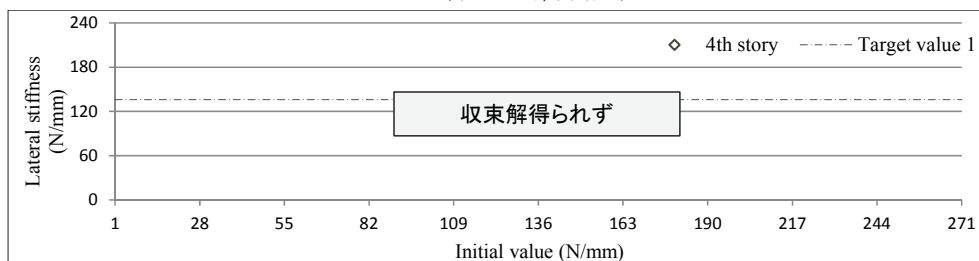
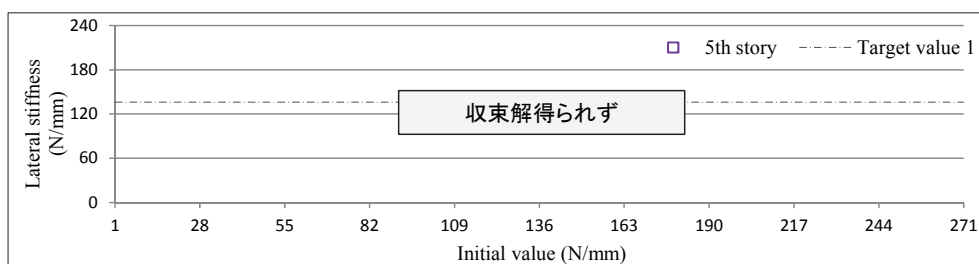


(e) 1層の逆解析結果

1層に50%の剛性低下を想定した実験値による例

Fig.4.27 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析結果

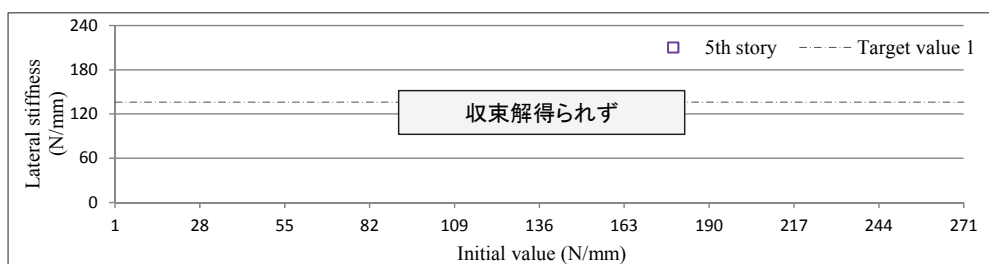
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



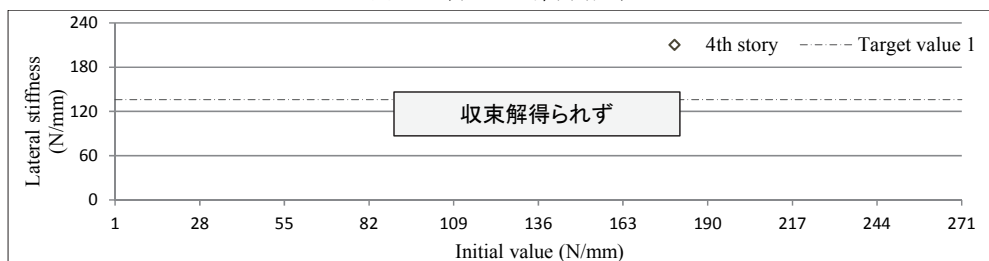
2層に50%の剛性低下を想定した実験値による例

Fig.4.28 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析結果

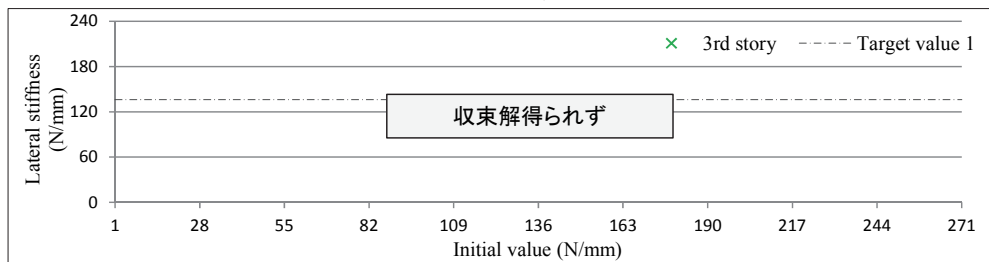
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



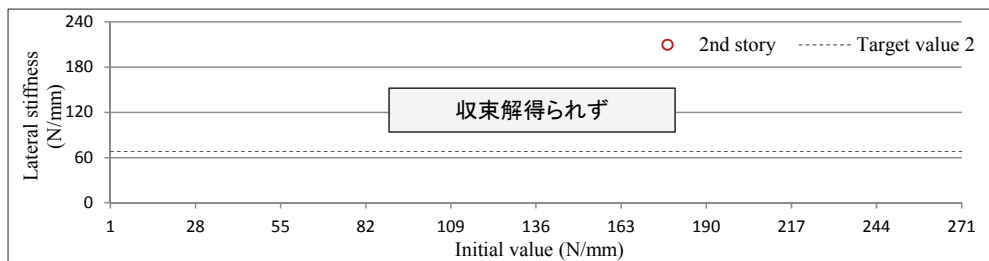
(a) 5層の逆解析結果



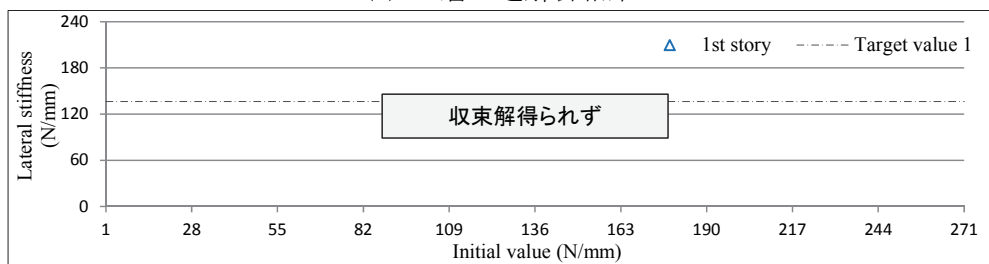
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果



(e) 1層の逆解析結果

5層に50%の剛性低下を想定した実験値による例

Fig.4.29 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析結果

4.5.4 計算ステップに伴う感度行列の推移

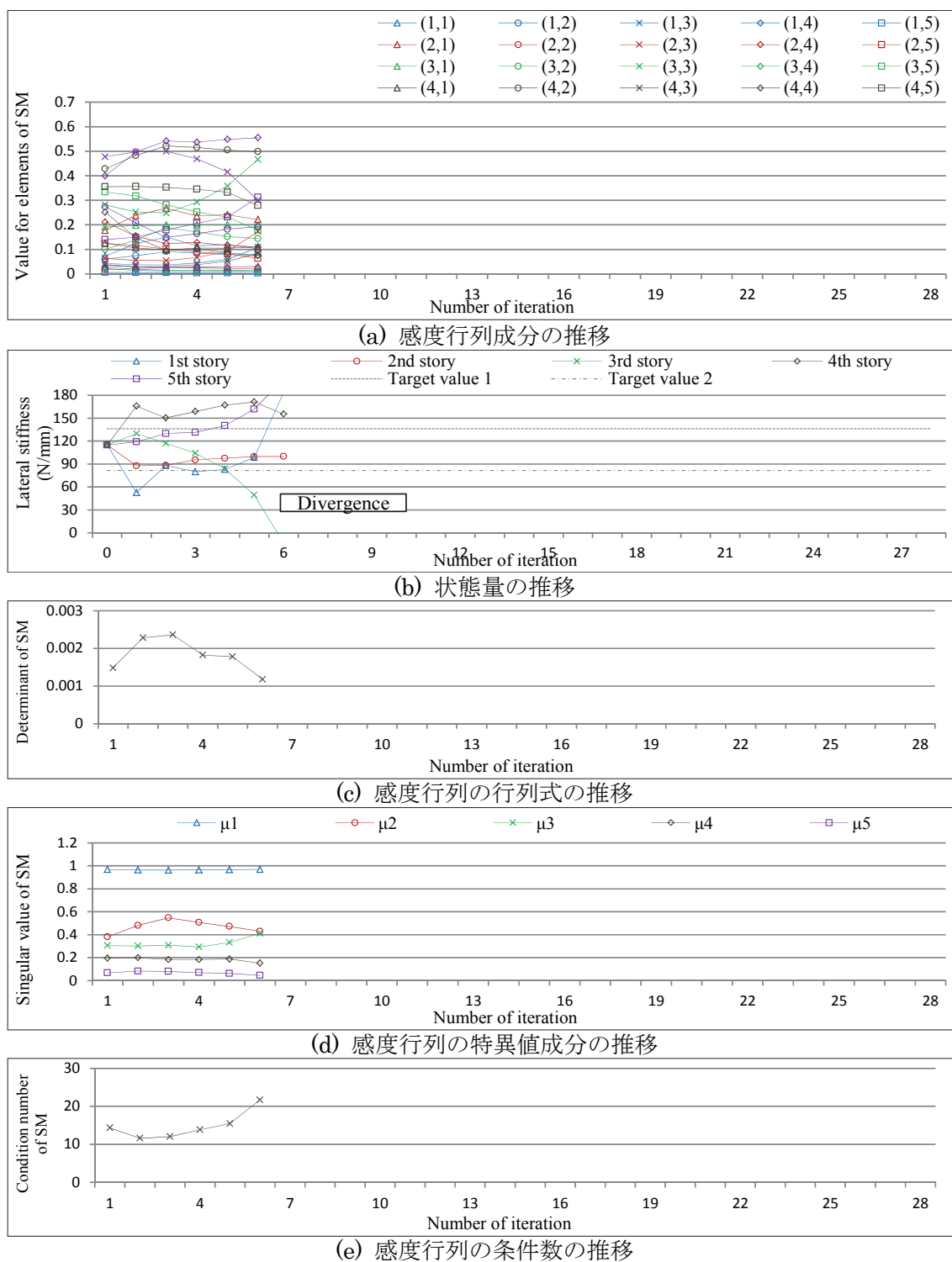
大きな剛性低下を仮定したモデルの逆解析では、目標値と異なる収束解が得られるなど、同定は困難であった。このときの初期値は、すべての層に同じ値を設定しており、前節までと同様に、こうした初期値の設定が繰り返し計算に適應していないと考えられる。本項においても、こうした原因を検討することを目的に、各モデルの逆解析における感度行列および各要素の推移に着目する。

(a) 複数層に剛性低下を仮定した場合の感度行列の推移

複数層に剛性低下を仮定した場合の、シミュレーション逆解析における各要素の推移として、Fig.4.30 に1層と2層に40%の剛性低下を仮定した場合の推移の例を、Fig.4.31 に2層と5層に同じく40%の剛性低下を仮定した場合の推移の例を示す。まず、Fig.4.30 に示す1層と2層に40%の剛性低下を仮定した場合の推移では、感度行列の各成分と行列式および特異値の各成分と条件数はいずれも一定の値を示すことなく、変動を繰り返していることが分かる。このため、フィルタ方程式により計算される状態量も変動することで、結果として発散しており、繰り返し計算をコントロールすることができていない。次に、Fig.4.31 に示す2層と5層に同じく40%の剛性低下を仮定した場合の推移では、計算ステップの初期を除けば、いずれの成分も一定の値で推移している。これらのことから、1層と2層に剛性低下を仮定した場合には、感度行列の計算が不安定であることが分かる。

次に、同定値の精度が劣ることになった、2層と5層に50%の剛性低下を仮定した場合の逆解析における各要素の推移を Fig.4.32 に示す。先に示した精度の高い同定が可能となった、2層と5層に40%の剛性低下を仮定した Fig.4.31 でも見られたように、感度行列の各成分の値は計算ステップの初期でのみ変化を示し、その後は一定の値となり、安定した繰り返し計算がなされている。ここで、感度行列の行列式、特異値および条件数の推移に着目すると、2層と5層に50%の剛性低下を仮定した場合には、同様の層に40%の剛性低下を仮定した場合と比較して、計算ステップの初期での変化量がいずれも大きいことが分かった。このときの状態量の推移では、各層の値は目標値と大きく異なる値へと移行しており、そのまま修正されることなく収束している。これらのことから、本逆解析に設定した初期値がモデルに適合しておらず、繰り返し計算の初期での変化が大きくなり、状態量を適切にコントロールできなかつたと推察される。

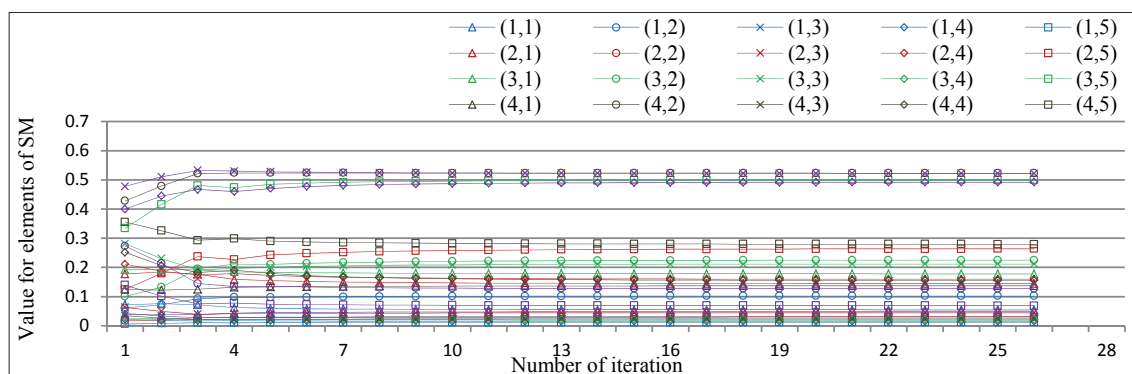
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



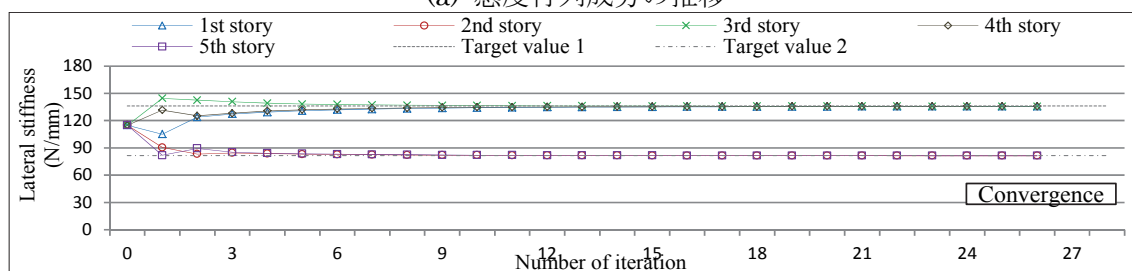
1層と2層に40%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を115.0N/mmと設定し発散した場合の例

Fig.4.30 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析の推移

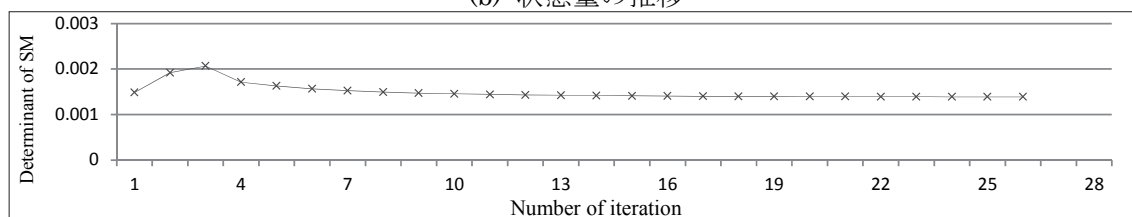
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



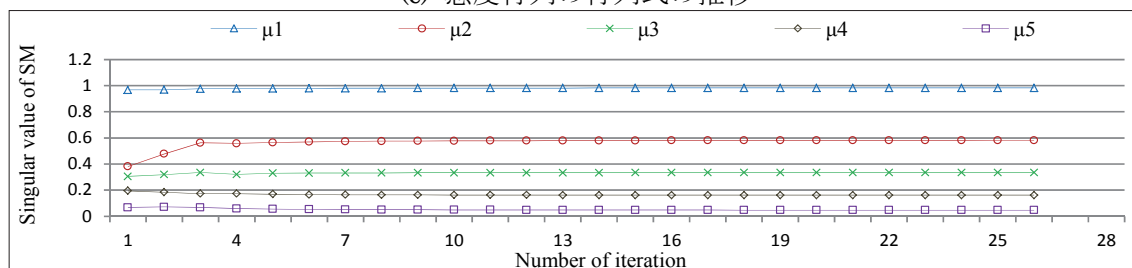
(a) 感度行列成分の推移



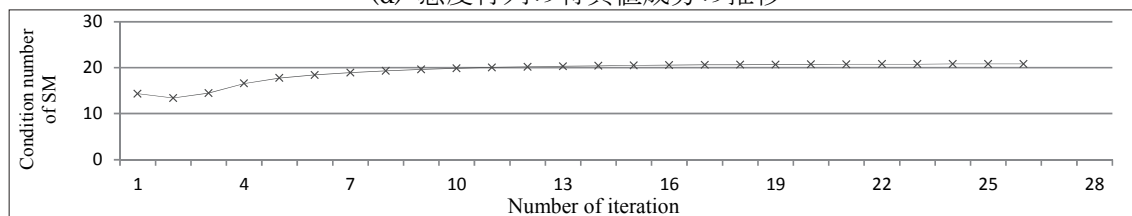
(b) 状態量の推移



(c) 感度行列の行列式の推移



(d) 感度行列の特異値成分の推移

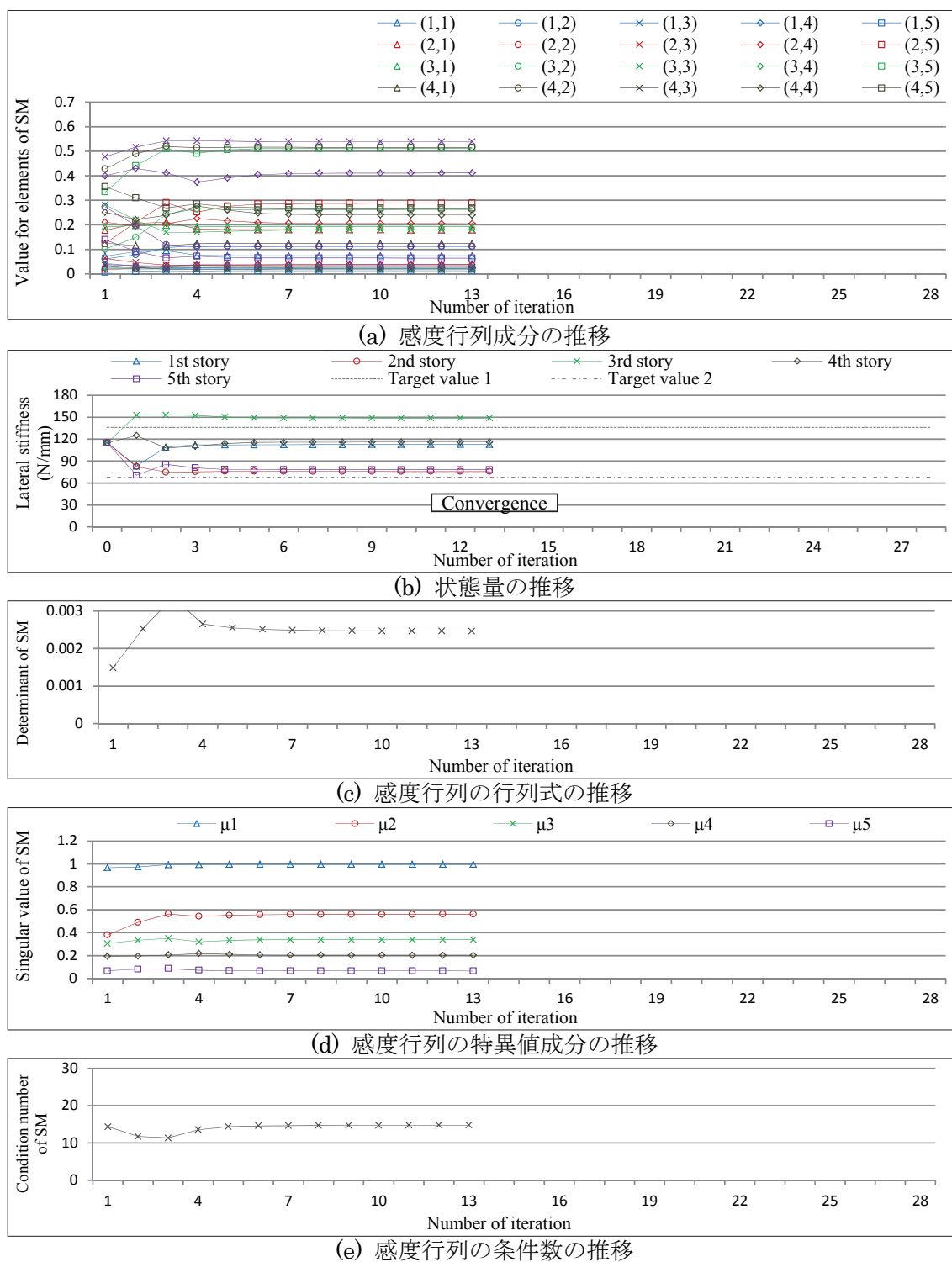


(e) 感度行列の条件数の推移

2層と5層に40%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を115.0N/mmと設定し収束した場合の例

Fig.4.31 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析の推移

第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



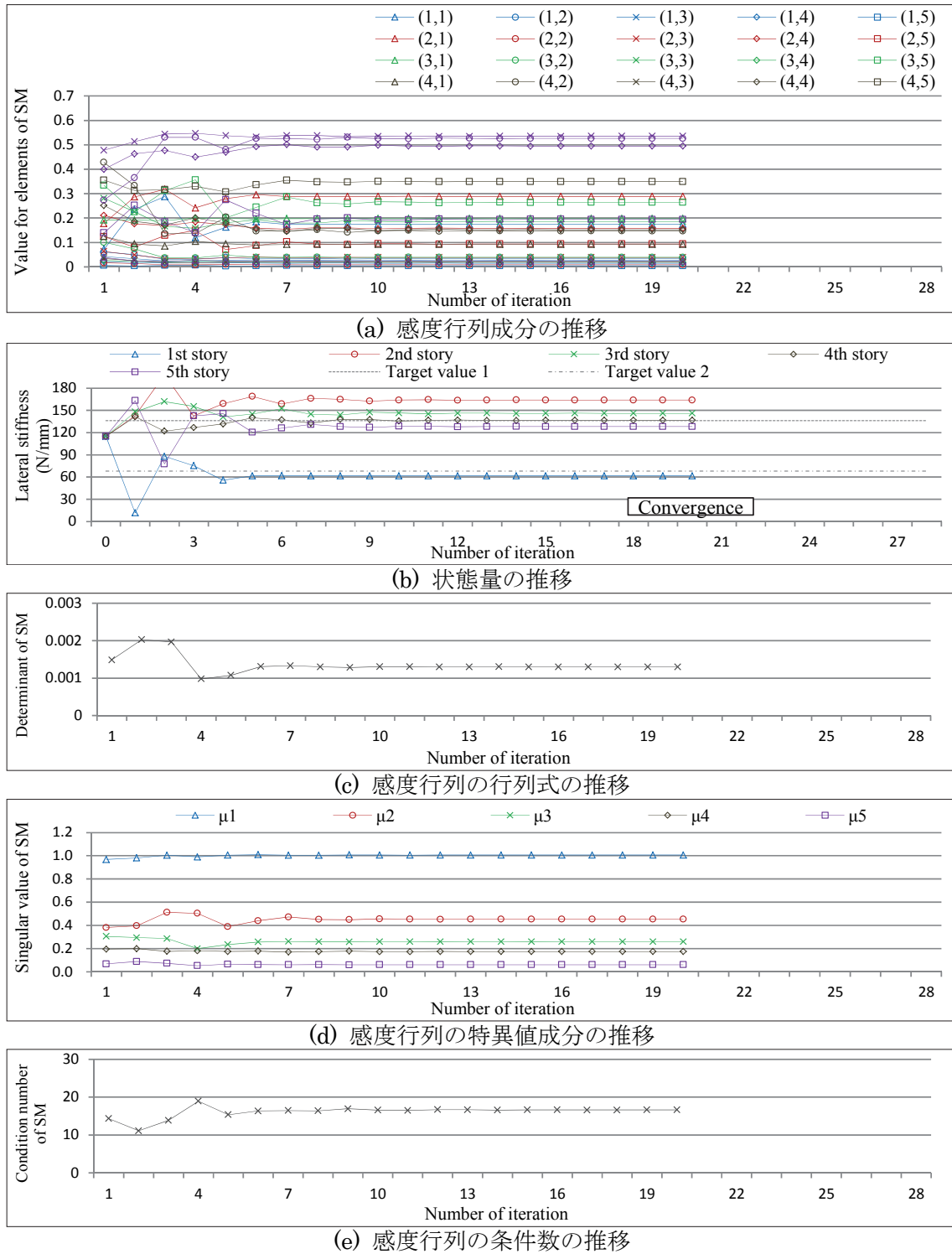
2層と5層に50%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を115.0N/mmと設定し異なる値に収束した場合の例

Fig.4.32 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析の推移

(b) 観測量に実測値を用いた場合の感度行列の推移

観測量として実測値を用いたときの逆解析における各要素の推移のうち、1層に50%の剛性低下を想定した場合の推移の例を Fig.4.33 に示し、2層に50%の剛性低下を想定した場合の推移を Fig.4.34 に示す。Fig.4.33 は、比較的多くの計算回数を要したものの、結果として感度行列の各成分は一定の値で推移し、収束解が得られた例である。この場合の感度行列の変化はこれまでのシミュレーション逆解析（例えば Fig.4.22）と比較して、特に計算ステップの初期で各要素に大きな変化が見られ、これに伴い状態量の変化も大きく、繰り返し計算は極めて不安定である。ここに示した例では、最終的に一定の値となり、特定の初期値に対してのみ結果が得られたケースである。Fig.4.34 は、繰り返し計算が発散した例である。感度行列の各成分に極めて激しい変化が見られ、この場合には、少ない計算回数ですべての層の値が一気に発散している。これらのことから、観測量に実測値を用いた射影フィルタによる逆解析では、観測誤差の考慮ができないことに加えて、正則化の項もないことから、感度行列の各成分の変化が初期ステップで極めて大きくなると、計算ステップの途中においても、それらの値は大小が逆転するなど、極めて不安定になると言える。ここで、感度行列の行列式、特異値の各成分および条件数の推移に着目する。いずれの要素においても、繰り返し計算の初期で大きな変化を示しており、繰り返し計算が不安定であることが分かる。最終的に収束解が得られた場合は、同じ値で安定した推移を示しているが、収束解が得られない場合は、各フィルタリングステップで各要素の値が変化している。

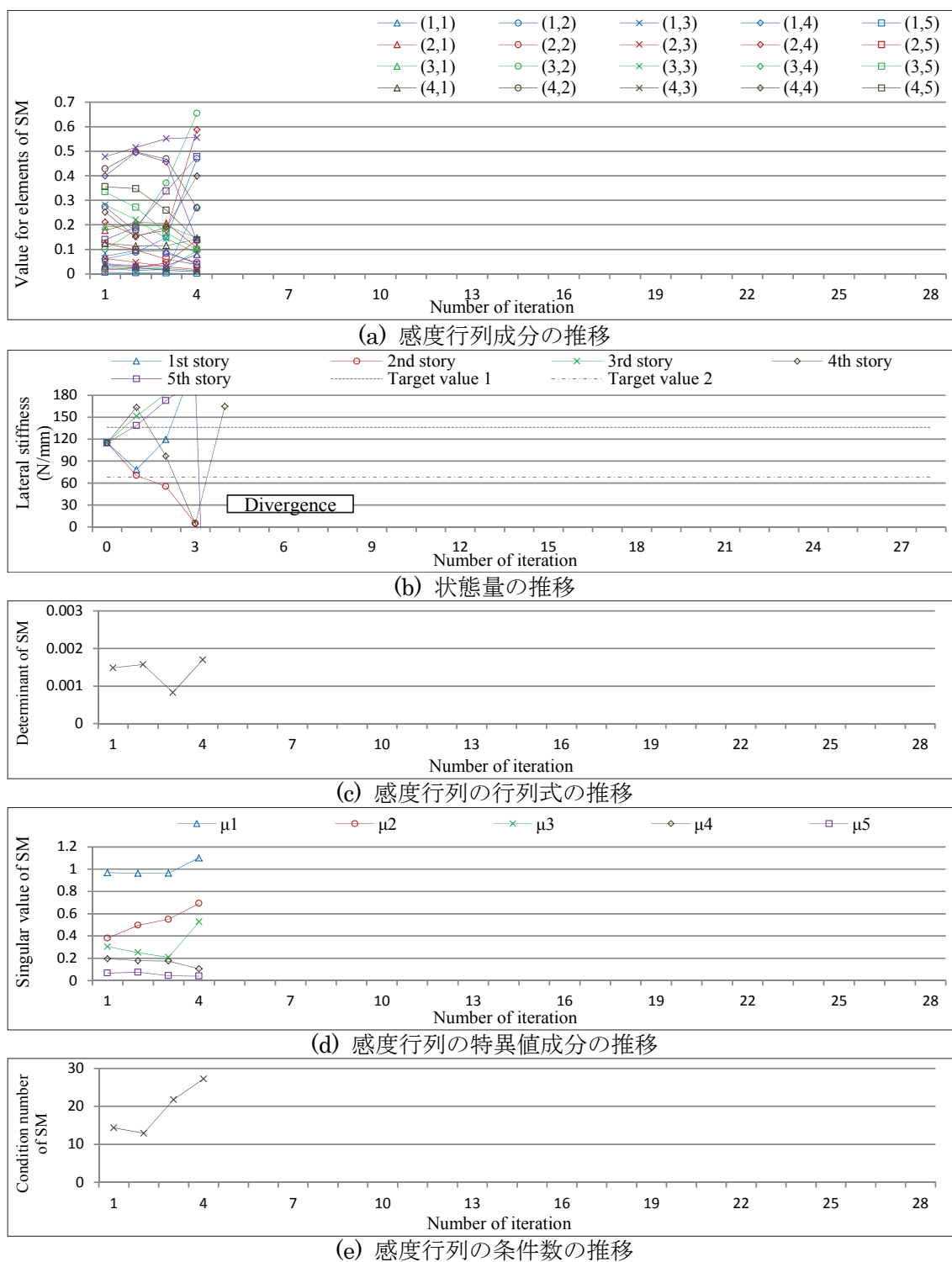
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



1層に50%の剛性低下を想定したモデルに対して
初期値を115.0N/mmと設定し収束した場合の例

Fig.4.33 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析の推移

第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



2層に50%の剛性低下を想定したモデルに対して
初期値を115.0N/mmと設定し発散した場合の例

Fig.4.34 局所前進差分法による感度行列を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析の推移

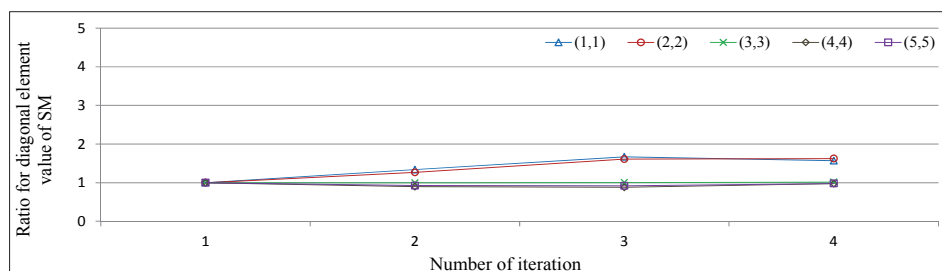
4.5.5 感度行列の推移と剛性低下の関係

ここまでの逆解析では、全ての層に対して同じ値の初期値を設定した場合の逆解析結果を示した。こうした初期値の設定に関して、正しい値が得られる場合とそうでない場合があることが分かった。これは前節で述べた通り、設定した初期値がモデルに適応していないものと考えられる。本項でも、3層フレームモデルと同様に、感度行列の特に対角成分の推移に着目することで、剛性低下を仮定する層および剛性低下の大きさが繰り返し計算に与える影響について検討する。

(a) 複数層に剛性低下を仮定した場合の感度行列の推移

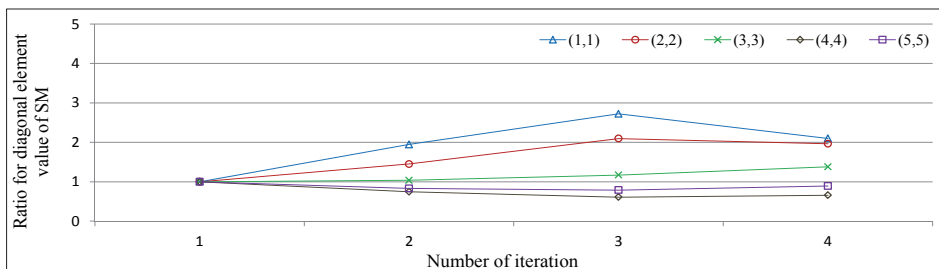
観測量に計算値を用いた場合の、逆解析における感度行列の対角成分と各値の推移を Fig.4.35 および Fig.4.36 に示す。ここで、Fig.4.35 は1層と2層に剛性低下を仮定した場合、Fig.4.36 は2層と5層に剛性低下を仮定した場合の対角成分の推移である。このときの値は、前節と同様に、すべての層の水平剛性が同じ値のモデルの逆解析における感度行列の同一の成分で除することで、基準化している。図において(a)は25%、(b)は40%、(c)は50%の剛性低下を仮定した場合の繰り返し計算における感度行列の対角成分の推移であり、(d)はそれぞれのモデルの行列式の推移である。また、(e)は25%、(f)は40%、(g)は50%の剛性低下を仮定した場合の特異値の各成分であり、(h)は条件数の推移である。

本逆解析では、感度行列の差分近似に局所前進差分法を採用しており、対角成分の推移は、例えば1行1列の成分の変化は1層の状態量の変化に対応している。Fig.4.35 において、剛性低下を仮定した1層および2層に対応する、1行1列および2行2列の要素の変化が相対的に大きく、この傾向は剛性低下を大きく仮定した場合の方がより顕著である。このときの行列式の推移においても、剛性低下を大きく仮定した方がより大きな変化となっている。さらに、Fig.4.36

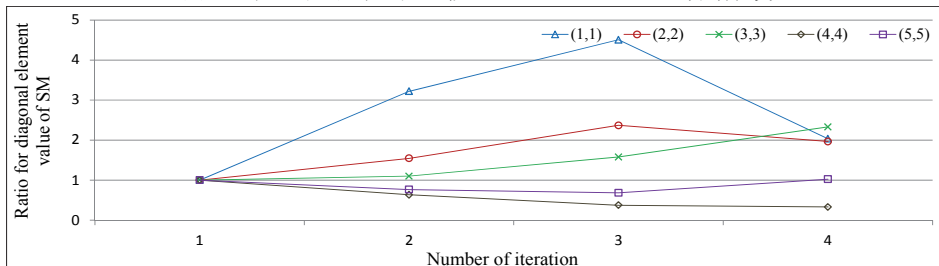


(a) 25%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分

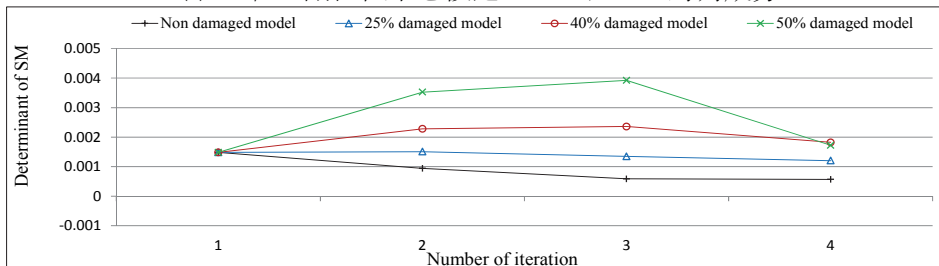
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



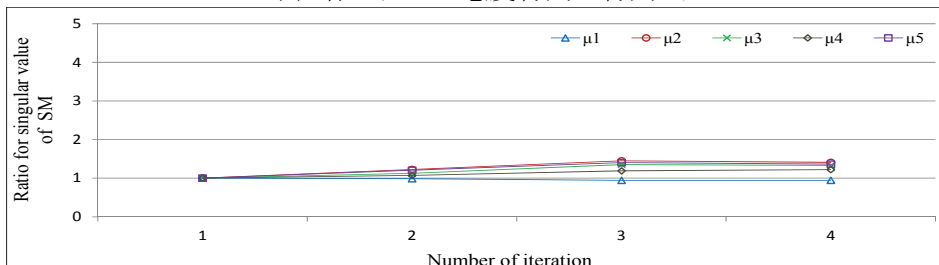
(b) 40%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分



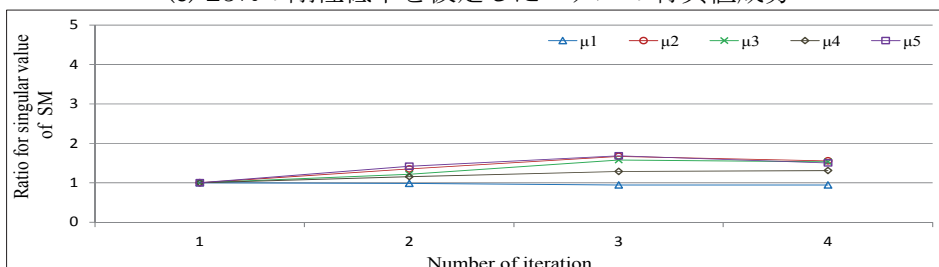
(c) 50%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分



(d) 各モデルの感度行列の行列式

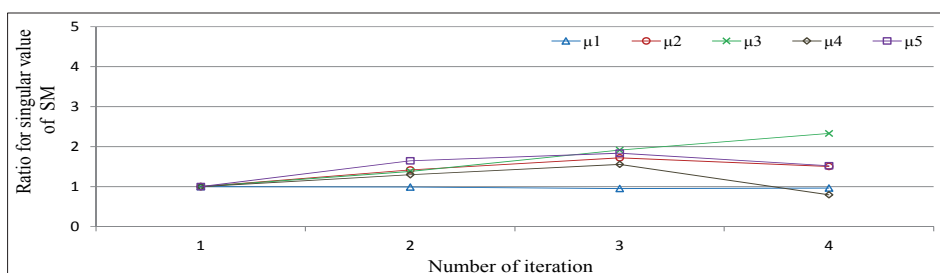


(e) 25%の剛性低下を仮定したモデルの特異値成分

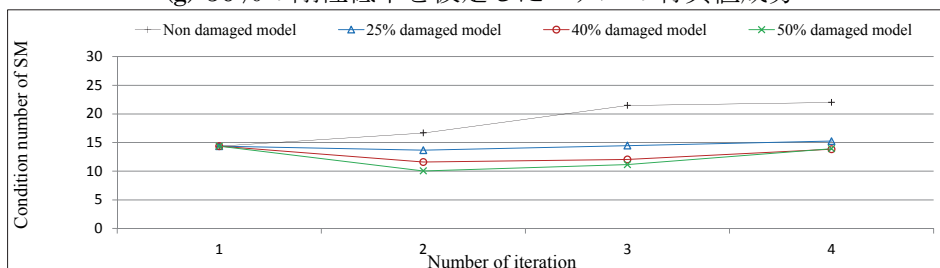


(f) 40%の剛性低下を仮定したモデルの特異値成分

第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



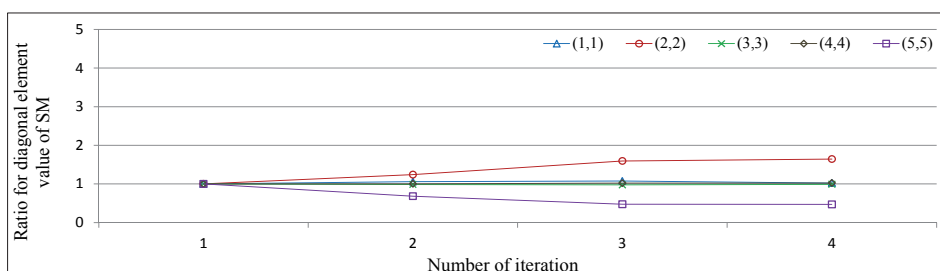
(g) 50%の剛性低下を仮定したモデルの特異値成分



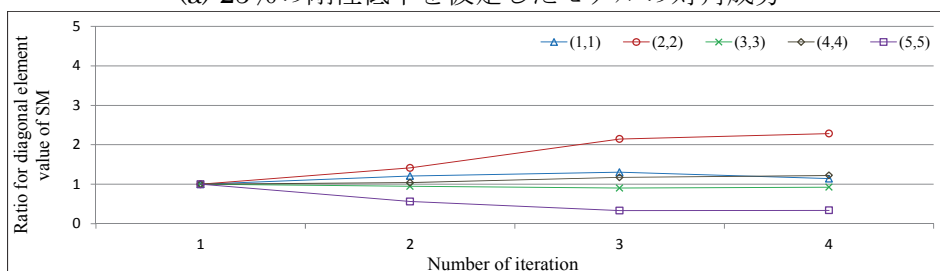
(h) 各モデルの感度行列の条件数

1層と2層に剛性低下を仮定したモデルの例 (初期値 115.0)

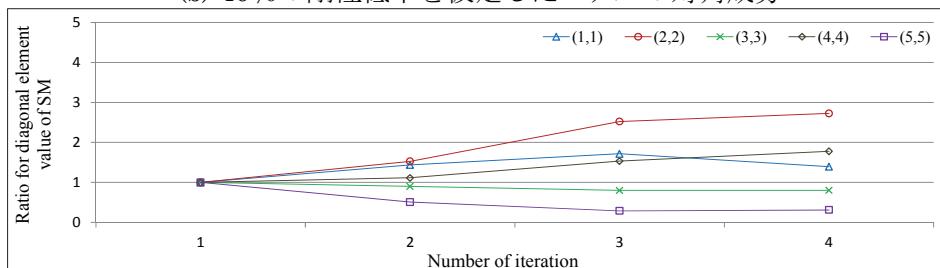
Fig.4.35 同じ初期値を設定し射影フィルタを用いた場合の5層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分と行列式および特異値と条件数の推移



(a) 25%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分

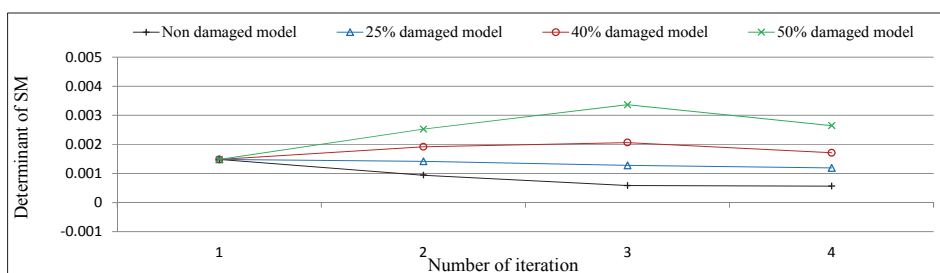


(b) 40%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分

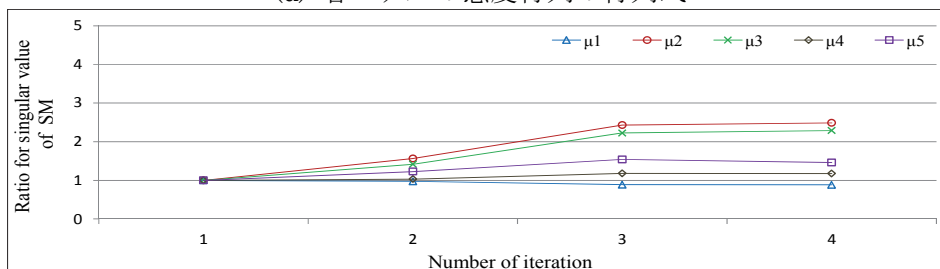


(c) 50%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分

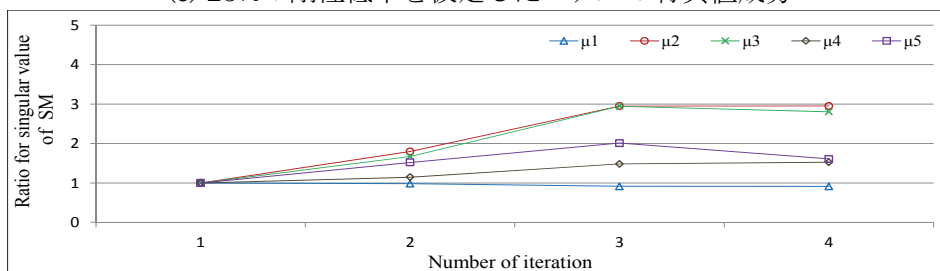
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



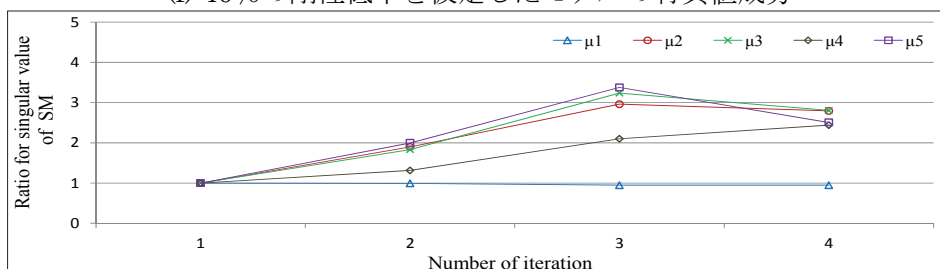
(d) 各モデルの感度行列の行列式



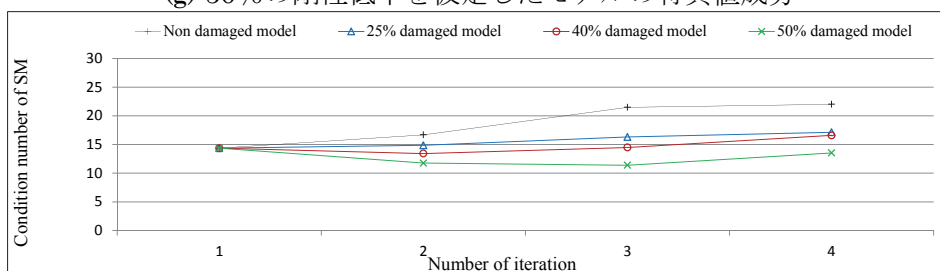
(e) 25%の剛性低下を仮定したモデルの特異値成分



(f) 40%の剛性低下を仮定したモデルの特異値成分



(g) 50%の剛性低下を仮定したモデルの特異値成分



(h) 各モデルの感度行列の条件数

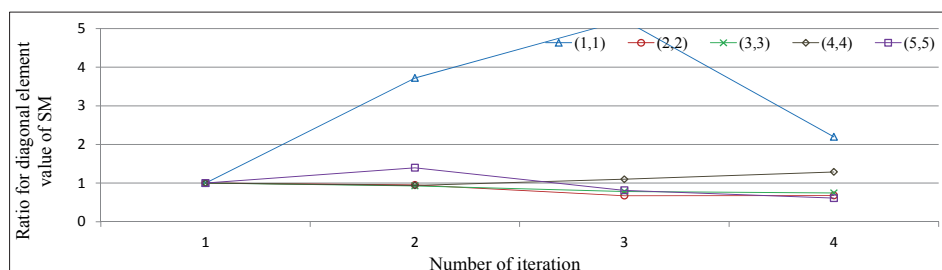
2層と5層に剛性低下を仮定したモデルの例（初期値 115.0）

Fig.4.36 同じ初期値を設定し射影フィルタを用いた場合の5層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分と行列式および特異値と条件数の推移

においても、剛性低下を仮定した2層および5層に対応する2行2列および5行5列の成分に大きな変化が見られ、このときの行列式の推移は剛性低下が大きいほど、大きな変化となっている。ここに示す対角成分の推移においても、3層フレームモデルの場合と同様に、剛性低下を仮定した層に対応する対角成分に大きな変化が見られることから、この層に設定した初期値が、感度行列の計算に適応していない可能性が考えられる。さらに、(e)、(f)および(g)に示す特異値成分の推移においても、大きな剛性低下を仮定した場合の方が大きな変化を示しており、条件数の推移においても同様の傾向が確認できる。これらにより、感度行列の行列式および条件数の推移に着目することで、設定した初期値の組み合わせの適応性が確認でき、さらに感度行列の対角成分の推移に着目することで、初期値の適合していない層を検討できることが分かる。

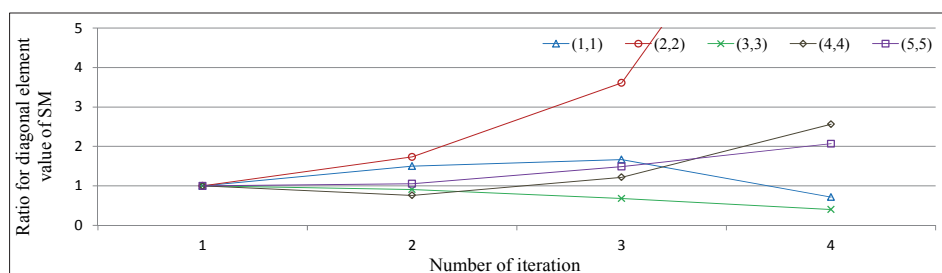
(b) 観測量に実測値を用いた場合の感度行列の推移

次に、観測量に実測値を用いた場合の繰り返し計算の初期における感度行列の対角成分と各値の推移を Fig.4.37 に示す。図において(a)~(d)は、1層、2層、3層および5層に50%の剛性低下を想定した場合の感度行列の対角成分の推移、(e)はそれぞれのモデルにおける感度行列の行列式の推移、(f)は条件数の推移である。ここに示す例でも、剛性低下を仮定した層に対応する対角成分に大きな変化が見られ、先の例と同様に、これらの層に設定した初期値が、感度行列の計算に適応していない可能性が考えられる。5層フレームモデルの対角成分の推移では、特に2層に剛性低下を仮定した場合に大きな変化が見られ、このときの感度行列の行列式および条件数の推移においても2層に剛性低下を仮定した場合に大きな変化が見られることから、2層に剛性低下を仮定すると、繰り返し計算が困難となることが推察される。

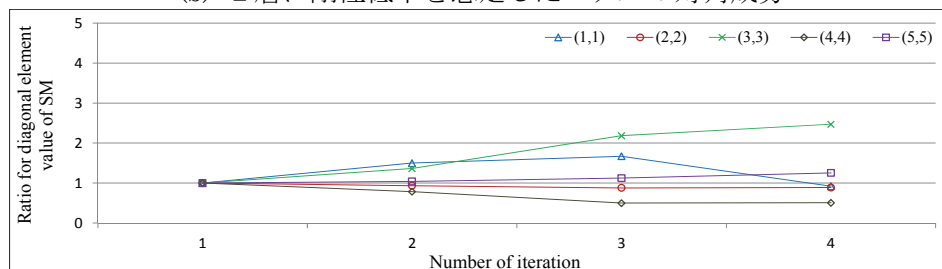


(a) 1層に剛性低下を想定したモデルの対角成分

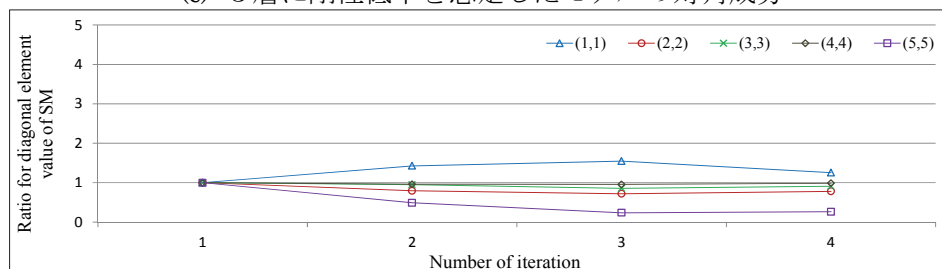
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



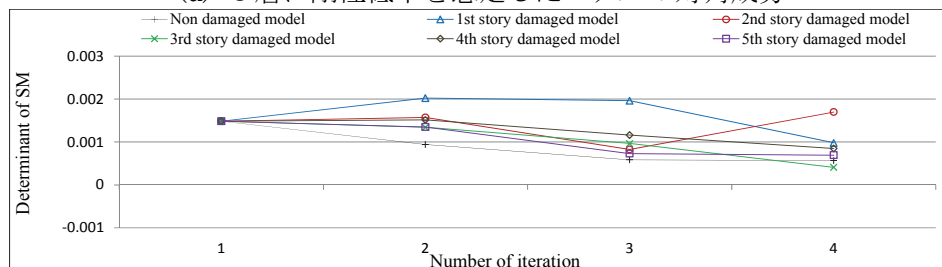
(b) 2層に剛性低下を想定したモデルの対角成分



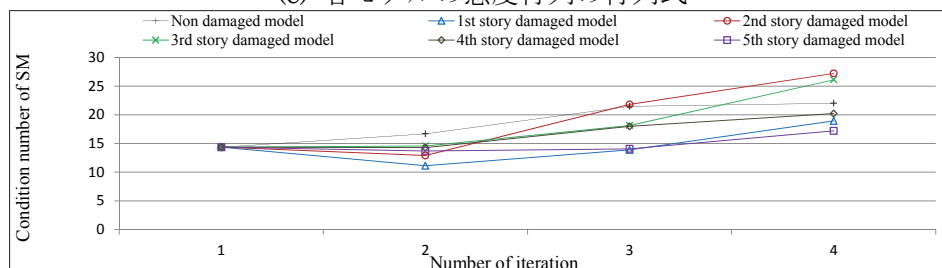
(c) 3層に剛性低下を想定したモデルの対角成分



(d) 5層に剛性低下を想定したモデルの対角成分



(e) 各モデルの感度行列の行列式



(e) 各モデルの感度行列の条件数

各層に 50%の剛性低下を想定したモデルの例 (初期値 115.0)

Fig.4.37 同じ初期値を設定し射影フィルタを用いた場合の5層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分と行列式および条件数の推移

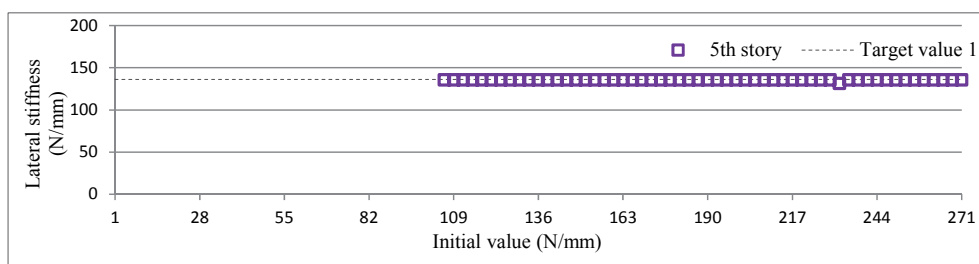
4.5.6 初期値の設定方法の提案と逆解析結果

繰り返し計算の安定性および解の精度の向上を目的に、3層フレームモデルの例と同様に、前項までに述べた検討に基づき、初期値の設定方法に関する新たな手法の有効性を検討する。

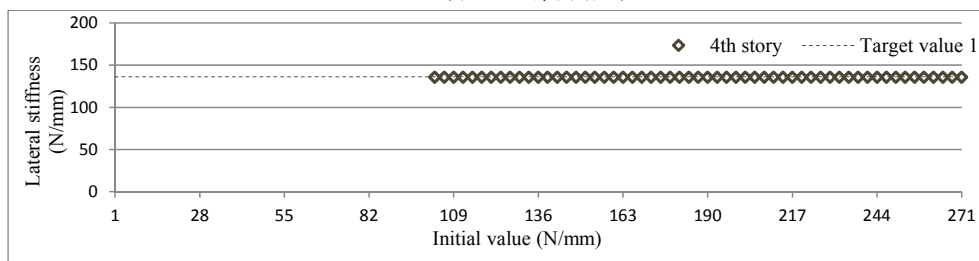
(a) 複数層に剛性低下を仮定した場合の逆解析結果

シミュレーション逆解析において、1層と2層に対応する感度行列の対角成分の変化が大きくなった結果に基づいて、1層と2層に設定する初期値を他の層の半分の値としたときの逆解析結果を Fig.4.38 および Fig.4.39 に示す。ここに Fig.4.38 は1層と2層に40%の剛性低下、Fig.4.39 は同じく1層と2層に50%の剛性低下を仮定した場合の逆解析結果である。いずれも全ての層に同じ初期値を設定した場合には、収束解を得ることができなかったモデルにも関わらず、本逆解析結果では、いずれのモデルにおいても複数の精度の高い収束解が得られ、同定が可能となっている。同様に、同定の精度が劣る結果となった2層と5層に50%の剛性低下を仮定したモデルにおいて、2層と5層に設定する初期値を他の層の半分の値としたときの逆解析結果を Fig.4.40 に示す。本逆解析結果においても、多くの精度の高い収束解が得られており、同定が可能となっている。これらの結果から、感度行列の対角成分の推移に着目し、計算ステップでの変化が大きい層に対して設定する初期値を調整することで、シミュレーション逆解析結果に明らかな改善が確認できる。なお、設定する初期値を他の層の半分の値としたことは、工学的判断であり、こうした初期値が最適値である保証は存在しない。

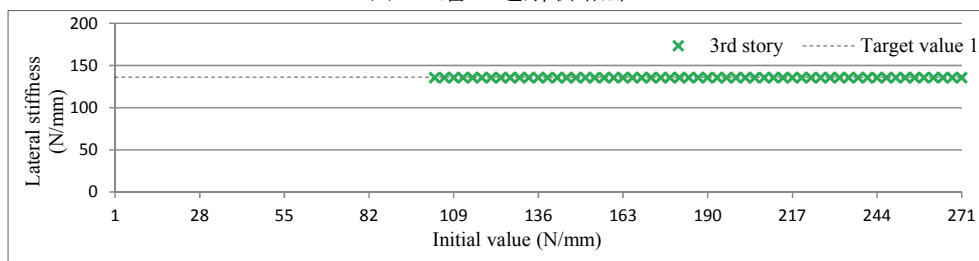
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



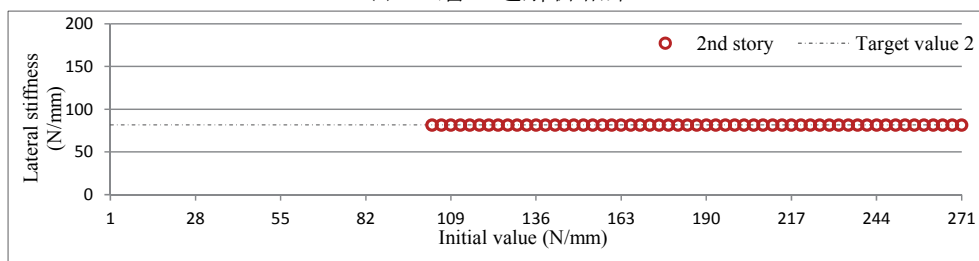
(a) 5層の逆解析結果



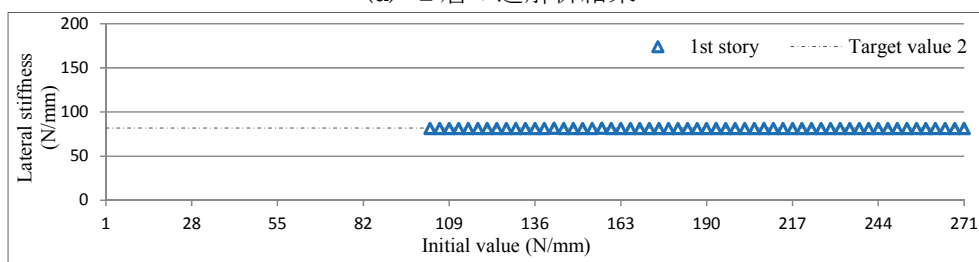
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

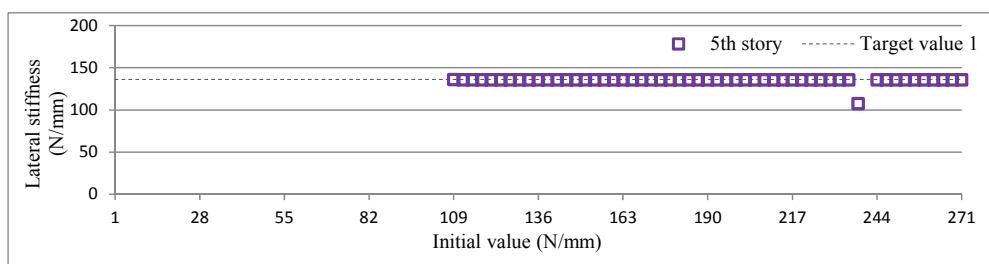


(e) 1層の逆解析結果

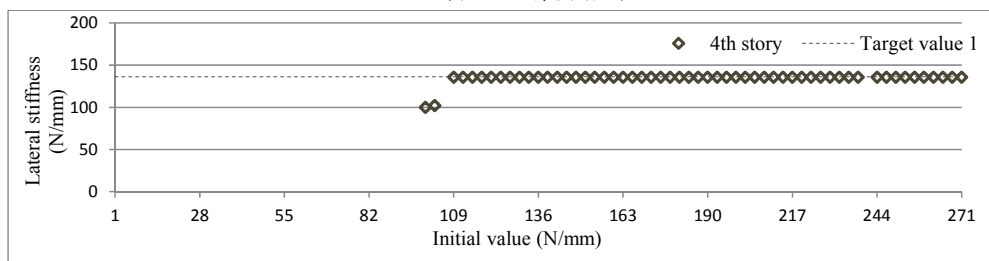
1層と2層に40%の剛性低下を仮定した計算値による例（1,2層に50%の初期値）

Fig.4.38 初期値の組合せを調整した射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析結果

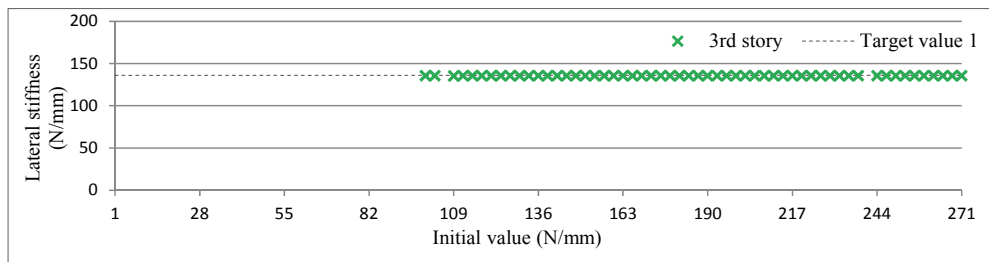
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



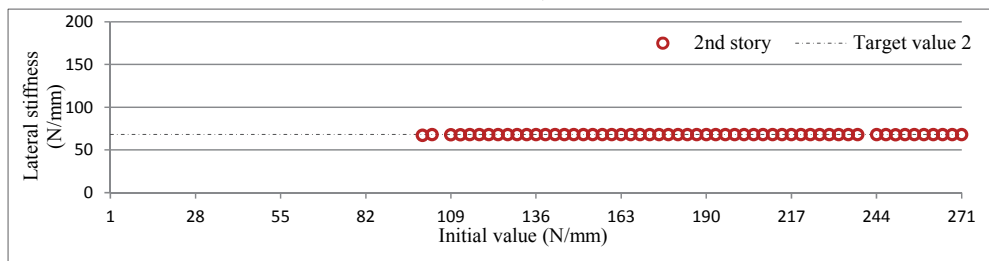
(a) 5層の逆解析結果



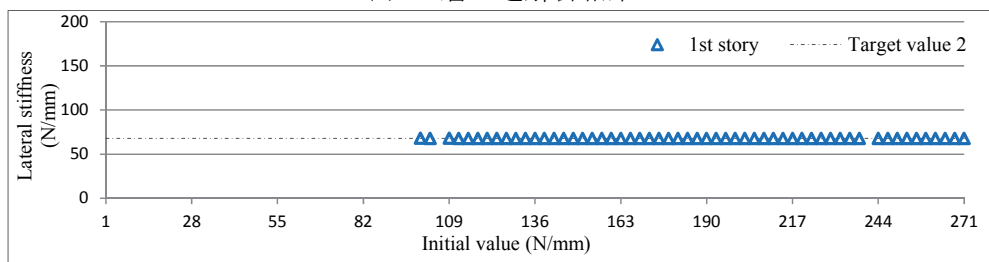
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

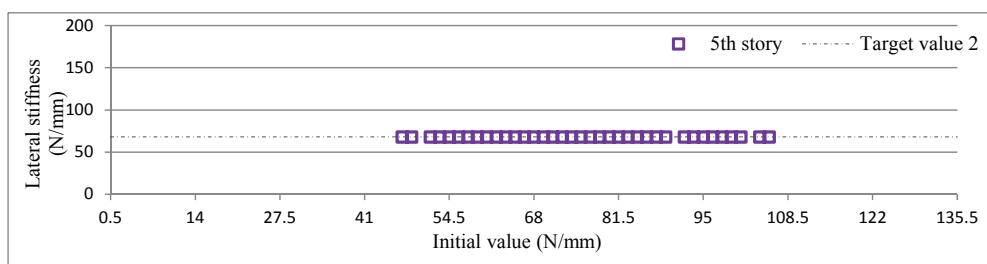


(e) 1層の逆解析結果

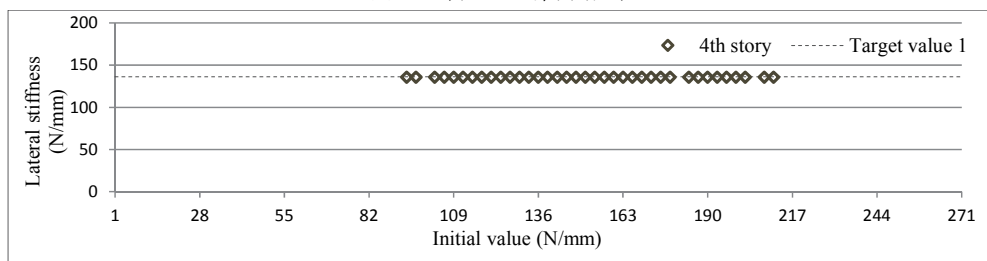
1層と2層に50%の剛性低下を仮定した計算値による例（1,2層に50%の初期値）

Fig.4.39 初期値の組合せを調整した射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析結果

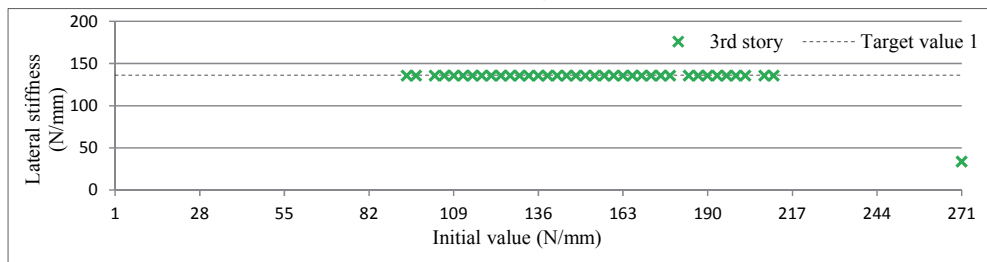
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



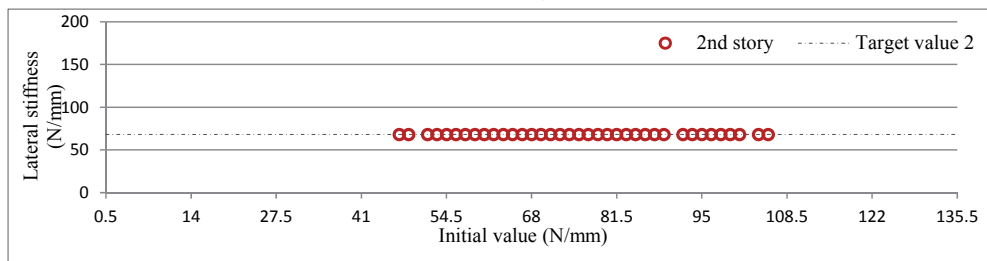
(a) 5層の逆解析結果



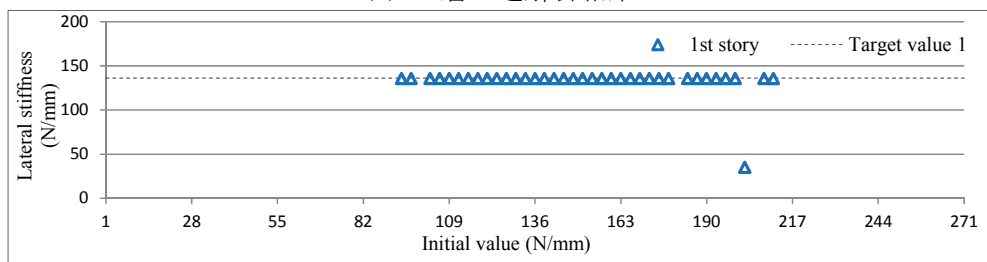
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果



(e) 1層の逆解析結果

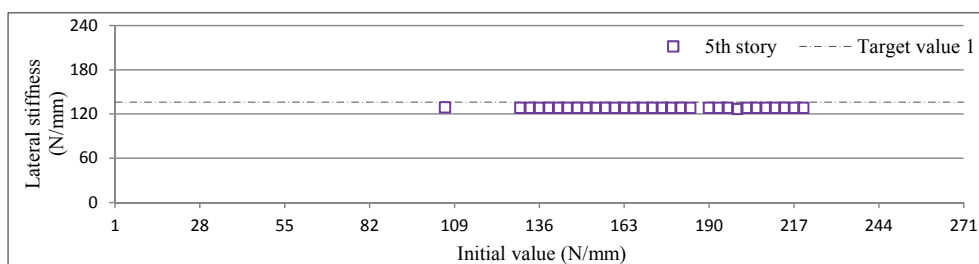
2層と5層に50%の剛性低下を仮定した計算値による例（2,5層に50%の初期値）

Fig.4.40 初期値の組合せを調整した射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析結果

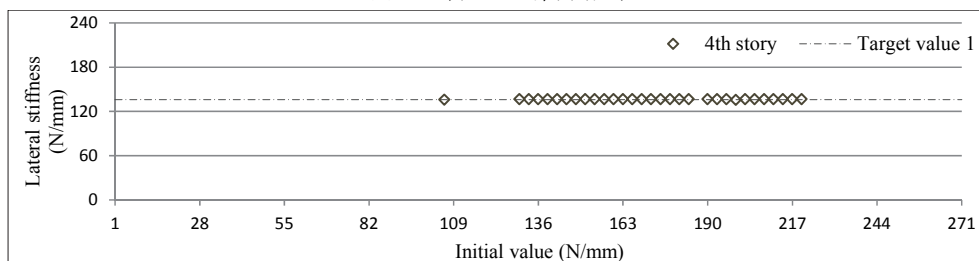
(b) 観測量に実測値を用いた場合の逆解析結果

次に、実測値を用いた逆解析において、剛性低下を想定した層に対応する感度行列の対角成分の変化が大きくなった結果に基づいて、この層に設定する初期値を他の層の半分の値とした場合の逆解析結果を Fig.4.41 および Fig.4.42 に示す。Fig.4.41 に示す 1 層に 50% の剛性低下を想定したモデルでは、得られる収束解の数が増え、逆解析に改善が見られる。これに対して、Fig.4.42 に示す 2 層に 50% の剛性低下を想定したモデルでは、すべての初期値に対して繰り返し計算は発散しており、改善が見られない。これは、先にも述べた通り射影フィルタには観測雑音を考慮する項が含まれておらず、実測した観測量には、観測雑音が含まれており、また固有値解析より得られる値との差もあるためと考えられる。通常、正則化は観測雑音誤差共分散に対して行われるため、正則化も図られていない。実測値を用いた逆解析において、誤差の項を含まない射影フィルタを用いた逆解析による同定は困難であると言わざるを得ず、次章で述べるパラメトリック射影フィルタに検討を託すことにする。

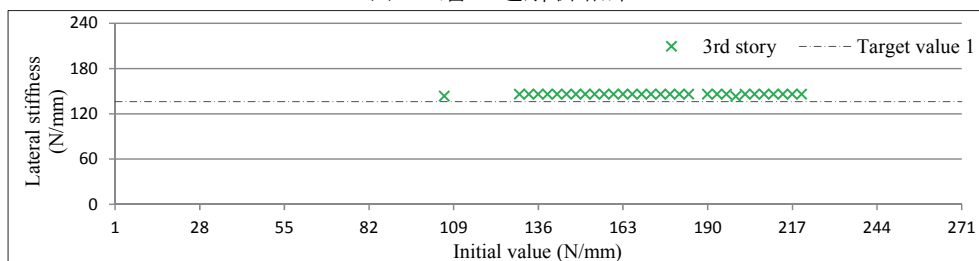
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



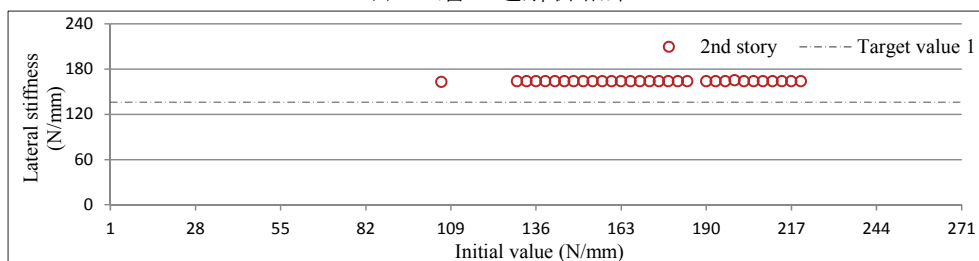
(a) 5層の逆解析結果



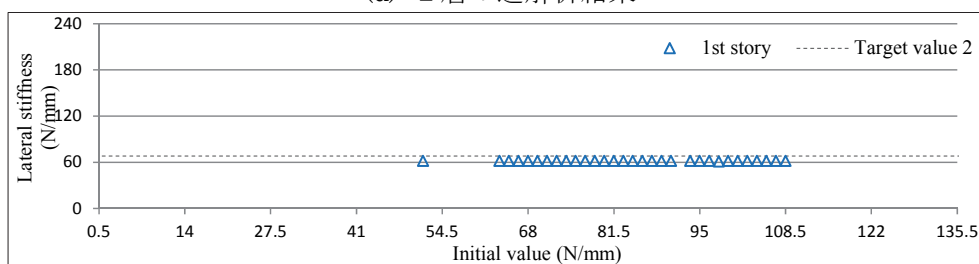
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

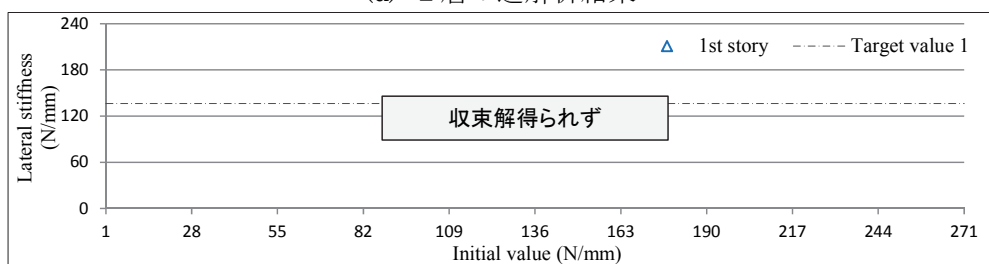
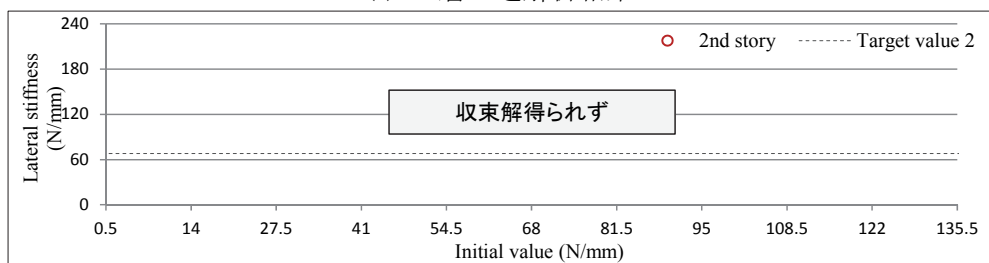
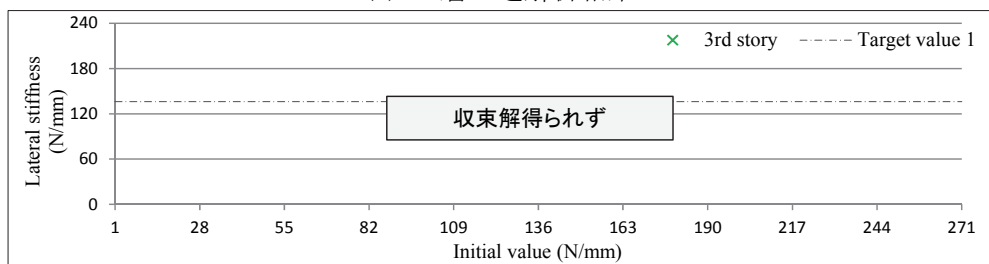
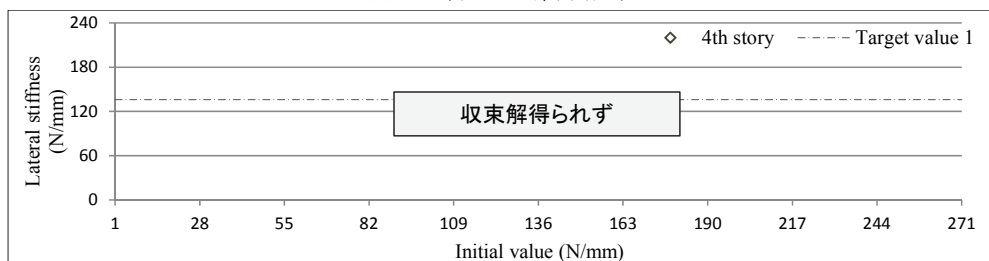
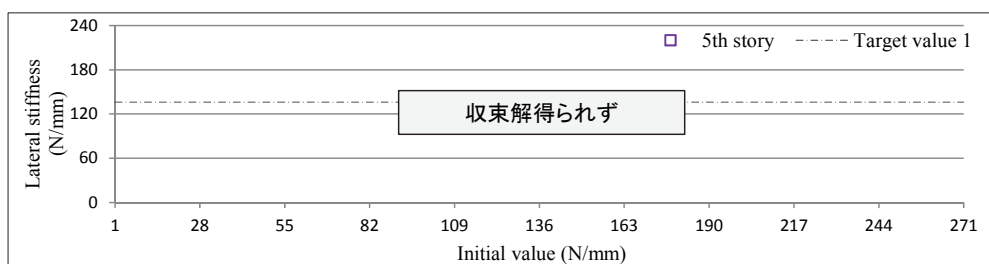


(e) 1層の逆解析結果

1層に50%の剛性低下を想定した実験値による例（1層に50%の初期値）

Fig.4.41 初期値の組合せを調整した射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析結果

第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析

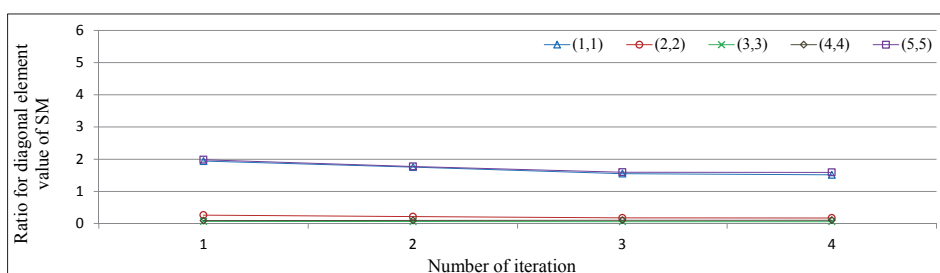


2層に50%の剛性低下を想定した実験値による例（2層に50%の初期値）

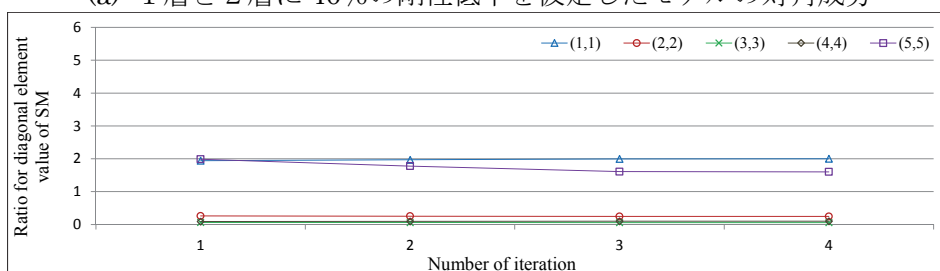
Fig.4.42 初期値の組合せを調整した射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析結果

4.5.7 初期値の設定方法を調整したときの感度行列の推移

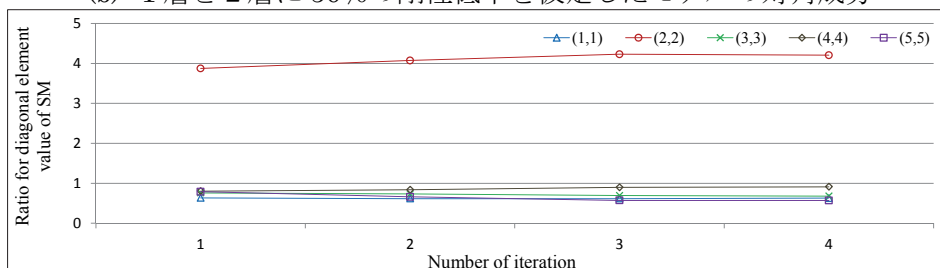
本項では、初期値の設定方法を調整することで、同定が可能となったモデルの感度行列の推移を示し、改善が図られていることを確認する。前項で示した、それぞれの逆解析における感度行列の対角成分と行列式および条件数の推移を Fig.4.43 および Fig.4.44 に示す。Fig.4.43 は計算値による逆解析のうち、(a)は1層と2層に40%の剛性低下を仮定したモデル、(b)は1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデル、(c)は2層と5層に50%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析において、剛性低下のある層に設定する初期値を他の層の半分とした場合の、基準化された対角成分の推移であり、(d)はそれぞれのモデルの感度行列の行列式、(e)は感度行列の条件数の推移である。対角成分の推移では、初期値の設定方法を調整したことで、いずれの要素にも大きな変化は見られず穏やかな推移となり、行列式の推移においても同様の改善が見られる。これらにより、初期値の設定方法を調整することで、感度行列の計算が安定し、精度の高い同定が可能となったことが分かる。



(a) 1層と2層に40%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分

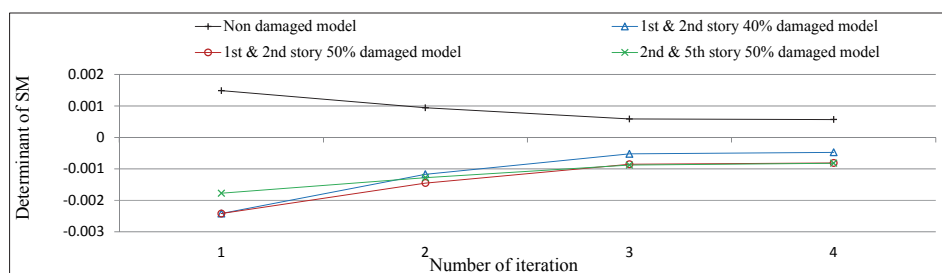


(b) 1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分

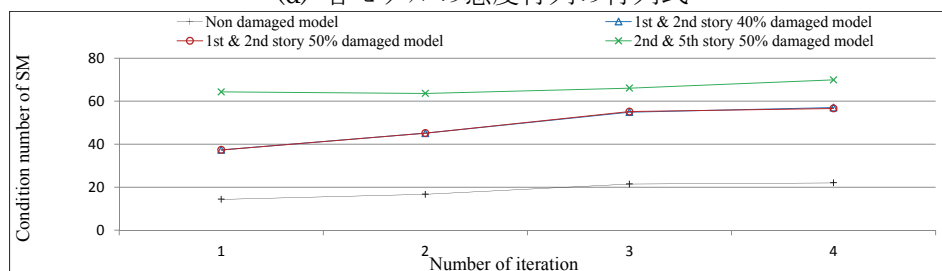


(c) 2層と5層に50%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分

第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



(d) 各モデルの感度行列の行列式

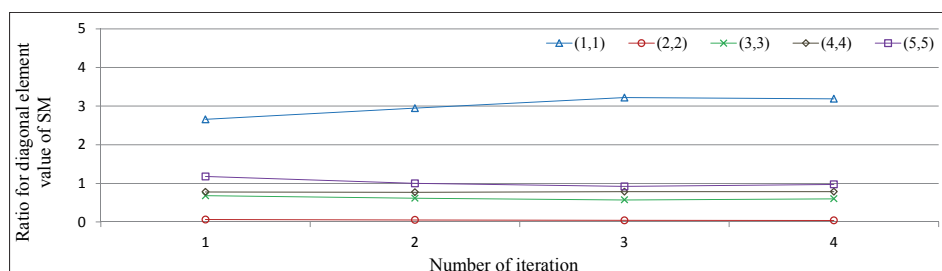


(e) 各モデルの感度行列の条件数

複数層に剛性低下を仮定したモデルの例 (初期値 115.0-57.5)

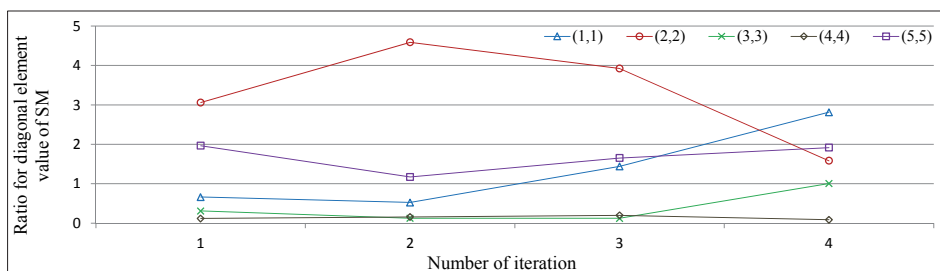
Fig.4.43 初期値の設定方法を調整したときの射影フィルタを用いた場合の5層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分と行列式および条件数の推移

これに対して、Fig.4.44 は実測値による逆解析における各要素の推移である。(b)に示す2層に剛性低下を想定したモデルの対角成分の推移では、依然として大きな変化が見られることから、改善が図られていない。さらに、5層に剛性低下を想定したモデルでは、繰り返し計算が2回目で終了しているように、ほとんどの初期値に対して繰り返し計算が開始されず、逆解析は極めて不安定であった。このときの特異値の条件数の推移では、2層および5層に剛性低下を想定したモデルにおいて極めて大きな変化を示しており、繰り返し計算が困難であることが分かる。これらの結果からも、観測雑音を考慮する項や正則化の項が含まれない射影フィルタの非適切性がより顕著に確認できる。

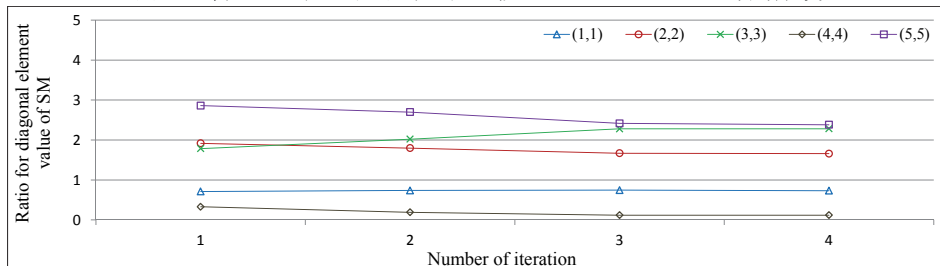


(a) 1層に50%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分

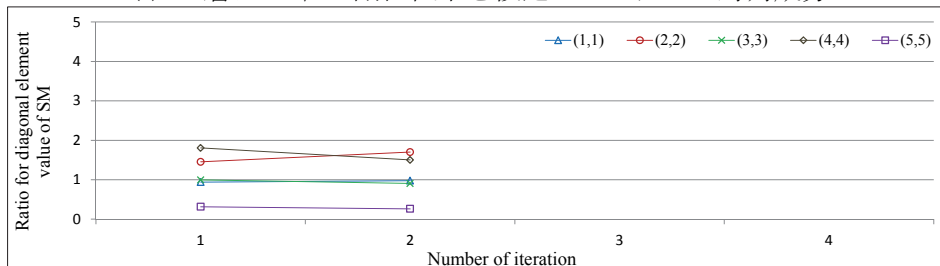
第4章 射影フィルタによるフレーム構造物の逆解析



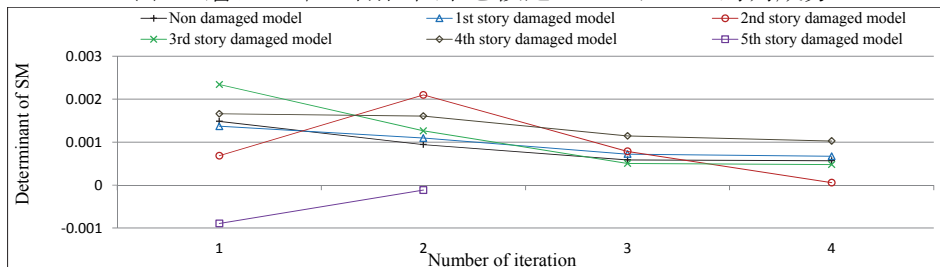
(b) 2層に50%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分



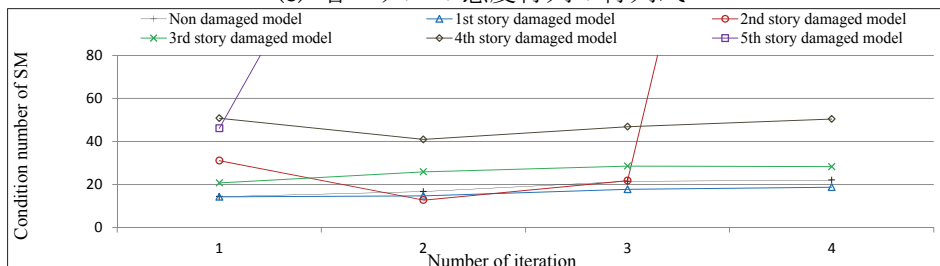
(c) 3層に50%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分



(d) 5層に50%の剛性低下を仮定したモデルの対角成分



(e) 各モデルの感度行列の行列式



(f) 各モデルの感度行列の条件数

各層に剛性低下を仮定したモデルの例 (初期値 115-57.5)

Fig.4.44 初期値の設定方法を調整したときの射影フィルタを用いた場合の5層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分と行列式および条件数の推移

4.6 まとめ

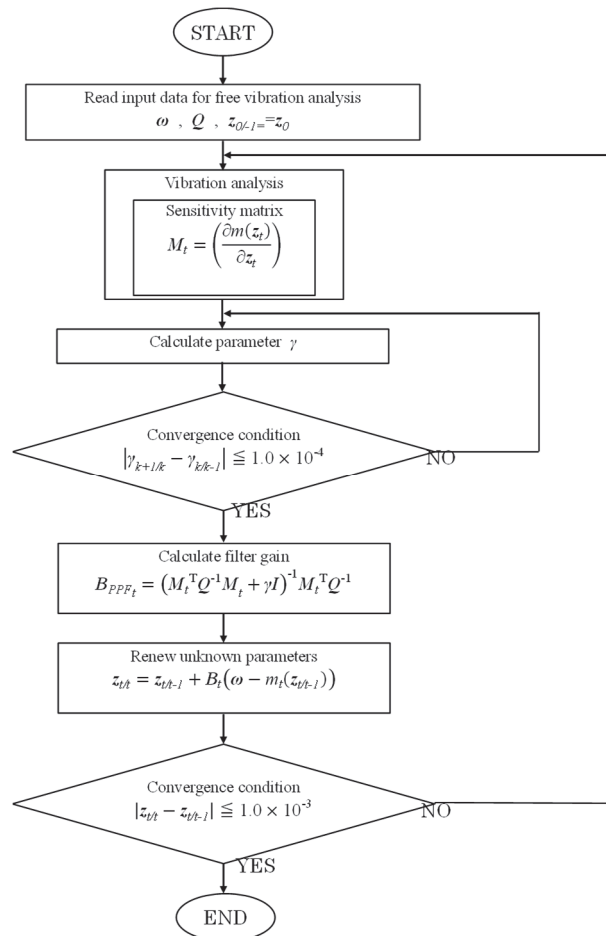
本章では、3層フレームモデルおよび5層フレームモデルを対象に、感度行列のみで表現される射影フィルタを用いた逆解析を通して、感度行列に着目し、フィルタを用いた逆解析の基本特性について検討した。さらに、感度行列の対角成分の推移に基づき初期値の設定方法に関して、新たな手法を提案した。これらにより得られた知見を以下に述べる。

- (1) 感度行列の構成では、各成分を広域前進差分に比べて、局所前進差分による手法を用いて定めることで、繰り返し計算が安定し、複数のモデルにおいて、多くの初期値に対して、目標値に極めて近い収束解を得ることが可能となった。
- (2) 射影フィルタを用いた繰り返し計算においては、感度行列の行列式に着目することで、感度行列の構成と構造（数理）モデルとの適合性が検討できることが分かった。
- (3) 射影フィルタによる逆解析において感度行列の推移に着目すると、繰り返し計算が収束する場合にも、計算ステップの初期で多様な変化が見られ、3層モデルと比較して、5層フレームモデルではより多様な不安定さが見られた。
- (4) 局所前進差分法を用いて逆解析したときの感度行列の各成分、行列式および特異値の推移に着目することで、フィルタによる逆解析の特性について、繰り返し計算の安定性と解の精度の観点から明らかにした。
- (5) 感度行列の対角成分の推移に着目することで、初期値の適合していない層を検討することができ、この検討に基づき初期値の設定方法を調整することで、これらの推移を穏やかにすることができれば、逆解析が可能となることが分かった。
- (6) 3層フレームモデルの逆解析では、中間層に剛性低下を仮定した場合に繰り返し計算が不安定となる傾向が見られた。
- (7) 5層フレームモデルの逆解析では、観測量として実測値を用いた場合には、フィルタゲインに観測誤差等を考慮する項を含まないことに起因して、同定は困難であった。

第5章

可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析

- 5.1 はじめに
- 5.2 可変的パラメトリック射影フィルタの構成
- 5.3 可変的パラメトリック射影フィルタの基本特性
- 5.4 剛性低下の大きなモデルの逆解析結果と各要素の推移
- 5.5 初期値の設定方法を調整したときの逆解析
- 5.6 まとめ



5.1 はじめに

本研究で対象とする逆解析において、射影フィルタは感度行列の逆行列のみで構成されることから、逆解析結果における感度行列の推移により、剛性低下を仮定する層および剛性低下の大きさが繰り返し計算に与える影響に着目した特性に基づき、初期値の設定方法の観点から、新たな計算手法の提案について前章までに報告した。先にも述べたように、射影フィルタには誤差等を考慮する項や正則化を図る項が一切含まれておらず、大きな剛性低下を仮定したモデルの特に実測値による逆解析では、初期値の設定方法を調整しても、感度行列等の推移に改善が見られず、状態量が目標値に収束しないだけでなく、繰り返し計算が不安定となる場合も散見された。したがって、こうしたモデルに対しては、誤差を考慮する項や正則化に対応する項を含むフィルタを用いる必要がある。

例えば、一般に用いられる拡張 Kalman フィルタによる逆解析結果では、フィルタに含まれる推定誤差共分散が繰り返し計算の安定化を図るように働くことで、基本的にほとんどの初期値に対して収束解を得ることができる反面、状態量を適切に変化させるシステムにはなっておらず、特に剛性低下が大きな問題では、同定の精度は劣ることが報告されている。

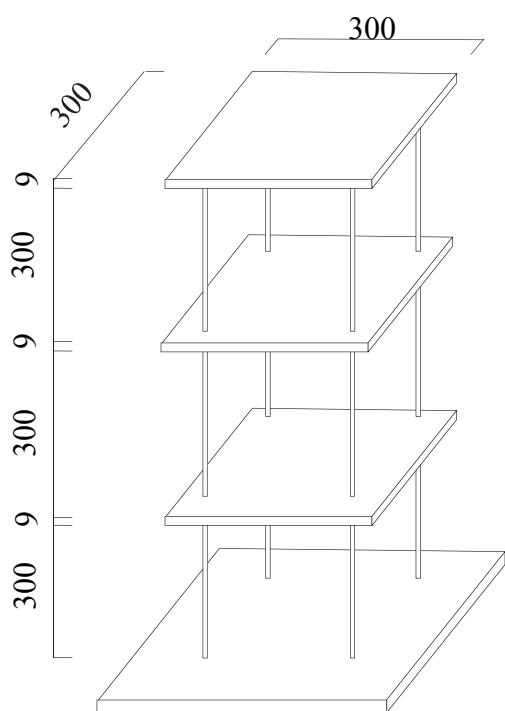
そこで、遠藤、登坂³⁸⁾は、射影フィルタ族の中でも、Tikhonov の正則化項に類する項を含むパラメトリック射影フィルタ (PPF : Parametric Projection Filter) を用いた逆解析を報告しており、さらに、この正則化項を繰り返し計算の中で計算的に決定する可変的パラメトリック射影フィルタ (VPPF : Variable PPF) を提案している。VPPF は、精度の高い解を得られ、かつ正則化項の効果により繰り返し計算の安定化を図ることが可能なフィルタと考えられる。

本章では、感度行列に加えて正則化パラメータの推移に着目し、繰り返し計算の安定性と解の精度の観点から VPPF の特性について検討を加えることにする。さらに、前章までの射影フィルタによる逆解析により得られた感度行列の変化に基づく初期値の設定方法に関する提案を適用することで、非適切性のリスクの高い問題に対する逆解析の同定精度の改善を試み、本逆解析手法の有効性を検証する。

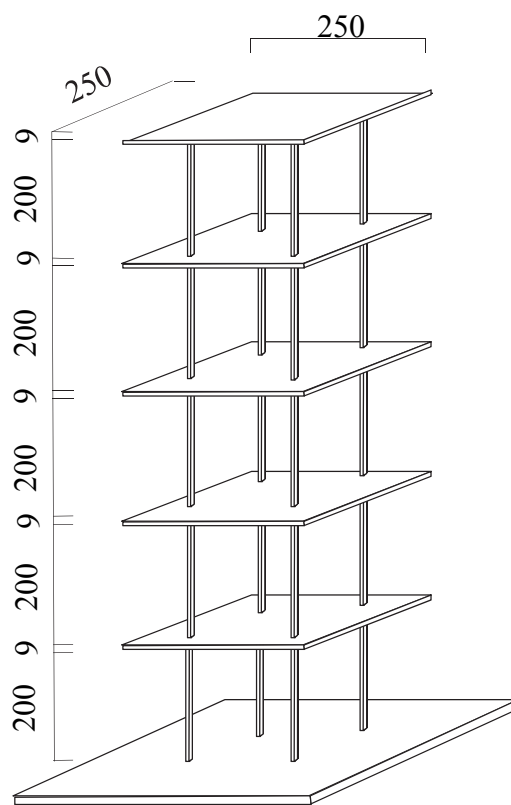
本章の構成は以下の通りである。第1節に続き、第2節では、VPPF のアルゴリズムについて第2章に基づき概説する。第3節では、各モデルに対する逆解析結果および感度行列の推移により、VPPF の特性であるモード依存性について

第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析

報告する。これを受けて、第4節では、すべての層に同じ値の初期値を設定したときの、VPPFの適用性について検討し、第5節では、前章までに提案した計算手法に則り、感度行列の対角成分の推移に着目することで、設定する初期値に関する検討を加え、これに基づき初期値の設定方法を調整したときの、これまで同定が不可能であったモデルの逆解析結果を示す。本章で逆解析の対象とする、3層フレームモデルおよび5層フレームモデルの概観を、Fig.5.1 および Fig.5.2 に示しておく。



Unit : mm



Unit : mm

Fig.5.1 3層フレームモデル (再掲)

Fig.5.2 5層フレームモデル (再掲)

5.2 可変的パラメトリック射影フィルタの構成

5.2.1 パラメトリック射影フィルタの概要

本節では、第2章で述べた可変的パラメトリック射影フィルタ (VPPF: Variable Parametric Projection Filter) の基本的な計算アルゴリズムを構成するため、基本となるパラメトリック射影フィルタ (PPF) について、改めて概説する。本逆解析アルゴリズムを構成するフィルタ方程式は、これまでと同様に式(5.1)の通りである。フィルタ方程式を用いて、観測量としての固有振動数で構成する観測ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ と、状態量である水平剛性 $\mathbf{z}_{t/t-1}$ を用いて自由振動方程式から計算された固有振動数 $\mathbf{m}_t(\mathbf{z}_t)$ が一致するまで繰り返し計算が行われる。実際には、状態量 \mathbf{z}_t の変化が収束条件以下となるまで繰り返し計算するアルゴリズムで構成される。なお、収束条件は、 $\|\mathbf{z}_{t+1/t} - \mathbf{z}_{t/t-1}\| \leq 10^{-2}$ としている。したがって、フィルタゲイン \mathbf{B}_t は繰り返し計算において状態量 \mathbf{z}_t の変化をコントロールする役割を担っていると考えられる。本章で採用する、PPF の表現を式(5.2)に示す。

・フィルタ方程式

$$\mathbf{z}_{t+1/t} = \mathbf{z}_{t/t-1} + \mathbf{B}_t (\boldsymbol{\omega} - \mathbf{m}_t(\mathbf{z}_{t/t-1})) \quad (5.1)$$

・パラメトリック射影フィルタ

$$\mathbf{B}_{PPF_t} = (\mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{M}_t + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}^{-1} \quad (5.2)$$

ここに \mathbf{I} は単位行列、 \mathbf{M}_t は感度行列、 \mathbf{Q} は観測誤差共分散行列である。本逆解析では、観測誤差共分散行列 \mathbf{Q} を設定するにあたって、観測量 $\boldsymbol{\omega}$ の各モードの固有円振動数の 0.5% を観測誤差として設定し、その値の 2 乗を標準偏差として対角成分に与えることにする。これは、観測量の測定に用いる実験モード解析手法では、測定における誤差が極めて小さく、測定誤差の項はほとんど無視できるが、観測誤差共分散行列がフィルタに付与するため、何らかの数値として与える必要があり、これまでの経験に基づき決定した。

パラメータ γ は PPF の特徴である正則化項であり、次項で述べるように、正則化パラメータをフィルタリングステップごとに計算的に決定する手法を取り入れたフィルタを VPPF と呼んでいる。

5.2.2 可変的アルゴリズムの誘導

パラメトリック射影フィルタをフィルタゲインとして採用する場合、正則化パラメータ γ を具体的な数値として与える必要がある。遠藤らは、当初パラメータ γ の設定に際し、試行錯誤により様々な値を設定した。その結果、パラメータ γ に大きな値を設定すると、収束性を優先する拡張 Kalman フィルタの性質に類似し、逆に小さな値を設定すると、前章までに示した射影フィルタの性質に移行することを報告している³⁸⁾。しかし、こうして設定した γ の値は、逆解析の対象とする数理モデルに最適な値である保証はなく、客観的な γ の値の決定法が望まれるところとなった。そこで、遠藤、登坂は正則化パラメータ γ の設定において可変的決定手法を導入することにより、任意の初期値からフィルタリングの計算過程を通して、計算的かつ自律的に与えることができる VPPF を提案した。筆者は、この頃から本研究に参画し、VPPF によるフレームモデルの逆解析を主に担当した。以下に VPPF の可変的アルゴリズムについて、2章に基づき概説する。

フィルタリングの初期ステップにおいて、非線形ベクトル関数を線形化して表すと、式(5.1)に示すフィルタ方程式は次式で与えられる。

$$z_{0/0} = z_{0/-1} + B_0(\omega_0 - m_0(z_0)) \quad (5.3)$$

これより、状態ベクトルは観測ベクトルに比例するものと仮定すると、近似的に次式のように表わすことができる。

$$z_{0/0} \doteq A_0 \omega_{0/-1} (= A_0 m_0(z_{0/-1})) \quad (5.4)$$

ただし、行列 A_0 は対角行列である。一方、初期ステップのフィルタ方程式は、次式のように表わすこともできる。

$$z_{0/0} \doteq B_0 \omega_{0/-1} \quad (5.5)$$

ここに、 B_0 は PPF であり、具体的には式(5.4)、(5.5)および式(5.2)より次の式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_0 \boldsymbol{\omega}_{0/1} &= \mathbf{B}_0 \boldsymbol{\omega}_{0/1} \\ &= (\mathbf{M}_0^T \mathbf{Q}_0^{-1} \mathbf{M}_0 + \gamma_{0/0} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}_0^T \mathbf{Q}_0^{-1} \boldsymbol{\omega}_{0/1} \end{aligned} \quad (5.6)$$

式(5.6)より、パラメータ γ の初期値に関する次の関係式を得る。

$$\gamma_{0/0} \mathbf{z}_{0/1} = \mathbf{b}_{0/1} \quad (5.7)$$

ただし、

$$\mathbf{b}_{0/1} = \mathbf{M}_0^T \mathbf{Q}_0^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{M}_0 \mathbf{A}_0) \boldsymbol{\omega}_{0/1} \quad (5.8)$$

である。以上の関係より、正の実数 $\gamma_{0/0}$ は $\mathbf{z}_{0/1}$ と $\mathbf{b}_{0/1}$ との内積と $\mathbf{z}_{0/1}$ のノルムを用いて次式で表わされる。

$$\gamma_{0/0} = \frac{\mathbf{z}_{0/1} \cdot \mathbf{b}_{0/1}}{\|\mathbf{z}_{0/1}\|^2} \quad (5.9)$$

式(5.9)を計算することにより、フィルタリング1回目の初期状態量 $\mathbf{z}_{0/1}$ に対する $\gamma_{0/0}$ が求めたので $\mathbf{B}_{0/0}$ を求め、フィルタ方程式より $\mathbf{z}_{0/0}$ を得ることができる。次に $\mathbf{z}_{0/0}$ を用いて同様の計算により $\gamma_{0/1}$ を求め、フィルタ方程式より $\mathbf{z}_{0/1}$ が求められる。この一連の計算を γ が収束するまで繰り返し計算を行い、収束した値をフィルタリング1回目の γ の値とする。フィルタリング2回目では $\mathbf{z}_{1/0}$ を初期値として γ が収束するまで繰り返し計算し、各フィルタリングステップで同様の計算を行うことにより γ を決定することで VPPF を構成することができる。

5.2.3 可変的アルゴリズムの正則化

式(5.9)により構成した可変的アルゴリズムは、式(5.8)に示すフィルタ方程式により次のステップの状態量を繰り返し計算で決定しており、状態量が3変数以上になると繰り返し計算が不安定になることが経験的に分かっている。そこで、この問題を回避するために、多変数ベクトルで表現されている式(5.9)において、対角行列 A_0 の特定の成分に着目し、1変数として計算する手法が考えられる。これにより、正則化パラメータ γ を決定するための繰り返し計算はスカラー表現となり次式で表わされる。

$$\gamma_{0/0} = MQ^{-1}(1 - a_0M)\omega_{0/-1}z_{0/-1}^{-1} \quad (5.10)$$

ここに、 M 、 Q 、 a_0 、 $\omega_{0/-1}$ 、 $z_{0/-1}$ はそれぞれ、 M_0 、 Q_0 、 A_0 、 $\omega_{0/-1}$ および $z_{0/-1}$ の特定された同一の対角成分である。この1次元化を遠藤、登坂は可変的アルゴリズムの正則化と呼んでいる。本逆解析アルゴリズムは Fig.3.12 に示した通りであり、繰り返し計算により決定される正則化パラメータ γ の収束条件は、 $|\gamma_{k+1/k} - \gamma_{k/k-1}| \leq 1.0 \times 10^{-4}$ である。

5.3 可変的パラメトリック射影フィルタの基本特性

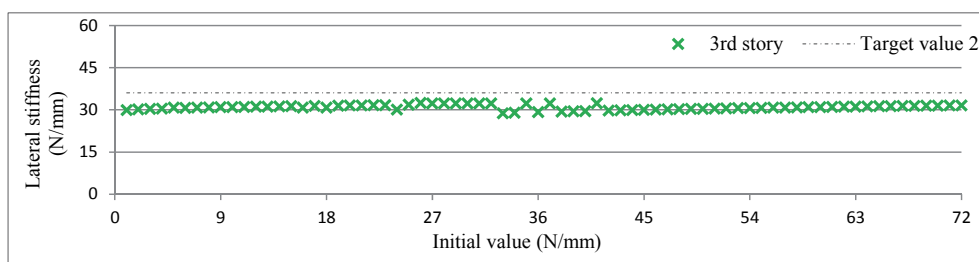
可変的パラメトリック射影フィルタ (VPPF: Variable Parametric Projection Filter) は、前章までに示した初期値の設定方法に関する対策を施さなくても、比較的非適切性のリスクの高い問題に対して、精度の高い解が得られることから、その有効性が確認されている^{39,40)}。これは、VPPFに含まれる正則化項の効果であり、繰り返し計算の安定性および解の精度の観点から優れたフィルタと言えよう。VPPFに含まれる正則化パラメータの決定に際しては、一次元化することにより正則化を図っていることは先に述べた。一次元化にあたっては、式(5.10)として採用する対角行列の要素に対応するモード次数の固有振動数が用いられなければならない。採用する固有振動数のモード次数が正則化に与える影響を「モード依存性」と呼ぶことにし、モード依存性の検討は、VPPFを採用するにあたって極めて重要である。本節では、VPPFの基本的な特性であるモード依存性の確認を目的に、正則化パラメータの決定に際して、1次モードおよび2次モードの固有振動数を用いた場合の逆解析結果を示す。さらに、このときの感度行列および状態量の推移に加えて正則化パラメータ γ の推移を示すことで、正則化パラメータ γ が繰り返し計算に与える影響について、モード依存性の観点から考察を加える。なお、感度行列の計算方法では、前章までの結果から局所前進差分法の有効性が明らかとなっているため、本章では、いずれも感度行列の計算に局所前進差分法を用いた場合の逆解析結果を示すことにする。

5.3.1 3層フレームモデルの逆解析結果とモード依存性

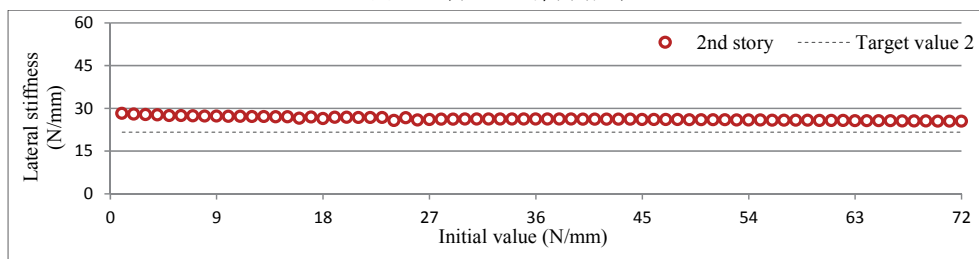
本項では、VPPFによる逆解析を比較的非適切性のリスクの低い3層フレームモデルにまず適用し、VPPFの有効性およびモード依存性について示す。本項で対象とするモデルは、すべての層に同じ値の初期値を設定した射影フィルタによる逆解析では同定が不可能となった1層と2層に40%の剛性低下を仮定したモデルであり、観測量には計算値を採用している。また、感度行列の差分近似は、前章までの結果に基づき局所前進差分法を採用し、観測誤差共分散行列には観測量の0.5%を2乗した値を、対角成分として設定する。

Fig.5.3は、正則化パラメータ γ を1次モードの固有振動数を用いて決定した場合、Fig.5.4は、正則化パラメータ γ を2次モードの固有振動数を用いて決定した場合のそれぞれの逆解析結果である。図の表現はこれまでと同様に、横軸

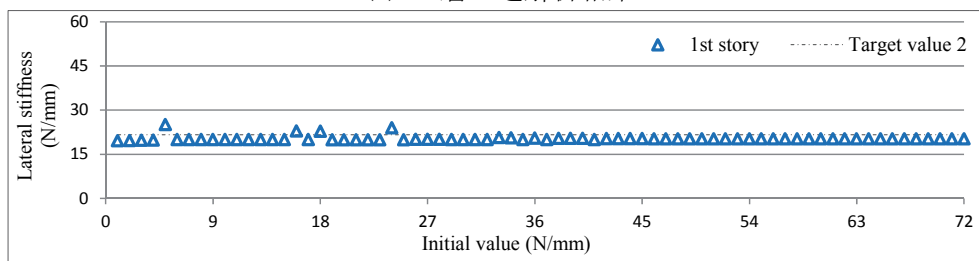
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



(a) 3層の逆解析結果



(b) 2層の逆解析結果

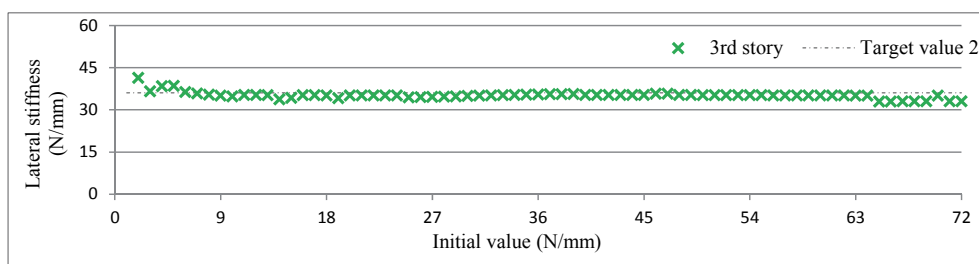


(c) 1層の逆解析結果

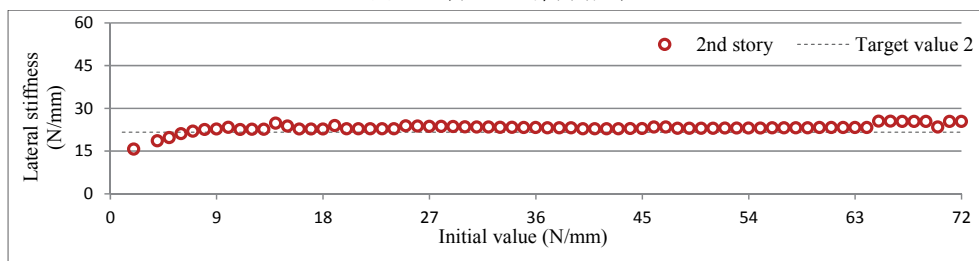
1層と2層に40%の剛性低下を仮定した計算値による例

Fig.5.3 正則化パラメータ γ を1次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる3層フレームモデルの逆解析結果

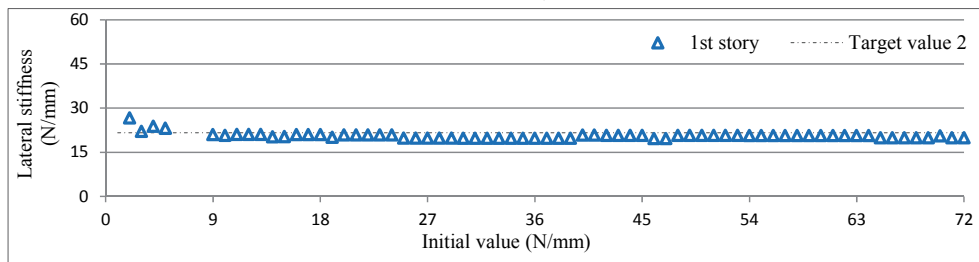
は設定した初期値であり、ここではすべての層に同じ値を設定している。設定した値は、第4章と同様に、 1.0N/mm から設計上設定された水平剛性の約2倍である 72.0N/mm までの72通りとし、すべての初期値に対する逆解析結果が示されている。なお、縦軸も同様に状態量としての水平剛性であり、破線は目標値としての設計値である。1次モードの固有振動数を用いて正則化を図ったFig.5.3では、設定したすべての初期値に対して各層でプロットが描かれており、いずれの初期値を設定した場合にも繰り返し計算は収束し、解が得られたことを表している。ここでそれぞれのプロットを見ると、プロットにより直線が形成されているものの、目標値と異なる値を示しており同定の精度は劣っている。



(a) 3層の逆解析結果



(b) 2層の逆解析結果



(c) 1層の逆解析結果

1層と2層に40%の剛性低下を仮定した計算値による例

Fig.5.4 正則化パラメータ γ を2次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる3層フレームモデルの逆解析結果

これに対して、2次モードの固有振動数を用いて正則化を図った Fig.5.4 では、極端に小さな初期値を設定した場合には、繰り返し計算が発散するケースが見られるものの、多くの収束解により形成された直線は、目標値近傍に描かれていることから、同定は可能と言える。この他の複数層に40%の剛性低下を仮定し、逆解析を試みたところ、同様の結果が得られたことを付記しておく。これらの結果から、VPPFの有効性が確認でき、本モデルにおいては、1次モードよりも2次モードの固有振動数で正則化を図った方が精度の高い同定が可能であり、モード依存性があることが示された。

5.3.2 3層フレームモデルの各要素の推移と VPPF の特性

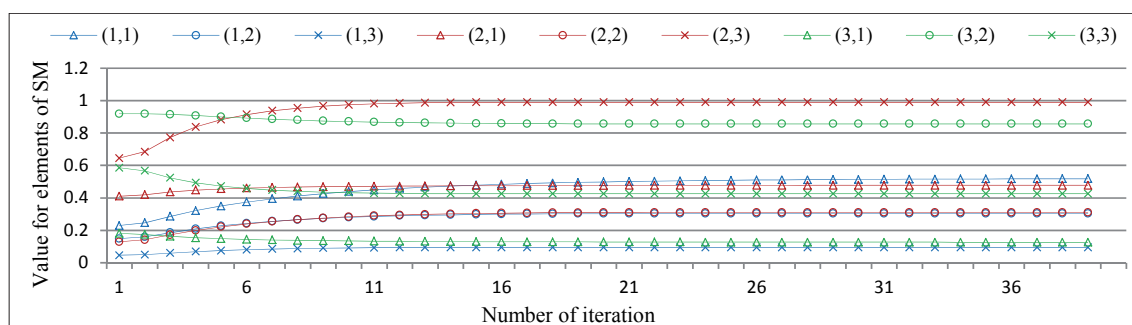
3層フレームモデルに対する VPPF による逆解析では、正則化パラメータ γ の決定に際して、選択する固有振動数のモード次数によりフィルタの特性が異なるモード依存性が確認された。このとき1次モードの固有振動数を用いた場合には、収束性が優先され、解の精度は劣ることになり、2次モードの固有振動数を用いた場合には、繰り返し計算が発散するケースが散見されるものの、初期値が適合すれば、精度の高い収束解が得られた。本項では、モード依存性の検討を目的に、これまでと同様に、(a)に感度行列の各成分、(b)にフィルタゲイン、(c)に状態量、(d)に感度行列の行列式、(e)に感度行列の条件数の推移を示し、これに加えて新たに(f)として正則化パラメータ γ の推移を示す。

先に示した1層と2層に40%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析における繰り返し計算の推移の一例を、Fig.5.5 および Fig.5.6 に示す。Fig.5.5 は、1次モードの固有振動数で正則化を図ることで目標値と異なる収束解を得ることになった場合であり、Fig.5.6 は、2次モードの固有振動数で正則化を図ることで、精度の高い収束解を得ることができた場合のそれぞれの推移である。図において横軸は計算ステップの回数であり、縦軸は各要素の値である。繰り返し計算の推移を概観すると、射影フィルタによる推移と比較して、いずれも繰り返し計算ステップの回数が多く、正則化の効果により状態量の変化をコントロールし、目標値に誘導しているものと考えられる。ここで、それぞれのモードにおける各要素の推移を比較すると、1次モードの固有振動数で正則化を図った場合には、感度行列に関する各値の推移はいずれも緩やかであるのに対して、2次モードの固有振動数で正則化を図った場合には、計算ステップの初期でのみ大きな変化が見られることから、フィルタの特性に明らかな違いが見られる。

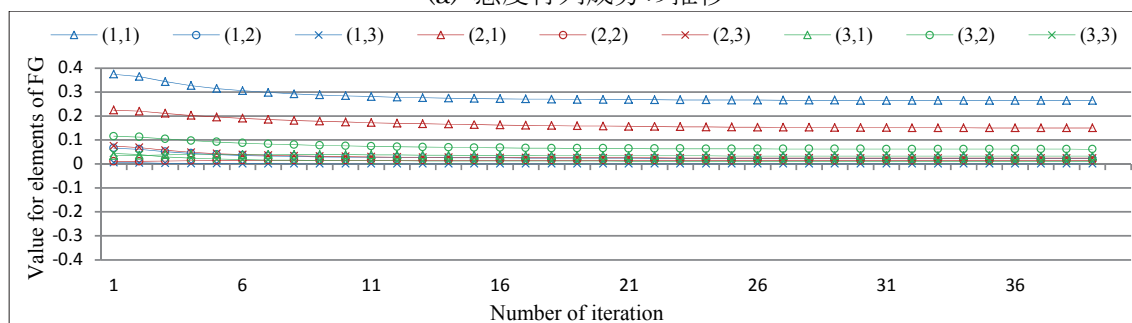
さらに、それぞれの逆解析における各要素の値に着目すると、(a)に示す感度行列の各成分は、1次モードおよび2次モードのいずれのモードを用いた場合にも1.2以下の値で推移しているのに対して、(b)に示すフィルタゲインの各成分は、1次モードを採用した場合には、0.4以下の範囲となっており、2次モードを採用した場合には、2.0に近い値の成分も見られオーダーが異なっている。これは、(f)に示す正則化パラメータ γ の大きさに起因しており、1次モードの固有振動数で正則化を図った場合には、フィルタゲインの値が2次モードの固有振動数で正則化を図った場合に比べて極めて小さな値となる。したがって、1次モードの固有振動数で正則化を図ると、収束性が優先される Kalman フィルタ

第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析

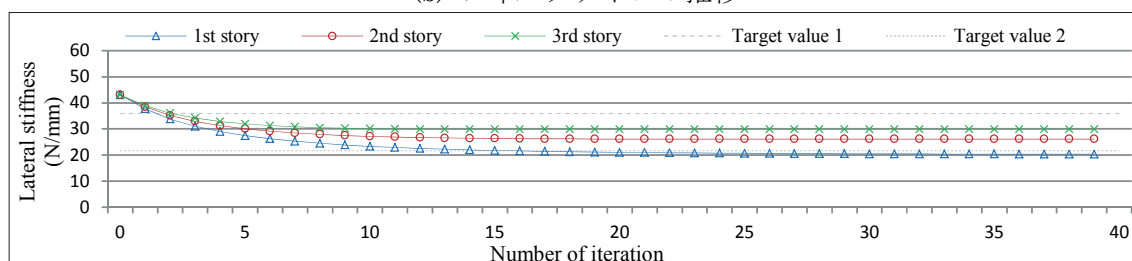
の特性となったものと考えられる。一方、2次モードの固有振動数で正規化を図ると、射影フィルタの特性が優先され、状態量は目標値に誘導されるものと考えられる。さらに、正規化パラメータ γ の推移に着目すると、(d)に示す感度行列の行列式、および(e)に示す感度行列の条件数と同様の傾向の推移を示していることが分かる。本逆解析における感度行列の行列式の値と条件数は、感度行列全体の変化を表していることから、正規化パラメータ γ が感度行列の変化を調整することで、安定的な繰り返し計算が可能となっており、ここに正規化の効果が確認できる。



(a) 感度行列成分の推移

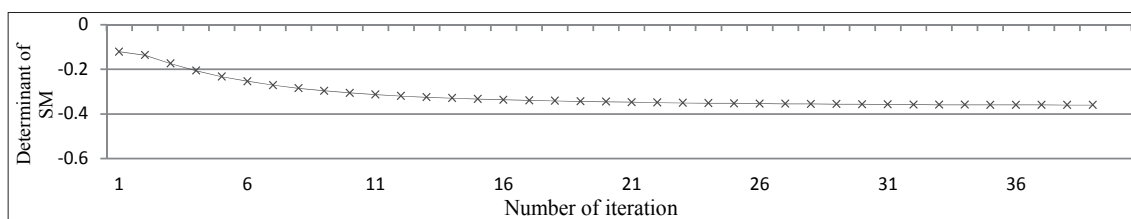


(b) フィルタゲインの推移

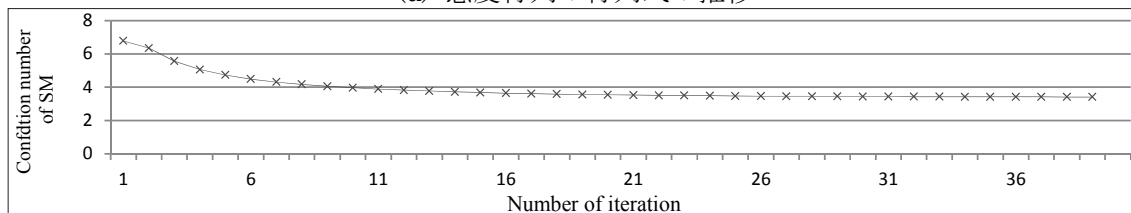


(c) 状態量の推移

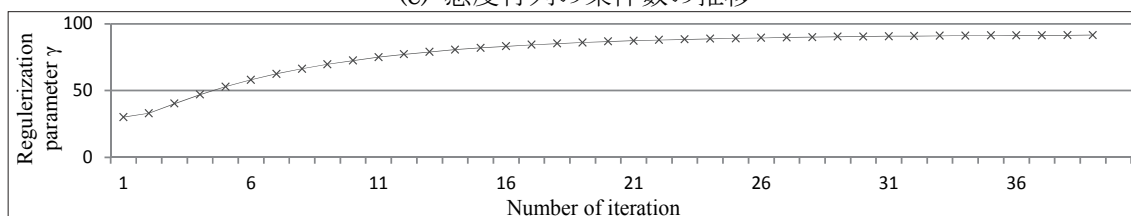
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



(d) 感度行列の行列式の推移



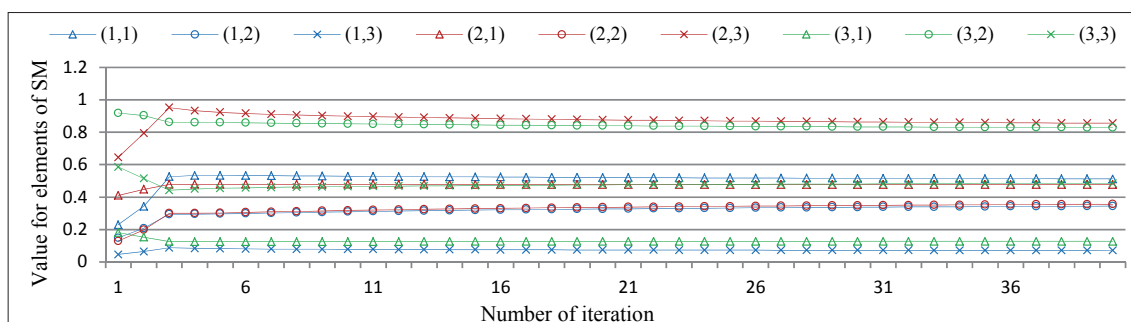
(e) 感度行列の条件数の推移



(f) 正則化パラメータ γ の推移

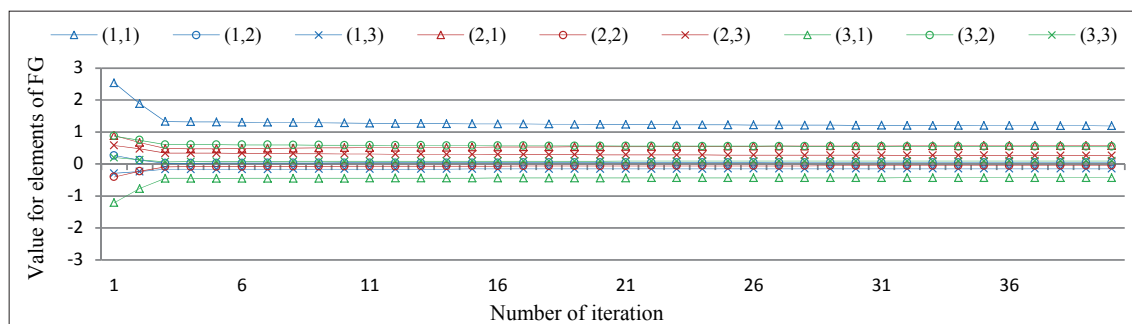
1層と2層に40%の剛性低下を仮定したモデルにおいて
精度の劣る解に収束した場合の例（初期値 43.0N/mm）

Fig.5.5 正則化パラメータ γ を1次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる3層フレームモデルの逆解析の推移

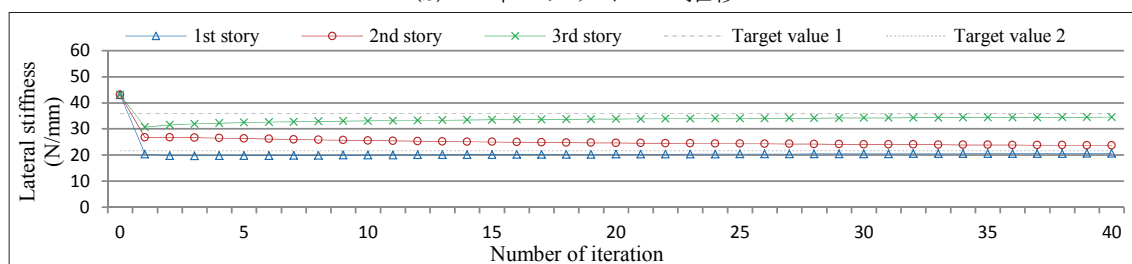


(a) 感度行列成分の推移

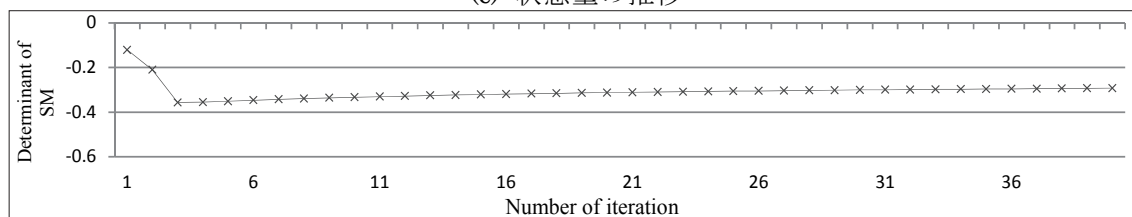
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



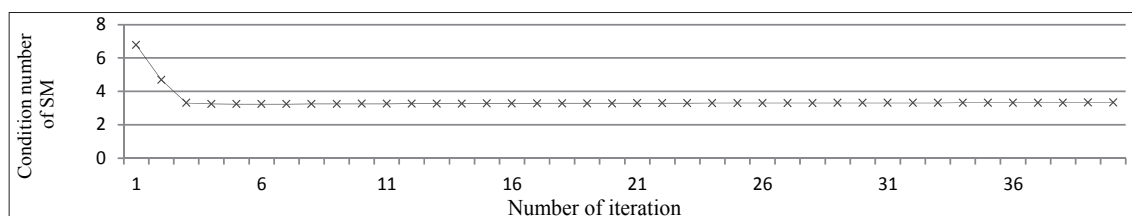
(b) フィルタゲインの推移



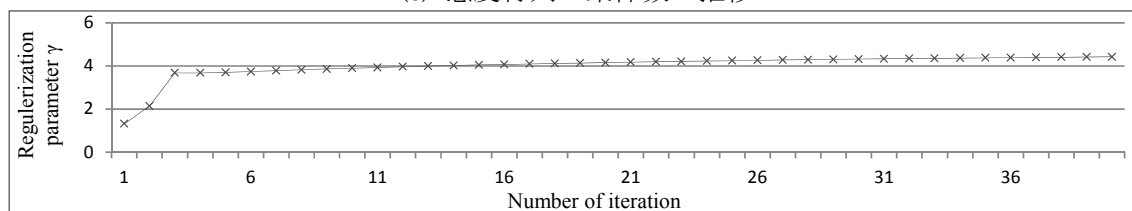
(c) 状態量の推移



(d) 感度行列の行列式の推移



(e) 感度行列の条件数の推移



(f) 正則化パラメータ γ の推移

1層と2層に40%の剛性低下を仮定したモデルにおいて
精度の高い解に収束した場合の例 (初期値 43.0N/mm)

Fig.5.6 正則化パラメータ γ を2次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる3層フレームモデルの逆解析の推移

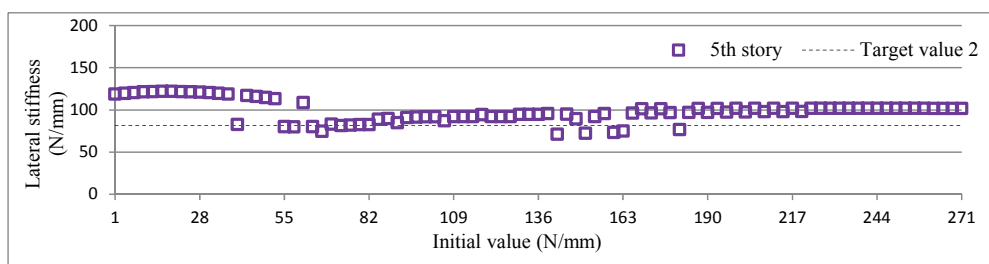
5.3.3 5層フレームモデルの逆解析結果とモード依存性

3層フレームモデルに対する逆解析結果により、VPPFの適用性とモード依存性について示した。本項では、5層フレームモデルに対して同様の検討を行い、非適切性のリスクの高い問題に対する、VPPFの適用性とモード依存性について示す。本項で対象とするモデルは、2層と5層の複数層に40%の剛性低下を仮定したモデルであり、観測量には計算値を採用している。このモデルは、すべての層に同じ値の初期値を設定した射影フィルタによる逆解析では、同定は可能であったものの、得られる収束解が少なく、比較的非適切性のリスクの高いモデルである。なお、本逆解析においても、感度行列の計算には局所前進差分を採用し、初期値はすべての層に同じ値を設定している。

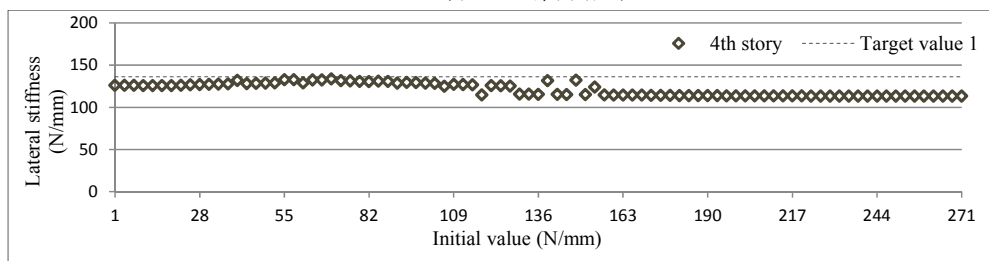
Fig.5.7は、正則化パラメータ γ を1次モードの固有振動数を用いて、Fig.5.8は、正則化パラメータ γ を2次モードの固有振動数を用いて決定した場合の逆解析結果である。図の表現は第4章と同様であり、横軸の初期値には1.0N/mmから設計値の約2倍の271.0N/mmを3.0刻みとした91通りを設定している。本逆解析結果においても、3層モデルと同様の傾向が確認できる。すなわち、1次モードの固有振動数で正則化を図った場合には、すべての初期値に対して収束解が得られているものの、解の精度は劣っており同定は不可能である。これに対して、2次モードの固有振動数で正則化を図った場合には、小さな初期値を設定すると繰り返し計算が発散するケースが見られるものの、この範囲を除けば精度の高い解が得られ、これらにより目標値近傍に直線を形成していることから同定は可能である。

5層フレームモデルを対象としたVPPFによる逆解析結果により、VPPFの適用性とモード依存性について検討した。この結果、3層フレームモデルの場合と同様に、2次モードの固有振動数で正則化パラメータを決定した方が、正則化の効果が顕著であり、比較的非適切性のリスクの高い問題においても、精度の高い同定が可能であることが分かった。

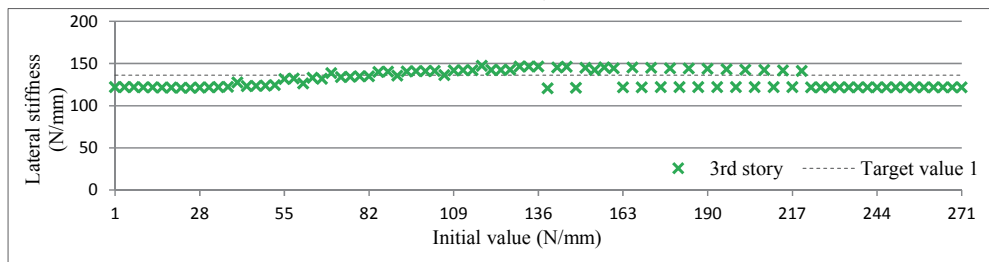
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



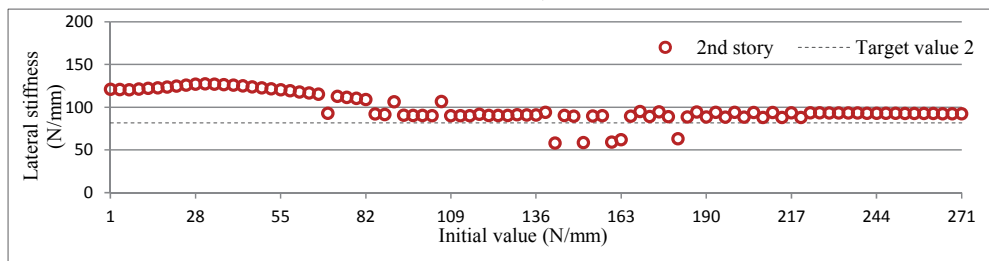
(a) 5層の逆解析結果



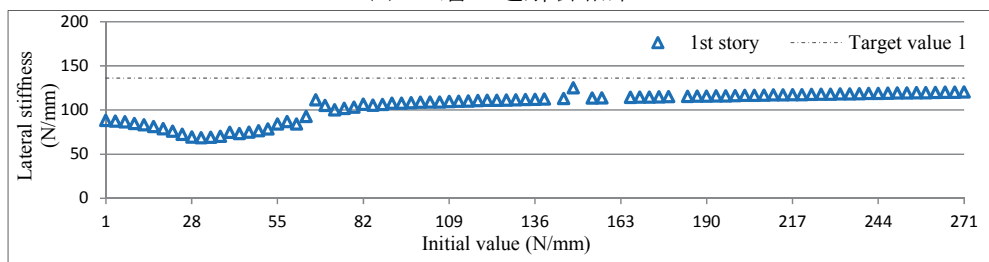
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



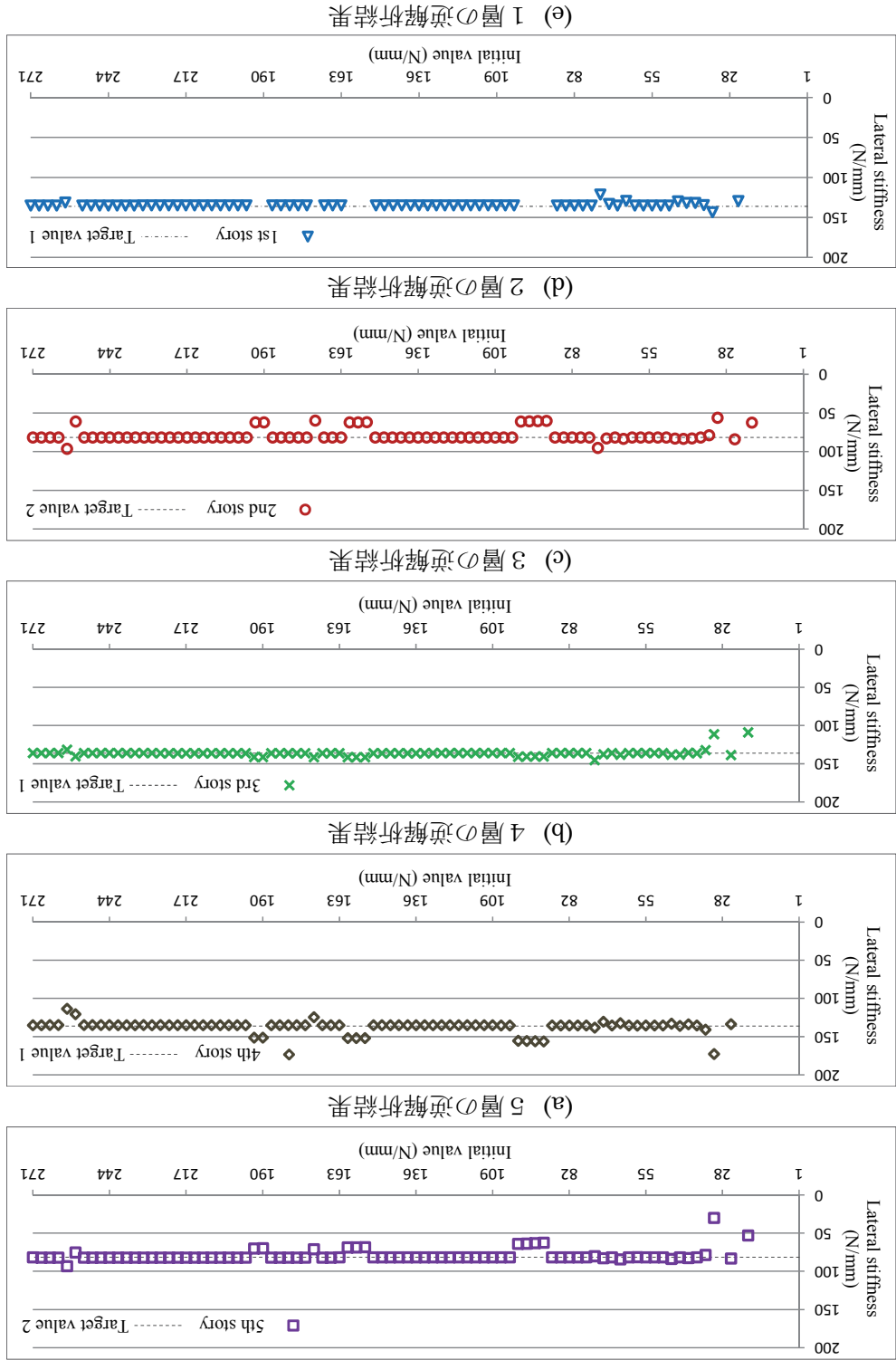
(d) 2層の逆解析結果



(e) 1層の逆解析結果

2層と5層に40%の剛性低下を仮定した計算値による例

Fig.5.7 正則化パラメータ γ を1次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる5層フレームモデルの逆解析結果



2層と5層に40%の剛性低下を仮定した計算値による例

Fig.5.8 正規化パラメータ γ を2次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる5層フレームモデルの逆解析結果

5.3.4 5層フレームモデルの各要素の推移と VPPF の特性

5層フレームモデルを対象とした VPPF による逆解析においても、モード依存性が確認でき、正則化パラメータ γ の決定に際して、2次モードの固有振動数を用いることで、多くの初期値に対して精度の高い解を得ることが可能となった。そこで本項では、前項に引き続き、繰り返し計算の推移に着目し、モード依存性を中心とした VPPF の特性について検討する。

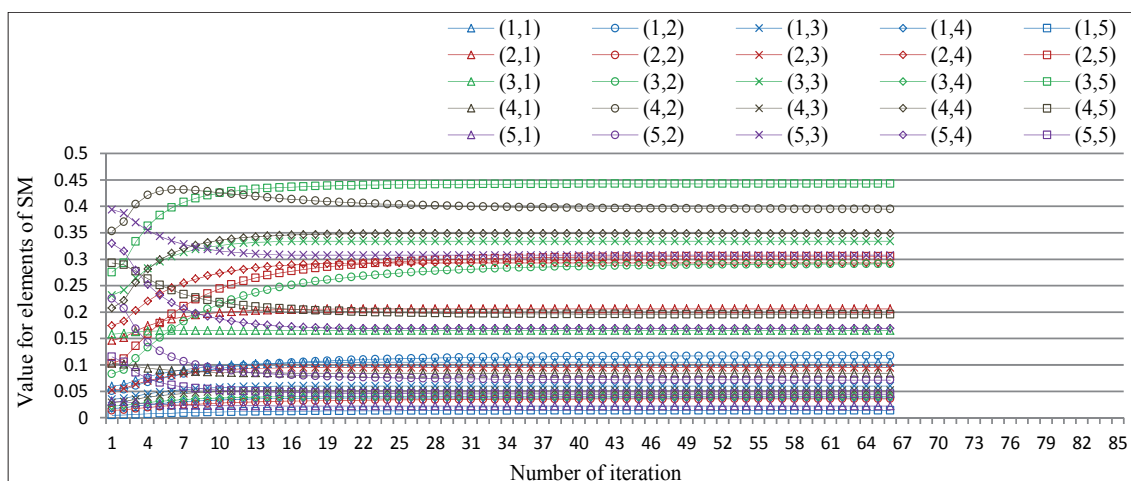
先に示した2層と5層に40%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析における、感度行列に関する各値の繰り返し計算の推移の一例を、Fig.5.9 および Fig.5.10 にそれぞれ示す。図は先と同様に、(a)は感度行列、(b)はフィルタゲイン、(c)は状態量、(d)は感度行列の行列式、(e)は感度行列の条件数の推移であり、(f)は VPPF の特徴である正則化パラメータ γ の推移である。VPPF を用いた本逆解析では、5つの状態量を一連の繰り返し計算で同時に同定しようとする問題を、正則化を図りながら繰り返し計算するため、極めて多くの計算ステップを要することになった。こうした傾向も VPPF の特性の一つと言える。ここでは、図の見やすさを優先し計算ステップの回数が比較的少ない場合の各値の推移を示すことにする。Fig.5.9 には、正則化に1次モードの固有振動数を用い、初期値はすべての層に 169.0N/mm を設定した場合の各値の推移を示し、Fig.5.10 には、正則化に2次モードの固有振動数を用い、初期値はすべての層に 169.0N/mm を設定した場合の繰り返し計算の推移をそれぞれ示す。

各モードにおける繰り返し計算の推移を比較すると、3層フレームモデルの場合と同様の傾向が確認でき、1次モードの固有振動数を採用した場合には各要素の変化は緩やかであり、2次モードの固有振動数を採用した場合には、計算ステップの初期にのみ大きな変化が表れている。このときの、フィルタゲインの各成分の値を見ると、2次モードを採用した場合の方が、1次モードを採用した場合の10倍程度の大きさとなっており、2次モードを採用することで、状態量を適切にコントロールできるフィルタが構成されたものと考えられる。さらに、VPPF の特徴である正則化パラメータ γ の推移では、いずれの場合にも、感度行列の行列式および条件数の推移と同様の傾向を示しており、繰り返し計算の安定化を図っていることが分かる。

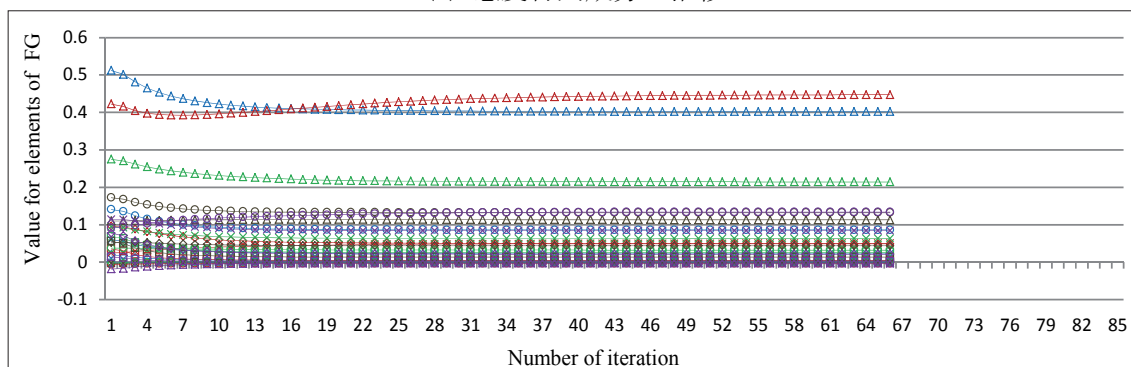
本節では、感度行列の各要素の推移および正則化パラメータの推移に着目することで、VPPF の正則化の効果が確認でき、さらにモード依存性について明らかにした。

第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析

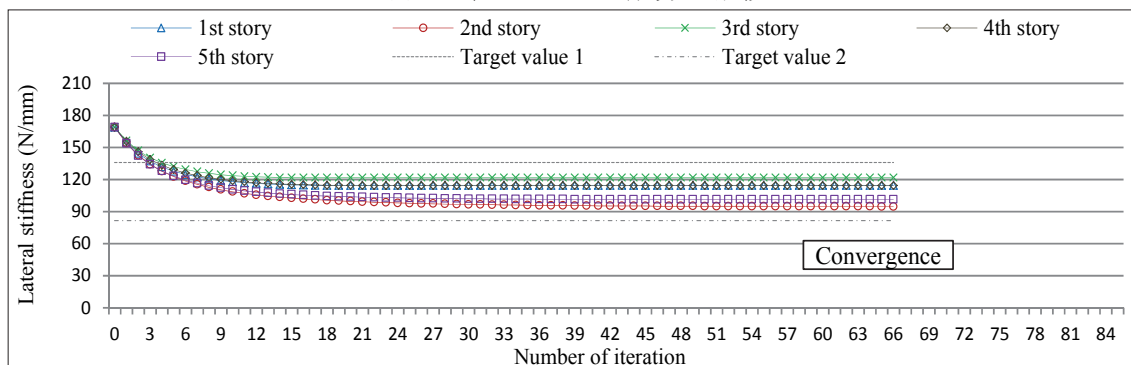
最後に、1次モードの固有振動数で正則化パラメータを決定した場合には、設定する初期値により、解の精度が劣る場合が見られるものの、繰り返し計算が発散する初期値はほとんど見られない。3層フレームモデルの逆解析でも述べた通り、拡張 Kalman フィルタは推定誤差共分散行列の効果により、収束性を優先する特性があり、1次モードの固有振動数で正則化を図った場合は、拡張 Kalman フィルタの特性と類似していることが確認できた。



(a) 感度行列成分の推移

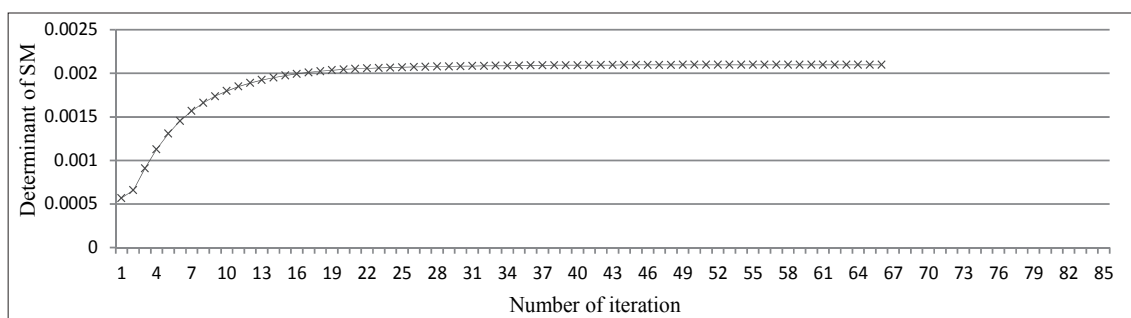


(b) フィルタゲイン成分の推移

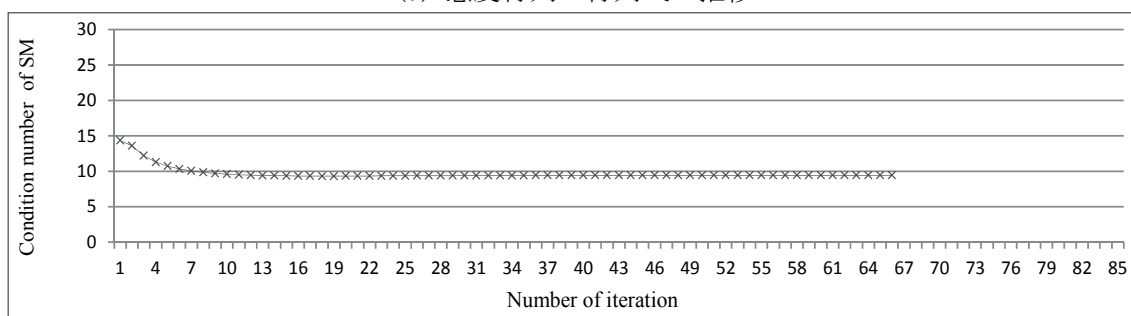


(c) 状態量の推移

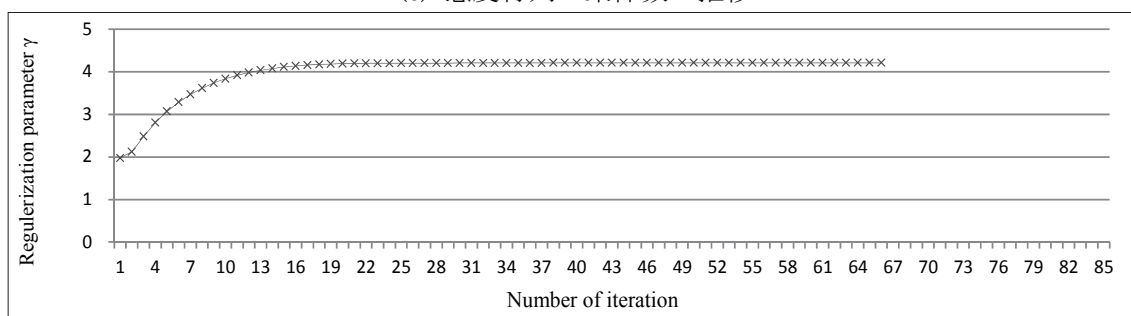
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



(d) 感度行列の行列式の推移



(e) 感度行列の条件数の推移

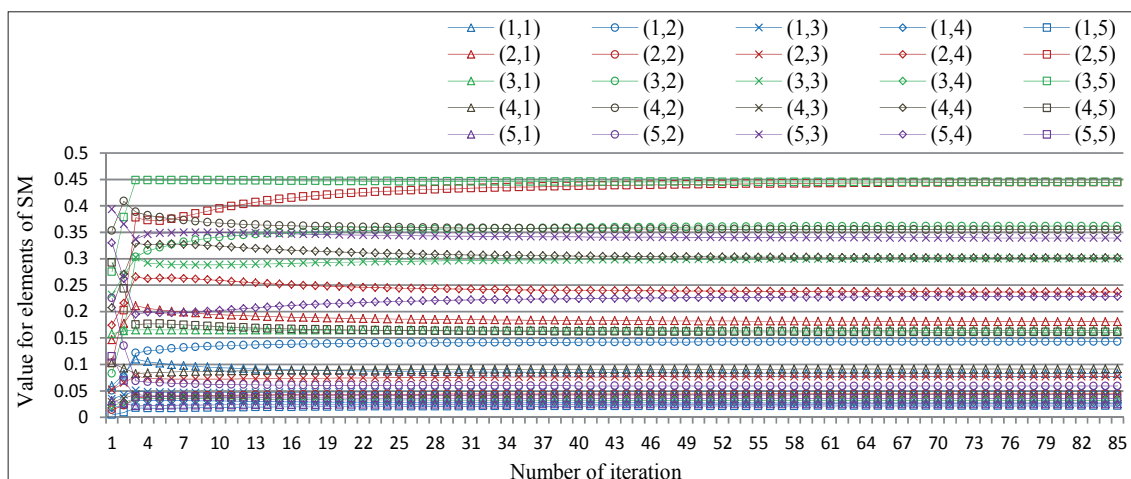


(f) 正則化パラメータ γ の推移

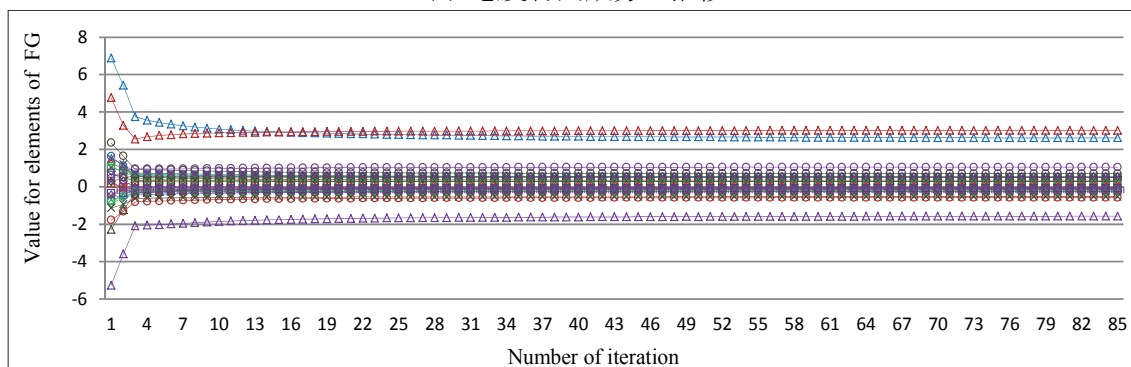
2層と5層に40%の剛性低下を仮定したモデルにおいて
精度の劣る解に収束した場合の例（初期値 169.0N/mm）

Fig.5.9 正則化パラメータ γ を1次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる
5層フレームモデルの逆解析の推移

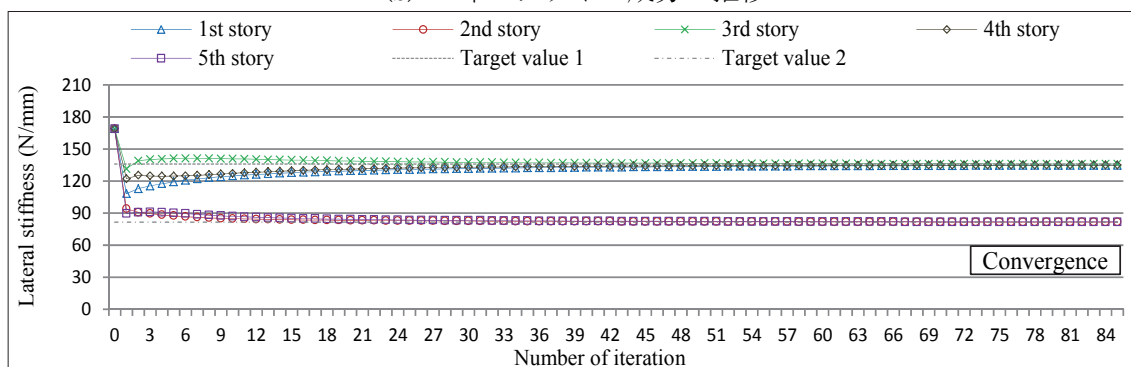
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



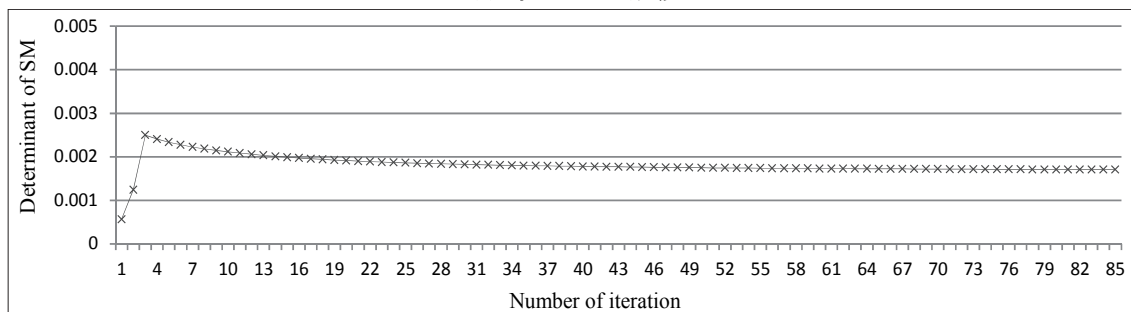
(a) 感度行列成分の推移



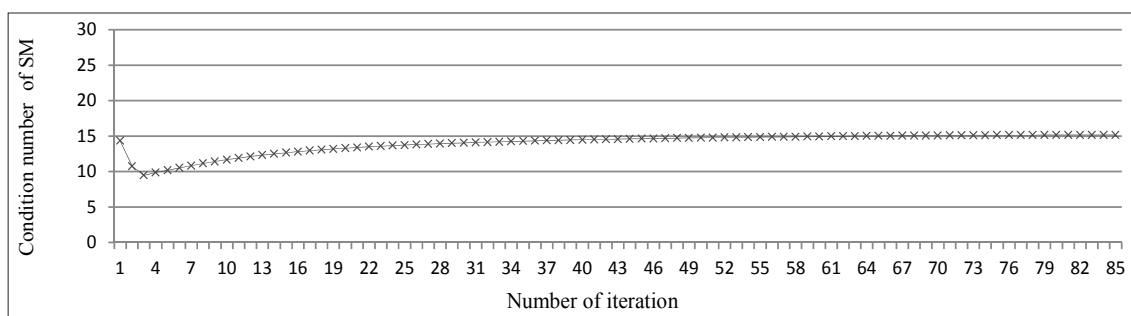
(b) フィルタゲイン成分の推移



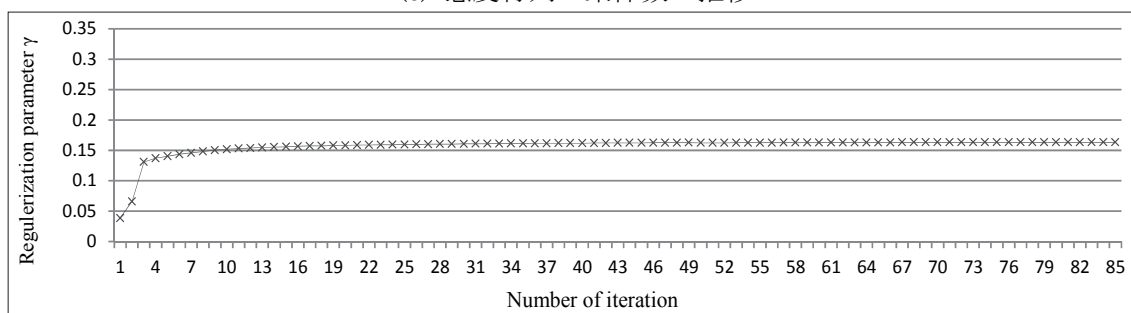
(c) 状態量の推移



(d) 感度行列の行列式の推移



(e) 感度行列の条件数の推移



(f) 正則化パラメータ γ の推移

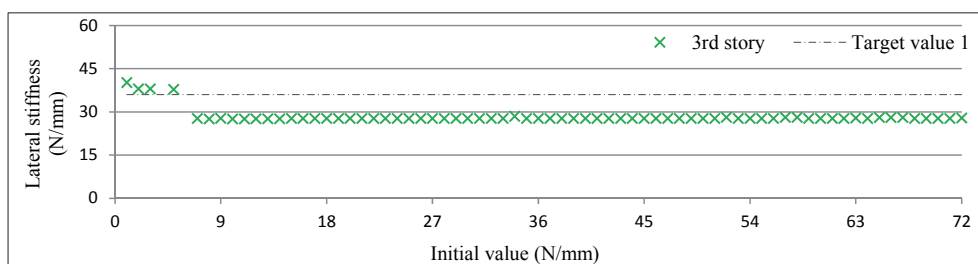
2層と5層に40%の剛性低下を仮定したモデルにおいて
精度の高い解に収束した場合の例（初期値 169.0N/mm）

Fig.5.10 正則化パラメータ γ を2次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる
5層フレームモデルの逆解析の推移

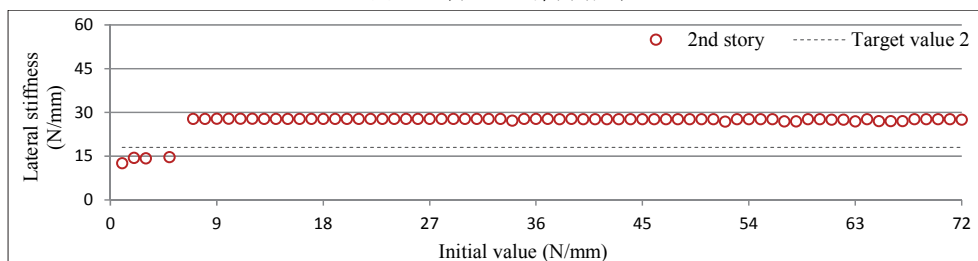
5.4 剛性低下の大きなモデルの逆解析結果と各要素の推移

5.4.1 複数層に大きな剛性低下を仮定した3層モデルの逆解析結果

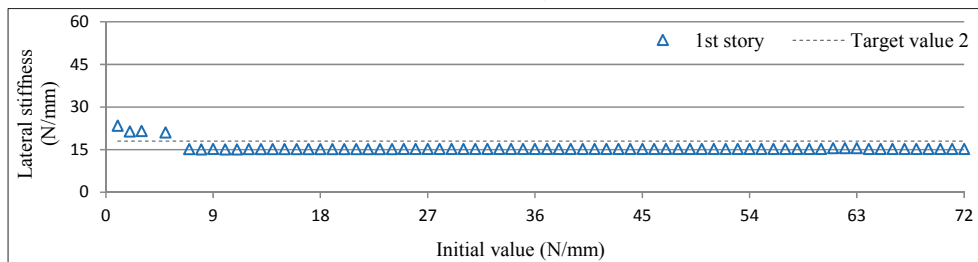
逆解析にVPPFを用いた場合には、モード依存性が見られ、正則化パラメータの計算に2次モードの固有振動数を用いることで、精度の高い同定が可能であることを示した。3層フレームモデルを対象とした射影フィルタを用いた逆解析では、1層と2層に50%の大きな剛性低下を仮定した場合に、感度行列の各要素は極めて大きな変化を示すことで、状態量は目標値と異なる値に収束し、同定は不可能となった。本項では、このモデルに対してVPPFによる逆解析を試みる。Fig.5.11に、1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデルのVPPFによる逆解析結果を示す。なお本逆解析において、感度行列の計算には局所前進差分、正則化パラメータの計算には2次モードの固有振動数を採用し、すべての層に同じ値の初期値を設定している。初期値の極めて小さな範囲を除いた多くの初期値に対して、一定の収束解が得られ、直線が形成されているものの、こ



(a) 3層の逆解析結果



(b) 2層の逆解析結果



(c) 1層の逆解析結果

1層と2層に50%の剛性低下を仮定した計算値による例

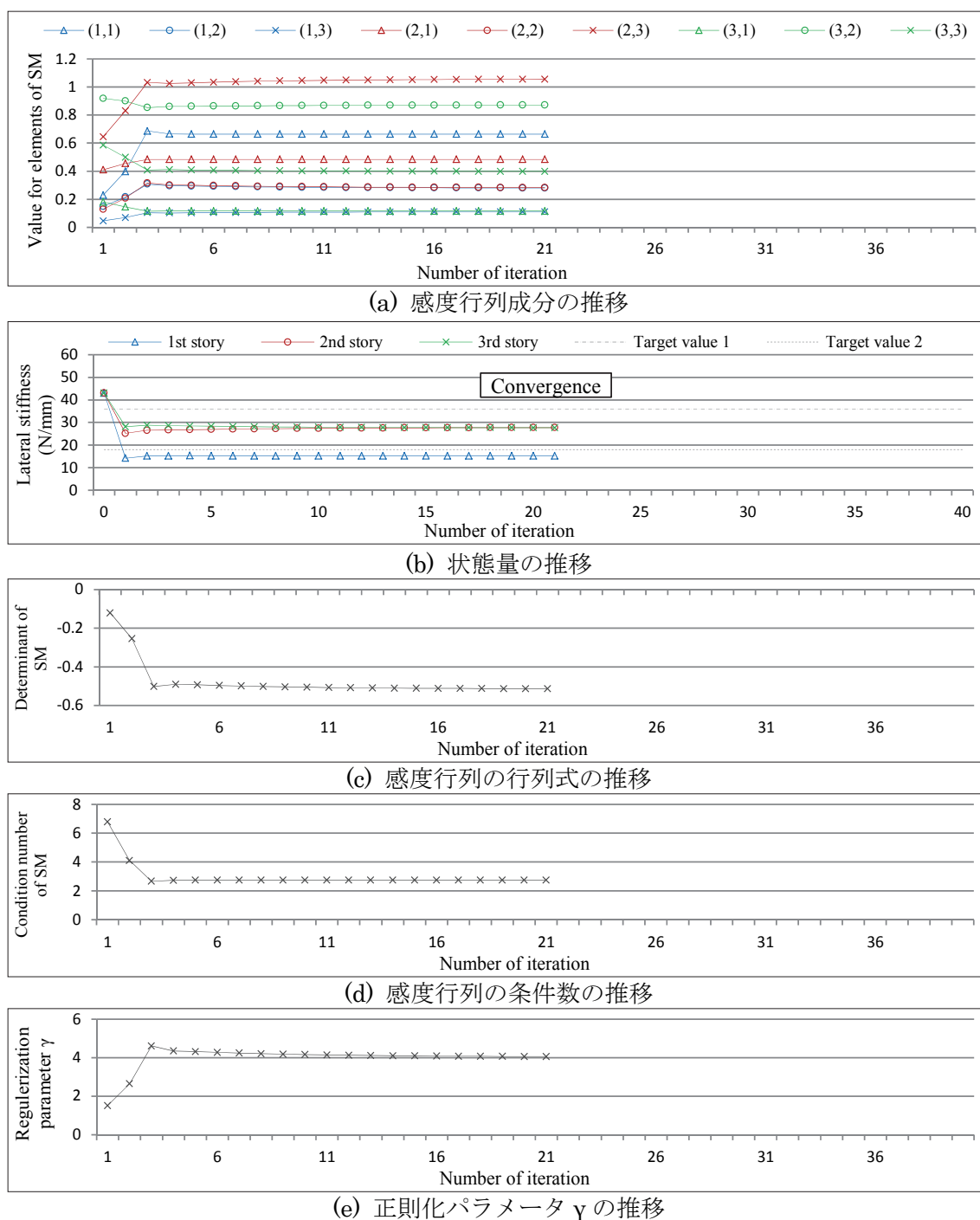
Fig.5.11 正則化パラメータ γ を2次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる3層フレームモデルの逆解析結果

これらにより得られる同定値は目標値から大きく離れており、適切な同定はなされていない。なお、ここで得られた同定値は、射影フィルタの場合と同様の結果であり、VPPFを用いた場合にも具体的な改善は見られなかった。

5.4.2 複数層に大きな剛性低下を仮定した3層モデルの各要素の推移

1層と2層に50%の大きな剛性低下を仮定したモデルに対して、VPPFを用いることで精度の高い解が得られることを期待したものの、射影フィルタを用いた場合と同様に、正解値と異なる収束解となり同定は不可能であった。ここで、

第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を43.0N/mmと設定し収束した場合の例

Fig.5.12 正則化パラメータ γ を2次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる3層フレームモデルの逆解析の推移

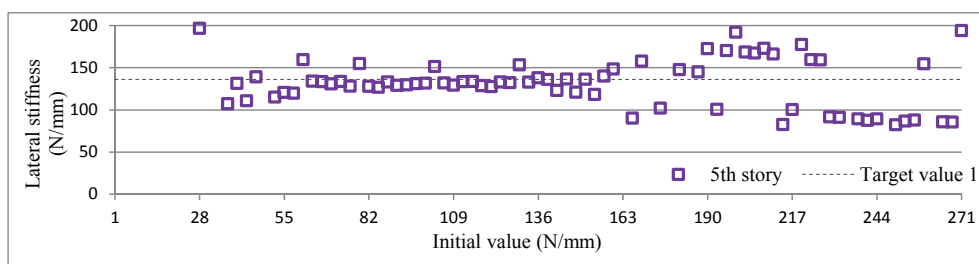
これまでと同様に感度行列に関する各値の推移の例を Fig.5.12 に示す。感度行列およびフィルタゲインの各成分は、繰り返し計算の初期で大きな変化を示し、このときの状態量は正解値と大きく異なる値へ移行し、修正されることなく収束している。こうした繰り返し計算の初期における各値の大きな変化は、VPPFのみならず、射影フィルタを用いた場合にも見られる。本逆解析では、感度行列の計算に前進差分近似を採用しており、すべての層に同じ値の初期値を設定すると、特に剛性低下を仮定した層に設定した初期値が適合せず、これが感度行列全体の変化に影響を与えることになる。こうした特性は、感度行列の差分近似計算および設定する初期値に依存するものであり、採用するフィルタに正則化パラメータのモード依存性を有し、正則化の効果のある VPPF を用いた場合にも解の精度に関しては、改善が図られなかったものと考えられる。なお、感度行列の行列式および条件数の推移も計算ステップの初期で大きな変化を示しているが、その後の繰り返し計算は安定的となっていることから、収束性だけが優先される結果となっている。

5.4.3 観測量に実測値を用いた5層モデルの逆解析結果

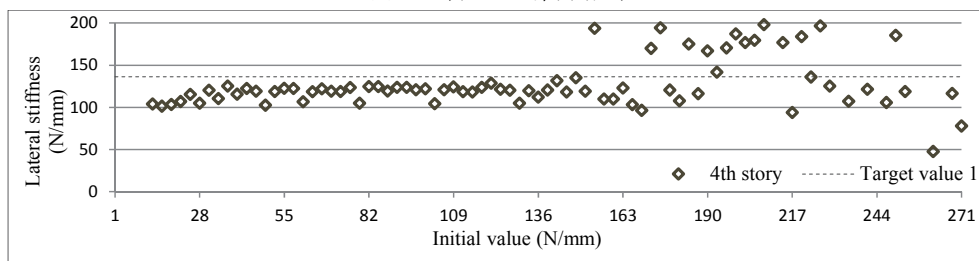
本研究で、観測量の測定に採用することにしてしている実験モード解析は、観測による誤差は極めて少ないものの、第4章で示したように5層フレームモデルの実測値を用いた逆解析では、計算値と実測値の僅かの差により、設定したすべての初期値に対して繰り返し計算が発散し、全く収束解が得られないモデルが存在した。本項では、観測量に実測値を用いた逆解析に対して、観測誤差等を考慮する項や正則化の項が含まれる VPPF を適用し、その有効性について述べることにする。なお、本項で示す逆解析にあたって、観測量は実測値、感度行列の計算は局所前進差分、正則化パラメータの計算は2次モードの固有振動数を採用し、すべての層に同じ値の初期値を設定する。

Fig.5.13 は、2層に50%の剛性低下を想定したモデル、Fig.5.14 は、3層に50%の剛性低下を想定したモデル、Fig.5.15 は5層に50%の剛性低下を想定したモデルの VPPF による逆解析結果である。ここに示すモデルは、射影フィルタを用いた場合には、すべての初期値に対して繰り返し計算が発散し、収束解を得ることができなかつたモデルである。VPPF を用いた本逆解析結果では、すべてのモデルにおいて多くの収束解が得られており、VPPF の正則化の効果が確認できる。このときの逆解析結果では、2層に剛性低下を仮定した Fig.5.13 では、収束する

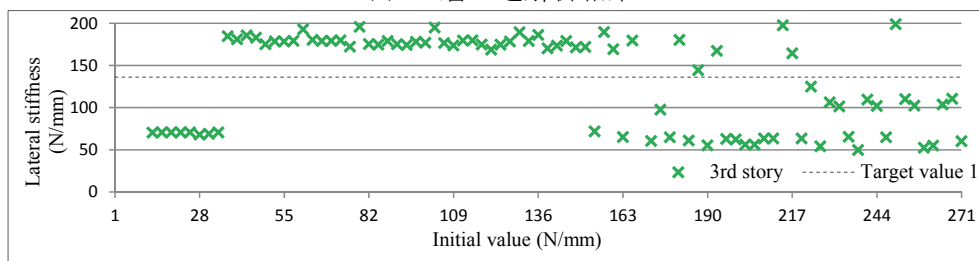
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



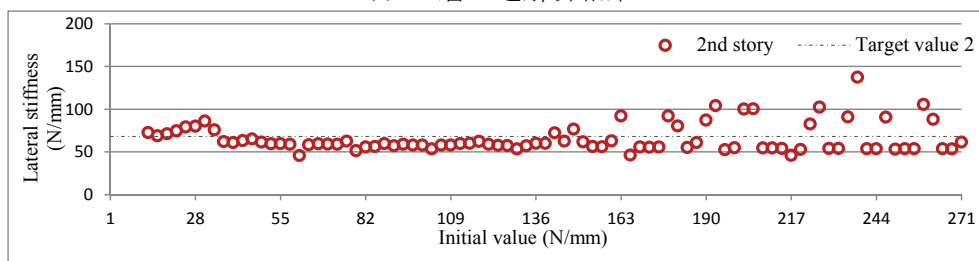
(a) 5層の逆解析結果



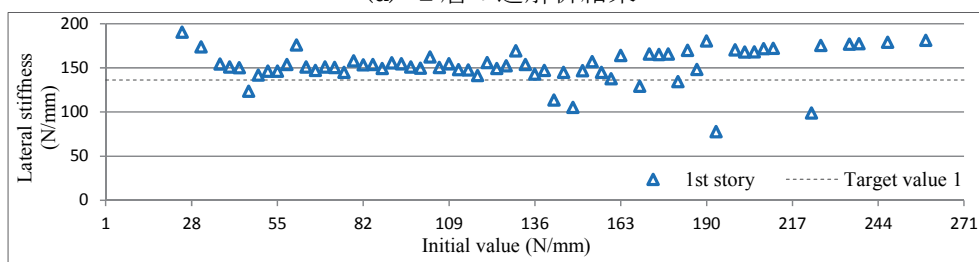
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

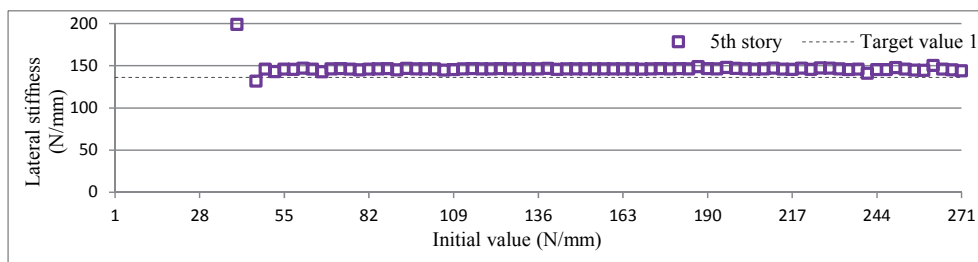


(e) 1層の逆解析結果

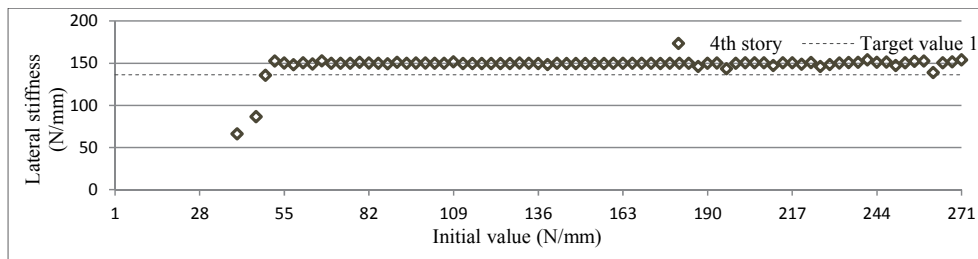
2層に50%の剛性低下を想定した実験値による例

Fig.5.13 正則化パラメータ γ を2次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる5層フレームモデルの逆解析結果

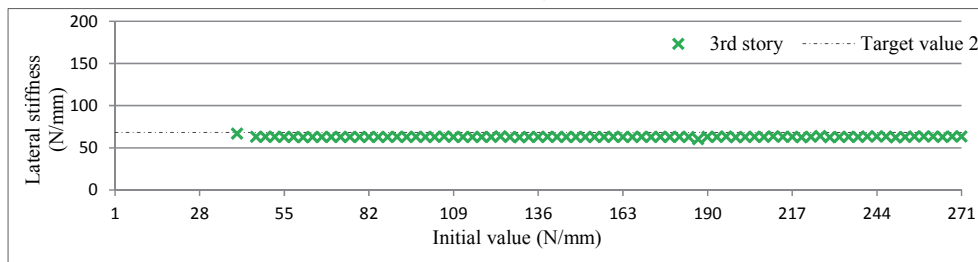
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



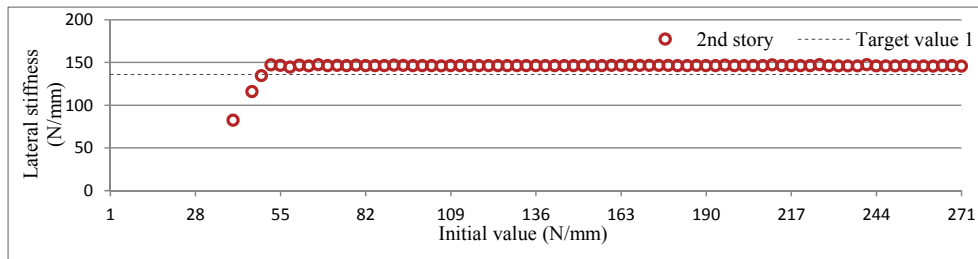
(a) 5層の逆解析結果



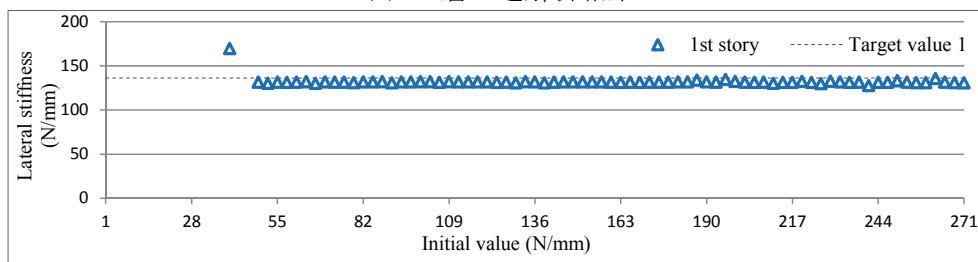
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



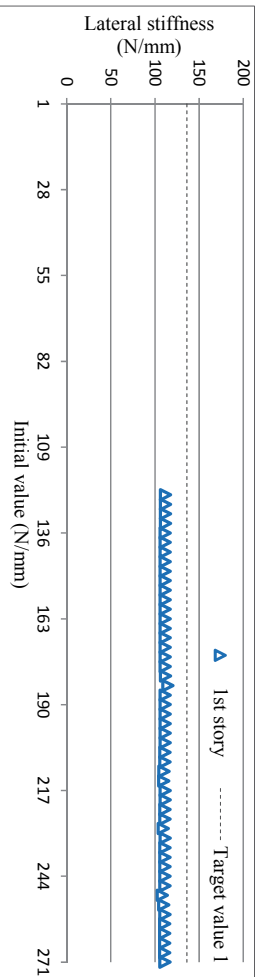
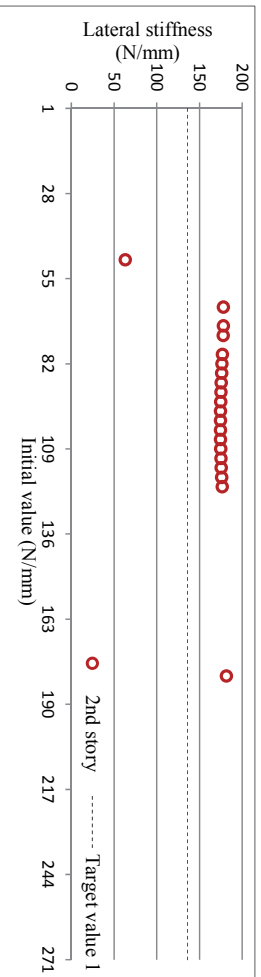
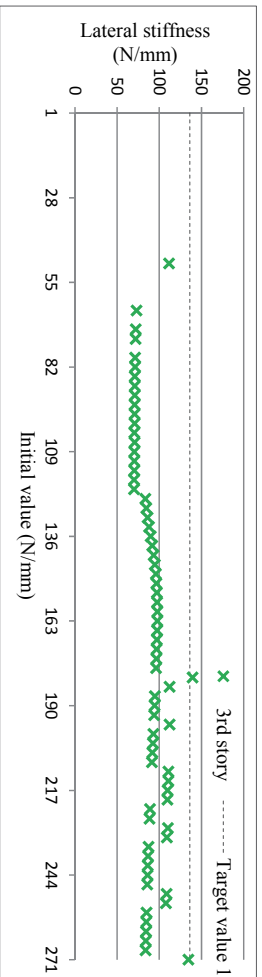
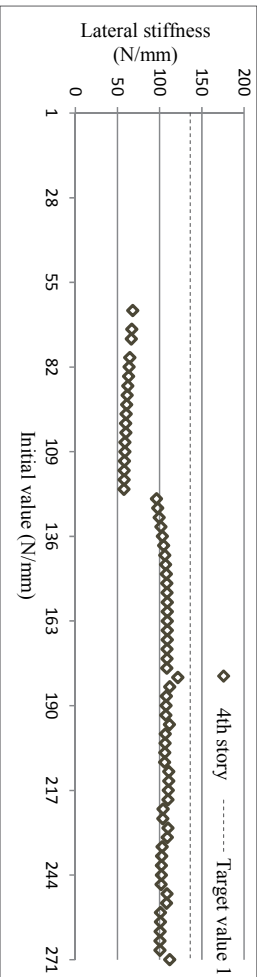
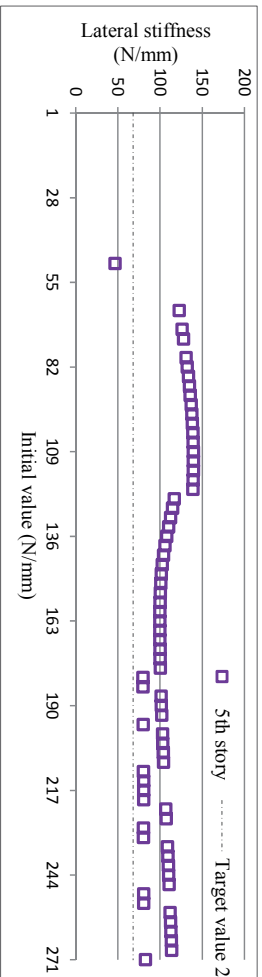
(d) 2層の逆解析結果



(e) 1層の逆解析結果

3層に50%の剛性低下を想定した実験値による例

Fig.5.14 正則化パラメータ γ を2次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる5層フレームモデルの逆解析結果



5層に50%の剛性低下を想定したモデルの例

Fig.5.15 正規化パラメータを2次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる5層フレームモデルの逆解析結果

解は得られるが、直線が形成されず解の精度は劣っており、同定は不可能と判断せざるを得ない。また、3層に剛性低下を仮定した Fig.5.14 では、精度の高い収束解による直線が描かれており、同定は可能であった。これらに対して、5層に剛性低下を仮定した Fig.5.15 では、得られた収束解はいずれも目標値と大きく離れており、同定は不可能であった。

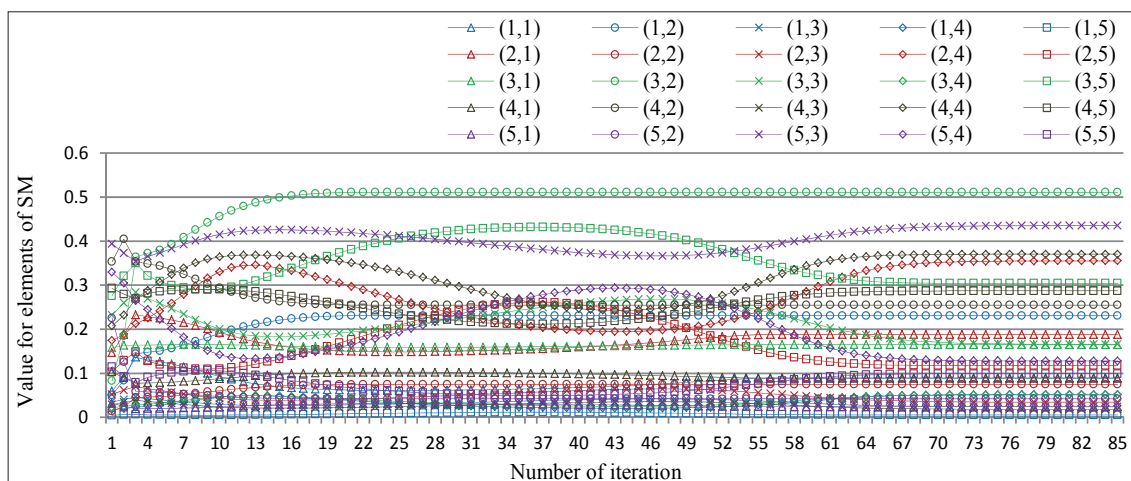
実測値を用いた逆解析において、VPPF を採用した結果、多くの初期値に対して収束解が得られ、VPPF の収束性は確認できた。一方、2層に剛性低下を想定したモデルと5層に剛性低下を想定したモデルでは、十分な精度の解を得ることができず、改善が必要である。

5.4.4 観測量に実測値を用いた5層モデルの各要素の推移

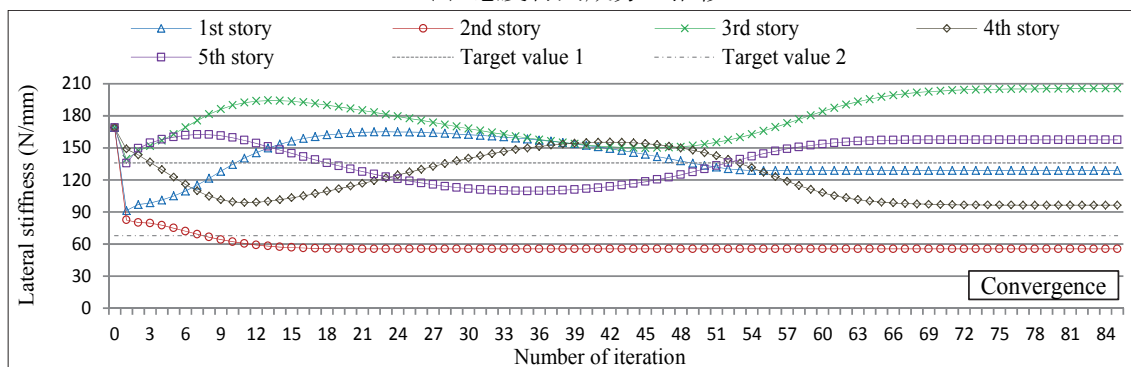
実測値を用いた VPPF による逆解析では、2層または5層に剛性低下を仮定すると同定の精度が劣ることになった。そこで、本項では、感度行列を始めとする各要素の推移を示し、本逆解析の特性について考察を加える。

Fig.5.16 に、2層に50%の剛性低下を想定した場合の各要素の推移の一例を示す。感度行列の各成分は、繰り返し計算の初期のみならず、継続的に微妙な変化を示しており、繰り返し計算が不安定であることが分かる。このとき、状態量も同様に変化を繰り返しており、これに起因して得られる収束解にバラツキが生じたものと考えられる。こうした状況に対しては、結果として収束解を得ることができているものの、正則化パラメータは感度行列の行列式および条件数と異なる傾向の推移を示しており、適切に正則化が図られていない可能性がある。ここに示す感度行列の推移から考察して、観測量に実測値を用いた場合には繰り返し計算が不安定となり、状態量も蛇行を繰り返すことで解の精度が劣ることになったと考えられる。

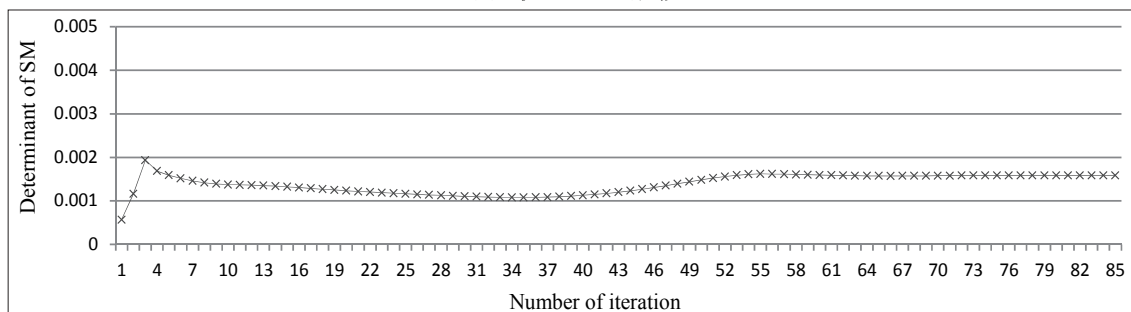
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



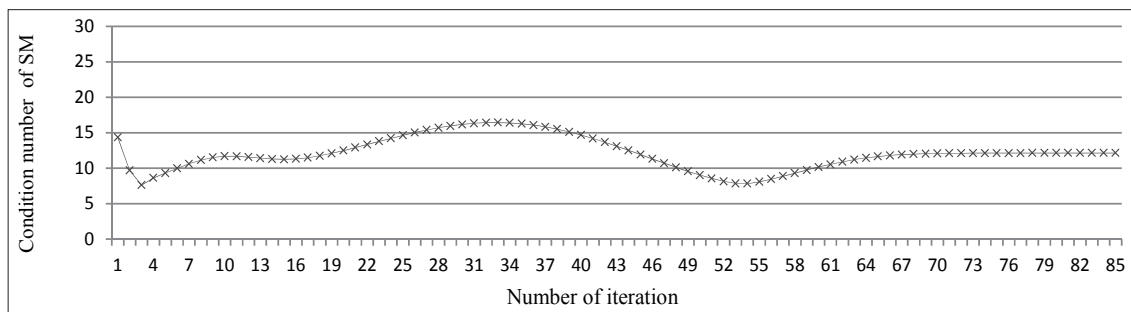
(a) 感度行列成分の推移



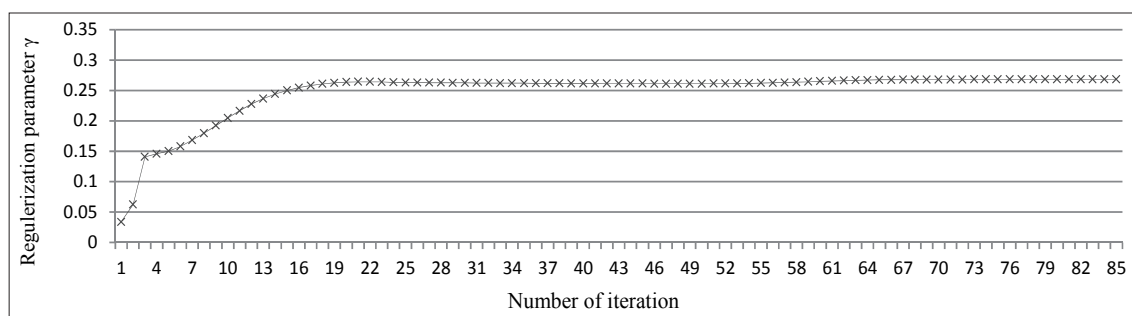
(b) 状態量の推移



(c) 感度行列の行列式の推移



(d) 感度行列の条件数の推移



(e) 正則化パラメータ γ の推移

2層に50%の剛性低下を想定したモデルに対して
初期値を169.0N/mmと設定し収束した場合の例

Fig.5.16 正則化パラメータ γ を2次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる
5層フレームモデルの逆解析の推移

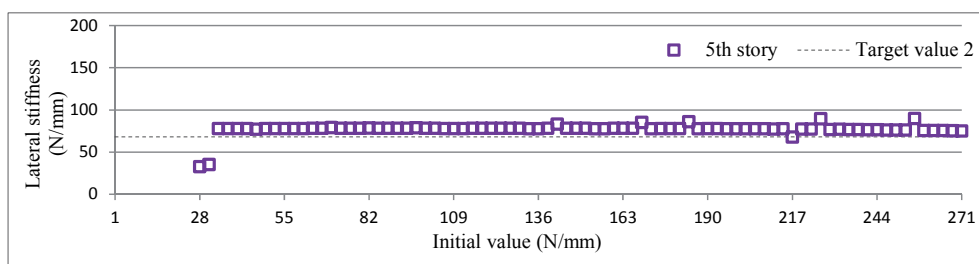
5.4.5 複数層に剛性低下を仮定した5層モデルの逆解析結果

先に示した実測値による逆解析では、僅かな実測値と計算値との差により繰り返し計算は不安定になり、VPPFによる繰り返し計算の安定性と解の精度に関する結論を示すことは困難であった。そこで本項では、複数層に剛性低下を仮定したモデルを対象に、観測量に計算値を用いた場合のシミュレーション逆解析結果を示し、VPPFの特性について、さらに検討を進めることにする。なお、ここに示す逆解析では、正則化には2次モードの固有振動数を採用し、すべての層に同じ値の初期値を設定した。

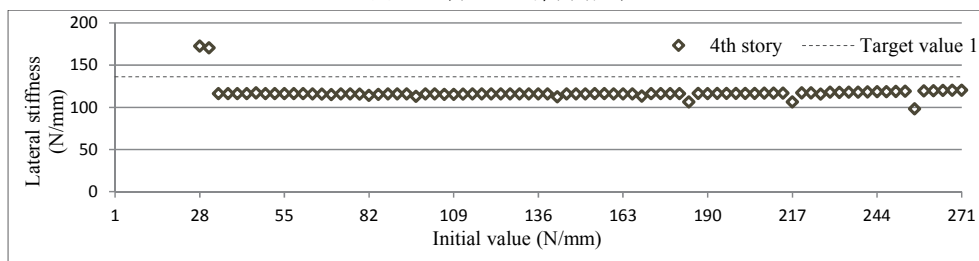
Fig.5.17は、2層と5層に50%の大きな剛性低下を仮定した場合の逆解析結果である。このモデルは、射影フィルタを用いた逆解析において、複数の収束解が得られたものの、目標値と異なる同定値が示されたモデルである。本逆解析結果においても、収束解により形成された直線は目標値と異なる値を示しており、同定は不可能である。

次に、Fig.5.18は1層と2層に50%の大きな剛性低下を仮定したモデルの逆解析結果である。このモデルは、射影フィルタによる逆解析では、いずれの初期値に対しても繰り返し計算は発散し、全く収束解を得ることができなかったモデルである。本逆解析結果では、正則化パラメータの効果により多くの初期値に対して収束解が得られている。しかし、これらの収束解は先のモデルと同様に目標値と異なる値を示しており、やはり同定は不可能である。

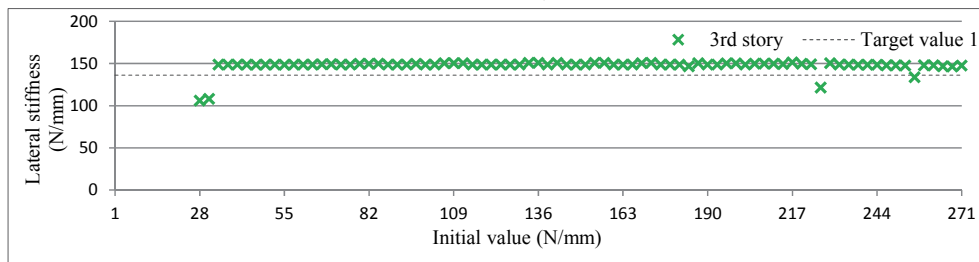
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



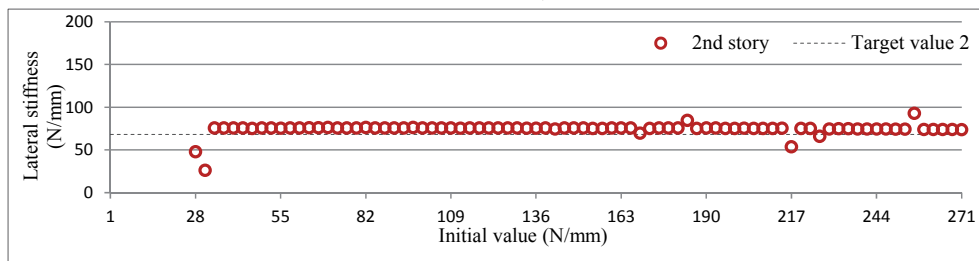
(a) 5層の逆解析結果



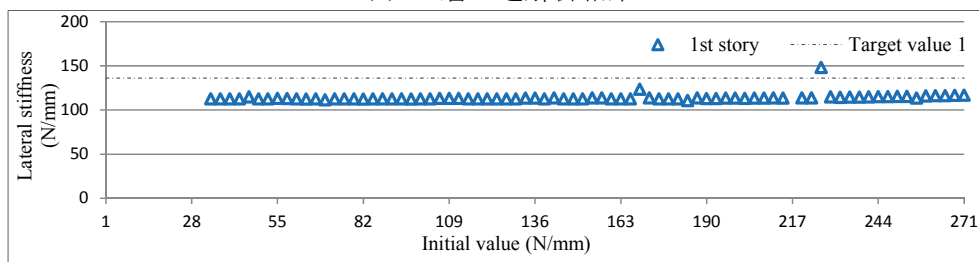
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

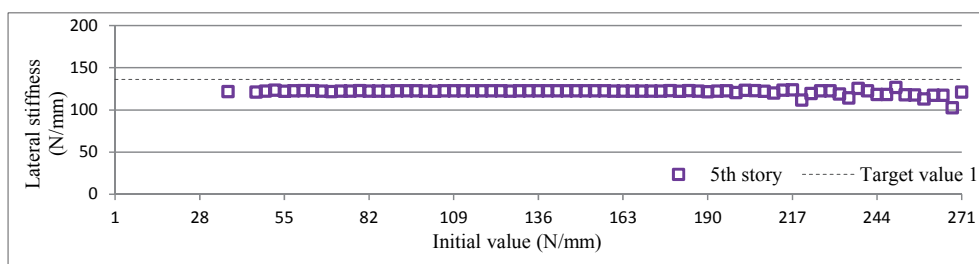


(e) 1層の逆解析結果

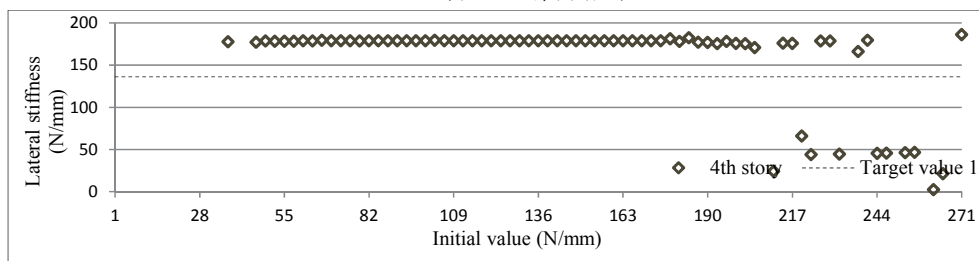
2層と5層に50%の剛性低下を仮定した計算値による例

Fig.5.17 正則化パラメータ γ を2次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる5層フレームモデルの逆解析結果

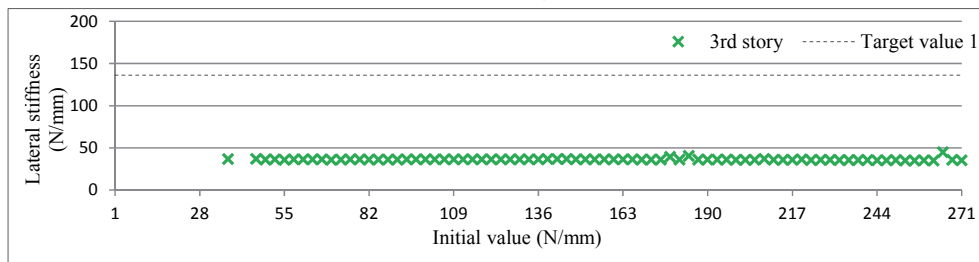
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



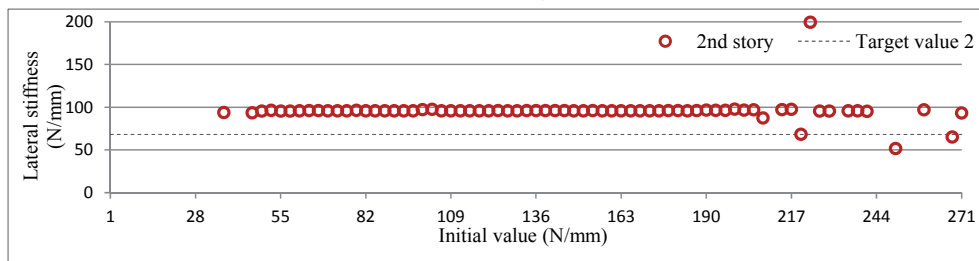
(a) 5層の逆解析結果



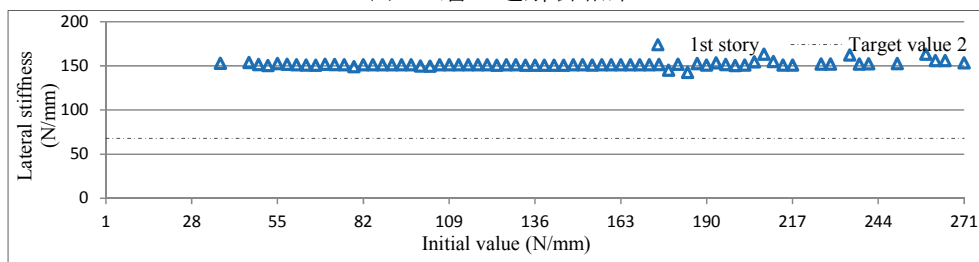
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果



(e) 1層の逆解析結果

1層と2層に50%の剛性低下を仮定した計算値による例

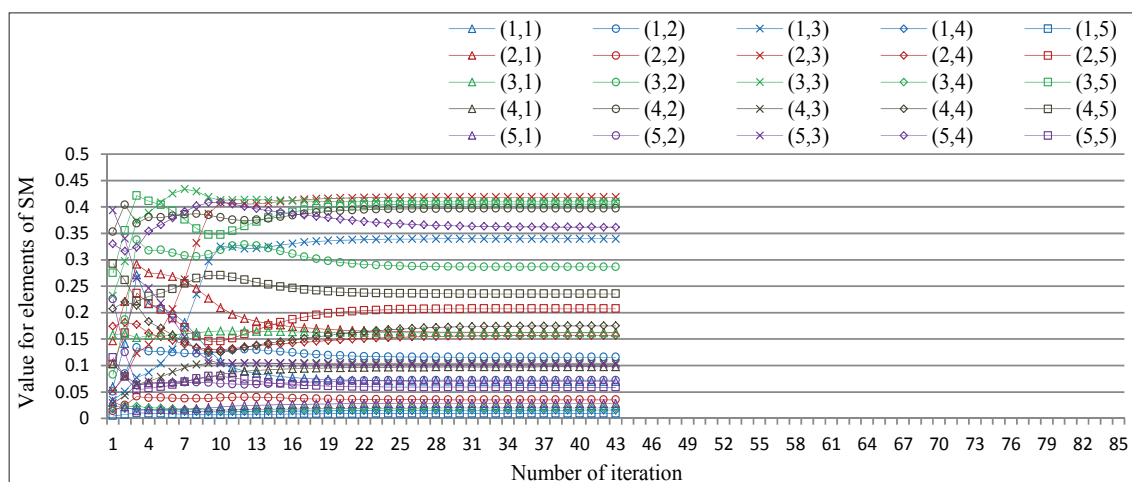
Fig.5.18 正則化パラメータ γ を2次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる5層フレームモデルの逆解析結果

これらの結果から、複数層に大きな剛性低下を仮定したモデルの VPPF による逆解析では、正則化パラメータの効果により多くの収束解が得られるものの、剛性低下の大きな問題では、目標値と異なる収束解が得られることになった。

5.4.6 複数層に剛性低下を仮定した5層モデルの各要素の推移

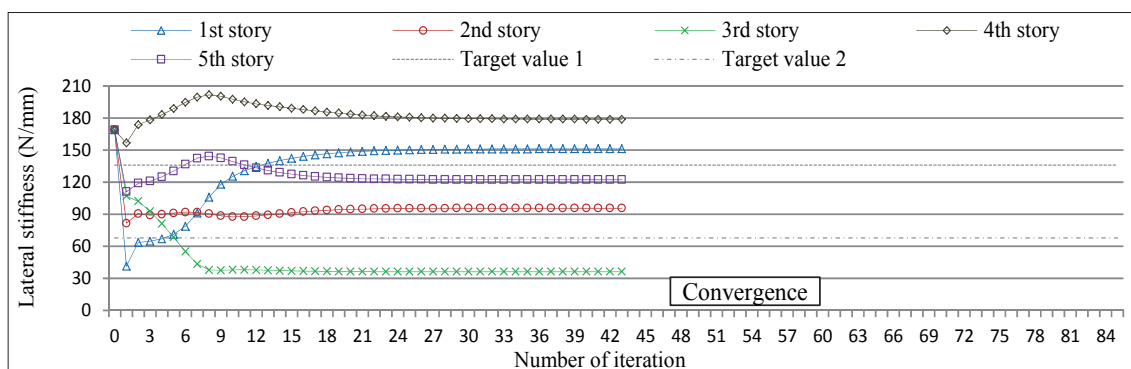
5層フレームモデルの複数層に大きな剛性低下を仮定した VPPF によるシミュレーション逆解析においても、目標値と異なる収束解が得られ、同定は不可能であった。ここに示した逆解析においても、パラメトリックスタディにより、感度行列を始めとする繰り返し計算の推移に着目することで、VPPF の特性が検討できると考えられる。

先に示した目標値と異なる収束解を得ることになったモデルのうち、1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデルの各要素の推移の例を Fig.5.19 に示す。観測量に実測値を用いた場合と同様に、感度行列の各成分は、上下が入れ替わるような変化を繰り返すことが原因で、状態量を適切にコントロールすることができず、目標値と異なる値に収束している。ここに示す感度行列の推移から、先に示した目標値と異なる収束解が得られる場合と同様の傾向が確認でき、5層フレームモデルに大きな剛性低下を仮定すると、繰り返し計算が極めて不安定となり、状態量をコントロールすることができていない。これらの結果から、本逆解析においても、前章までと同様に設定した初期値が適合していない可能性が考えられる。なお、感度行列の行列式および条件数にも微妙な変化が継続して見られるものの、正則化パラメータが適切に作用することで、繰り返し計算の安定化は図られている。

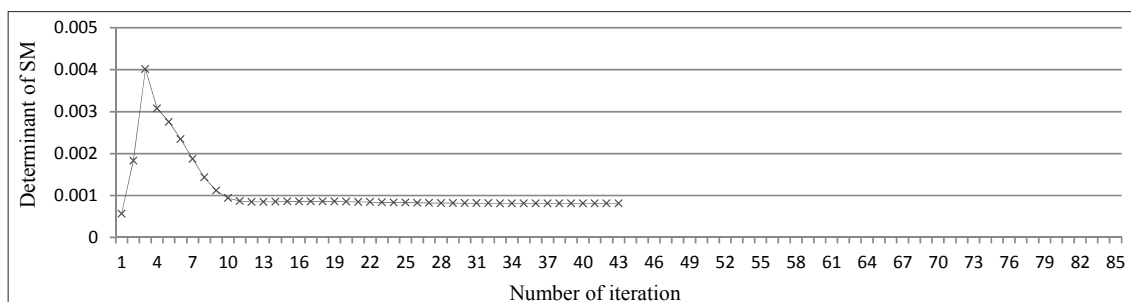


(a) 感度行列成分の推移

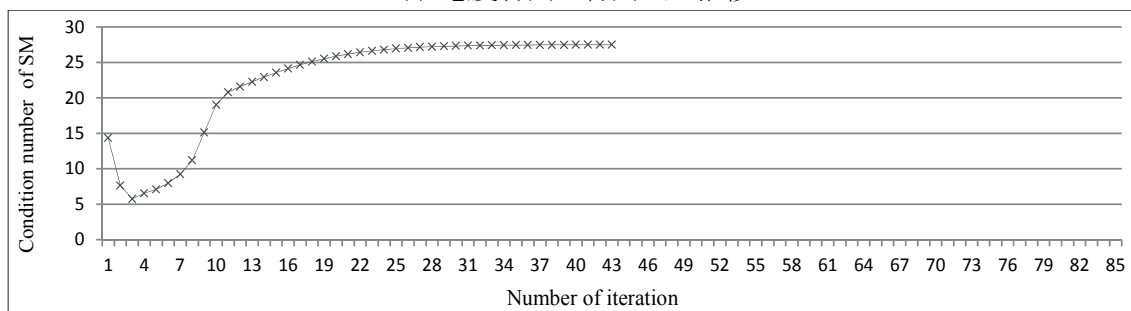
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



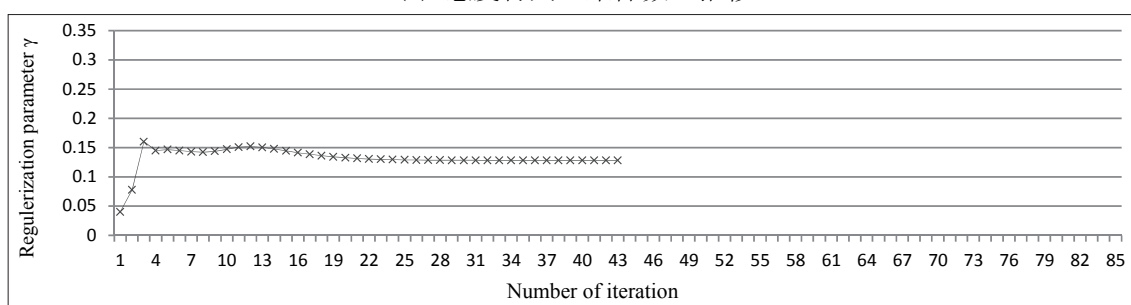
(b) 状態量の推移



(c) 感度行列の行列式の推移



(d) 感度行列の条件数の推移



(e) 正則化パラメータ γ の推移

1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を169.0N/mmと設定し収束した場合の例

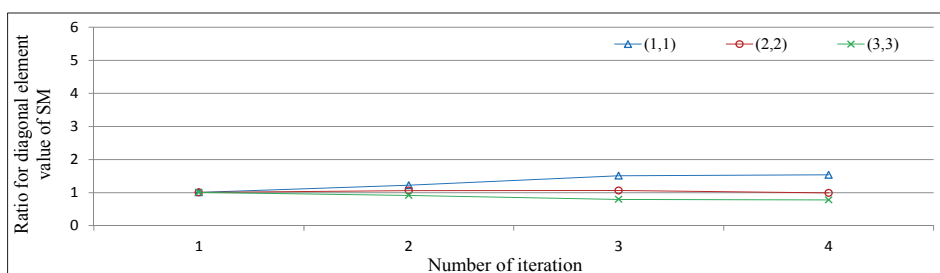
Fig.5.19 正則化パラメータ γ を2次モードの固有振動数で計算した場合のVPPFによる5層フレームモデルの逆解析の推移

5.5 初期値の設定方法を調整したときの逆解析

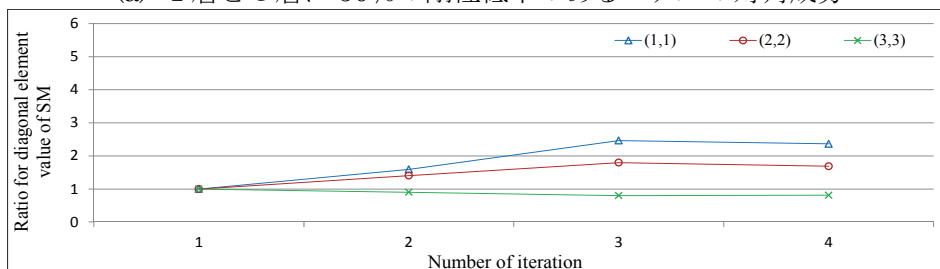
3層フレームモデルおよび5層フレームモデルに対して、VPPFを用いた逆解析を行った結果、50%の大きな剛性低下を仮定した場合には、正則化パラメータの効果により収束解の得られる初期値は複数存在するものの、それらの解は精度が劣ることになった。このときの繰り返し計算の推移に着目すると、状態量を適切にコントロールすることができておらず、その原因として、感度行列の変化が影響を与えていると推察されるものの、具体的な結論を示すことは困難であった。そこで本節では、VPPFによる逆解析に前章の射影フィルタによる逆解析で提案した計算手法である、感度行列の対角成分の推移に着目することで設定した初期値の適応しない層を検討し、この検討に基づき、設定する初期値の組み合わせに対策を施すことで、同定精度の改善を図ることとする。

5.5.1 3層フレームモデルの感度行列の推移

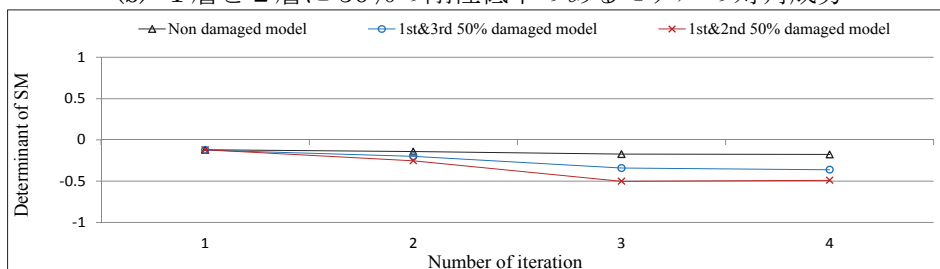
Fig.5.20に、3層フレームモデルの逆解析における、感度行列の対角成分および行列式の値および条件数の推移の一例を示す。なお、対角成分については、先にも述べたように、すべての層の水平剛性が同じ値であるモデルを逆解析したときのそれぞれの対角成分の値で除することで基準化している。図において、(a)は精度の高い同定が可能となった1層と3層に50%の剛性低下を仮定したモデル、(b)は目標値と異なる値の収束解を得ることになった、1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデルの感度行列の対角成分の推移であり、(c)は(a)および(b)における感度行列の行列式、(d)は感度行列の特異値により与えられる条件数の推移である。なお、初期値はすべての層に43.0N/mmの同じ値を設定している。繰り返し計算が適切に行われ精度の高い解が得られる場合には、いずれの要素も各計算ステップにおいて小さな変化となり、グラフ上では直線となる。しかし、ここに示す感度行列の対角成分の推移を示す図では、いずれのモデルにおいても、剛性低下を仮定した層に対応する成分に大きな変化が見られ、これらの層に設定した初期値が適合していないと推察できる。さらに、このときの感度行列の行列式の推移では、剛性低下を仮定したモデルに変化が見られ、1層と2層に剛性低下を仮定したモデルの方が、1層と3層に剛性低下を仮定したモデルよりも大きな変化を示しており、1層と2層に剛性低下を仮定したモデルの方が繰り返し計算は不安定であることが分かる。なお、感度行列の条件数においても、同様の傾向が確認できる。



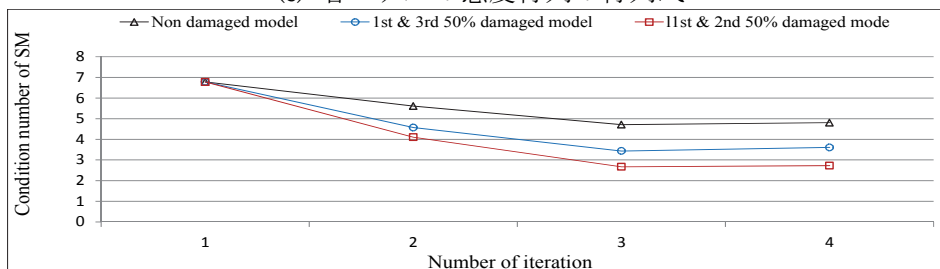
(a) 1層と3層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



(b) 1層と2層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



(c) 各モデルの感度行列の行列式



(d) 各モデルの感度行列の条件数

複数層に50%の剛性低下を仮定したモデルの例 (初期値 43.0)

Fig.5.20 同じ初期値を設定し VPPF (2次モード) を用いた場合の3層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分と行列式および条件数の推移

5.5.2 設定する初期値を工夫したときの3層モデルの逆解析

前項では、すべての層に同じ値の初期値を設定し、感度行列の対角成分の推移に着目することで、初期値の適応していない層を検討した。本項では、この検討に基づき、各層に設定する初期値の組み合わせを工夫することで、逆解析の精度の向上を試みる。Fig.5.21に、3層フレームモデルの複数層に剛性低下を仮定したモデルの逆解析結果の一例として、1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデルの結果を示す。本モデルは、すべての層に同じ初期値を設定した場合には、目標値と異なる収束解が得られたモデルであり、本逆解析では、2層に1層と3層の半分の初期値を設定している。初期値の設定方法を調整することで、収束解によるプロットは目標値近傍に描かれ、同定が可能となっている。

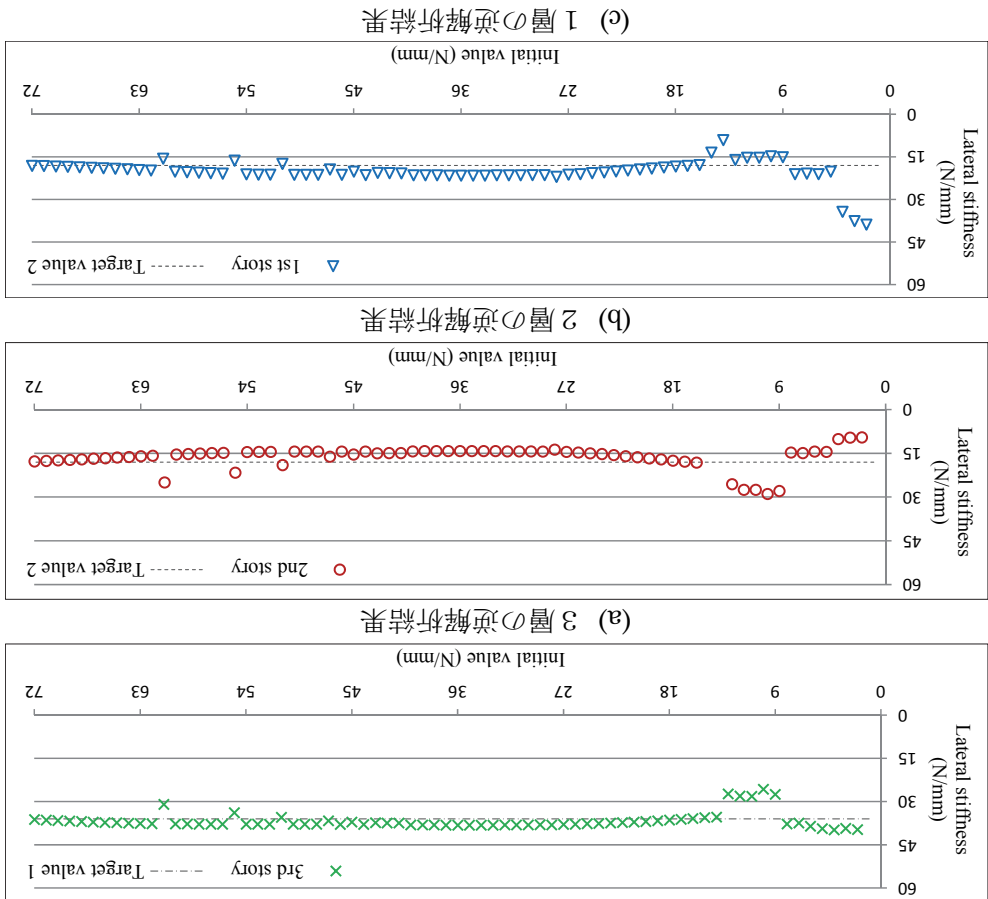
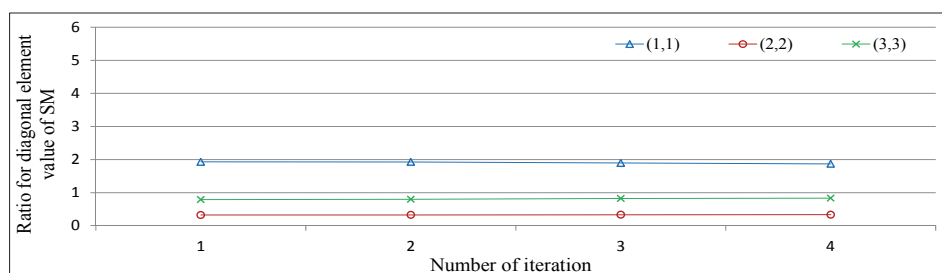
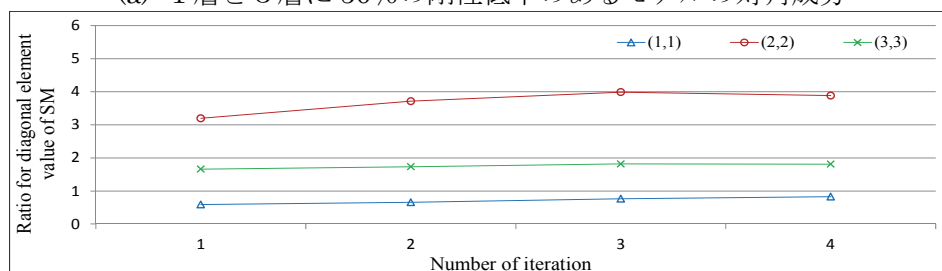


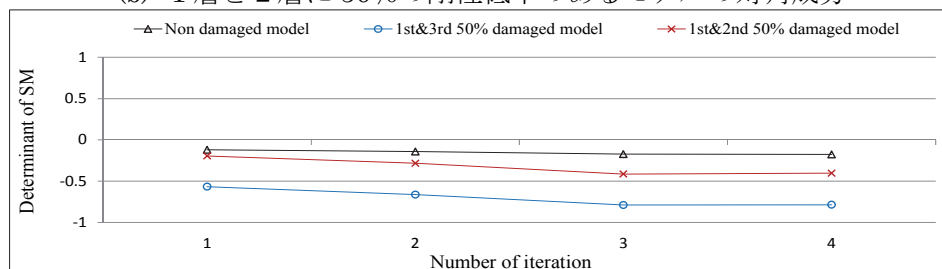
Fig.5.21 初期値の組合せを調整したVPPF (2次モード)による3層フレームモデルの逆解析結果



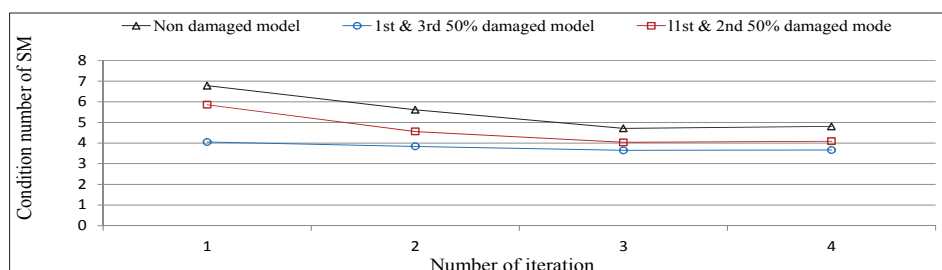
(a) 1層と3層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



(b) 1層と2層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



(c) 各モデルの感度行列の行列式



(d) 各モデルの感度行列の条件数

複数層に50%の剛性低下を仮定したモデルの例（初期値 43.0-21.5）

Fig.5.22 初期値の設定方法を調整したときの VPPF（2次モード）を用いた場合の3層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分と行列式および条件数の推移

このときの感度行列の対角成分および行列式の値と条件数の推移を Fig.5.22 に示す。ここに、(a)は1層と3層に50%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析において、1層と3層に設定する初期値を他の層に設定する初期値の半分の値

とした場合であり、(b)は1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析において、2層に設定する初期値を他の層の半分の値とした場合の推移である。感度行列の対角成分、(c)に示した行列式および(d)に示した条件数の推移は、いずれのモデルにおいても各フィルタリングステップでの変化が抑制されており、初期値の設定方法を調整した効果が確認できる。3層モデルにおいて、本研究で提案する逆解析の計算手法が有効であることが示された。

これからも分かるように、精度の高い解を得るためには、感度行列の基準化した対角成分と感度行列の行列式の値、および感度行列の条件数が計算ステップ初期において、極力変化しないように初期値を設定することであると推察される。

5.5.3 5層フレームモデルの感度行列の推移

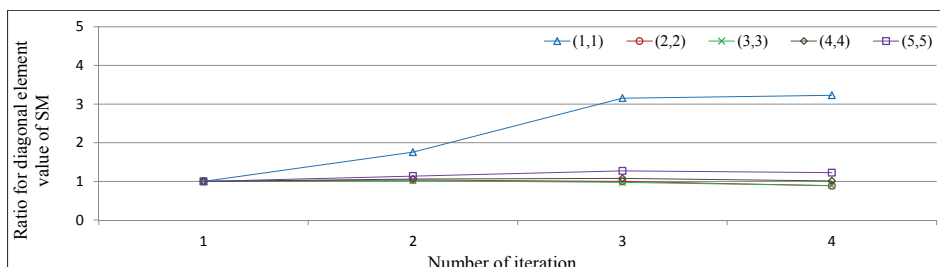
5層フレームモデルの逆解析において、観測量に実測値を採用した場合は、繰り返し計算の安定性と解の精度に影響を与える要因として、初期値の設定方法のみならず、実測値に含まれる誤差の影響が挙げられる。また、複数層に剛性低下を仮定したシミュレーション逆解析では、感度行列の計算において、剛性低下を仮定した層の変化が他の層の変化にも影響を与える可能性が考えられる。そこで、本項では、5層フレームモデルの逆解析を対象に、剛性低下を仮定する層および剛性低下の大きさが感度行列の対角成分および行列式の値と条件数の推移に与える影響を示す。

(a) 観測量に実測値を採用した場合

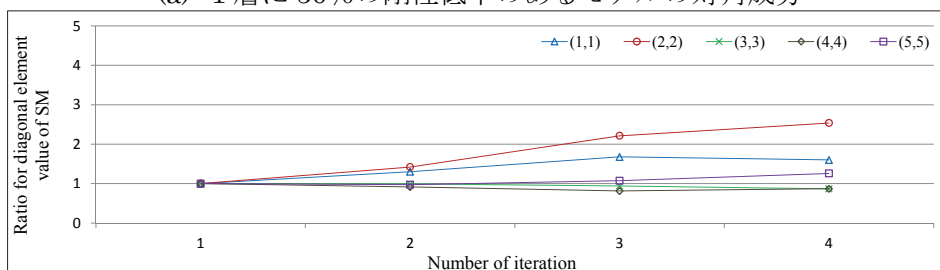
観測量に実測値を採用し、5層フレームモデルの各層に50%の剛性低下を想定したモデルの逆解析における、感度行列の対角成分および各要素の推移の一例を Fig.5.23 に示す。ここに(a)は1層、(b)は2層、(c)は3層、(d)は5層に剛性低下を想定したモデルの対角成分の推移であり、(e)は各モデルの感度行列の行列式、(f)は感度行列の条件数の推移である。(a)~(d)に示す対角成分の推移では、剛性低下を仮定した層に対応する成分に比較的大きな変化が見られることから、フィルタゲインに様々な項を含む VPPF を用いた本逆解析においても、感度行列の対角成分の推移に着目することで、設定した初期値が適合していない層の検討が可能であると推察できる。なお、このときの感度行列の行列式および条件数の推移では、射影フィルタの場合と比較して、いずれのモデルにおいても明

第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析

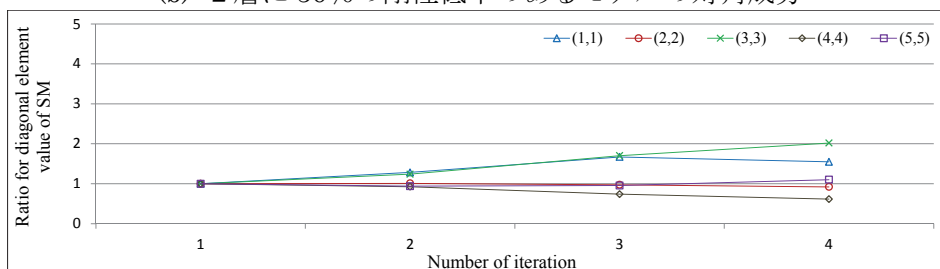
らかに変化は穏やかになっている。これは、逆解析に VPPF を用いることで正則化が図られ、繰り返し計算が比較的安定的になったためと考えられ、こうした結果からも正則化の効果が確認できる。



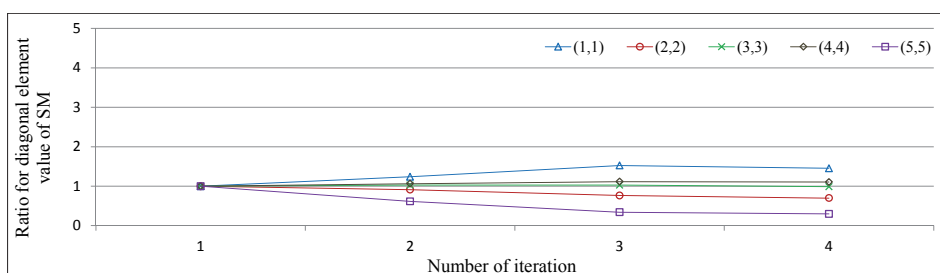
(a) 1層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



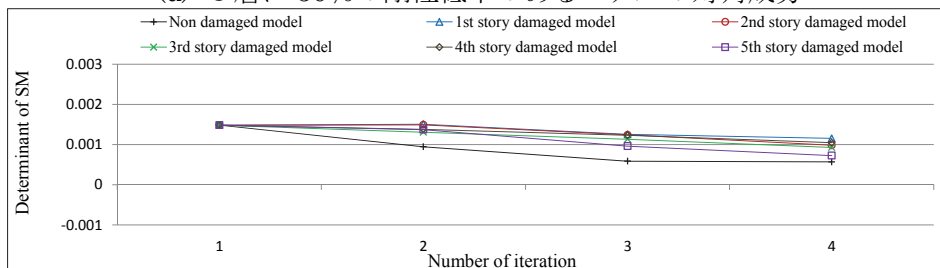
(b) 2層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



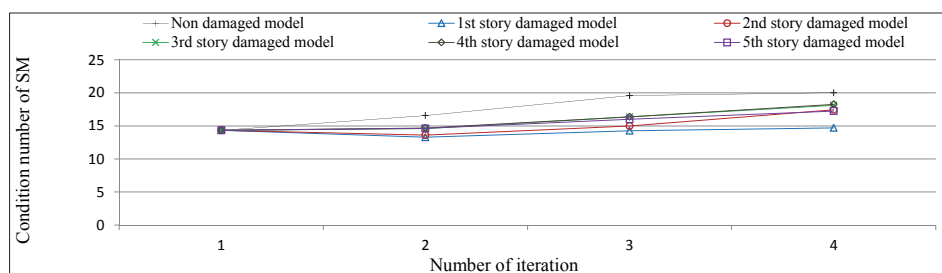
(c) 3層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



(d) 5層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



(e) 各モデルの感度行列の行列式



(e) 各モデルの感度行列の条件数

各層に 50%の剛性低下を想定したモデルの例 (初期値 115.0)

Fig.5.23 同じ初期値を設定し VPPF (2次モード) を用いた場合の 5層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分と行列式および条件数の推移

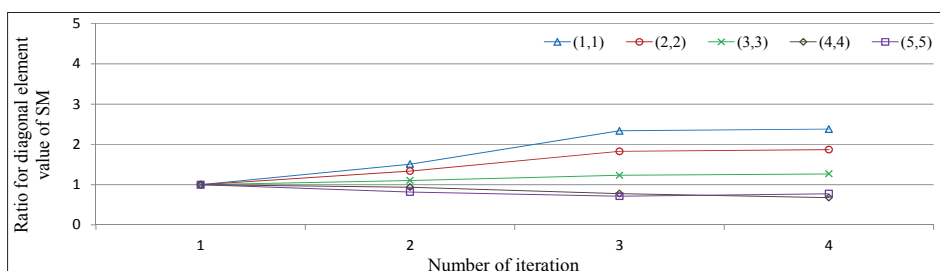
(b) 複数層に剛性低下を仮定した場合

5層フレームモデルの複数層に剛性低下を仮定した逆解析では、感度行列の対角成分の変化が複数の層の変化に影響を与えることが想定される。そこで、Fig.5.24 に複数層に大きな剛性低下を仮定した場合の感度行列の対角成分と行列式および条件数の推移を示す。図において、(a)は1層と2層に40%の剛性低下を仮定したモデル、(b)は1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデル、(c)はFig.5.8に示した2層と5層に40%の剛性低下を仮定したモデル、(d)はFig.5.17に逆解析結果を示した2層と5層に50%の剛性低下を仮定したモデルのそれぞれの対角成分の推移であり、(e)はこれらの感度行列の行列式、(f)は感度行列の条件数の推移である。なお、初期値はすべての層に同じ値である 115.0N/mm を設定している。ここに示すモデルは、いずれも収束解は得られたものの、精度の高い解が得られたのは、(c)に示す2層と5層に40%の剛性低下を仮定した場合のみであり、これ以外は設計値と異なる収束解となった場合である。感度行列の対角成分の推移では、剛性低下を仮定した複数層に対応する要素の変化が大きく、また設定した剛性低下が大きいくほど、その変化量大きい。ところで、先に示した単一の層に剛性低下を仮定した場合の対角成分の推移と比較すると、剛性低下を仮定していない層に対応する要素にも若干の変化が見られる。これは、感度行列の計算において、複数層に剛性低下を仮定すると、剛性低下を仮定した層以外の要素の計算にも互いに影響を与えていることを意味しており、本モデルの繰り返し計算の困難さが確認できる。さらに、感度行列の行列式および条件数の推移では、射影フィルタの場合と比較すると、逆解析に VPPF を用

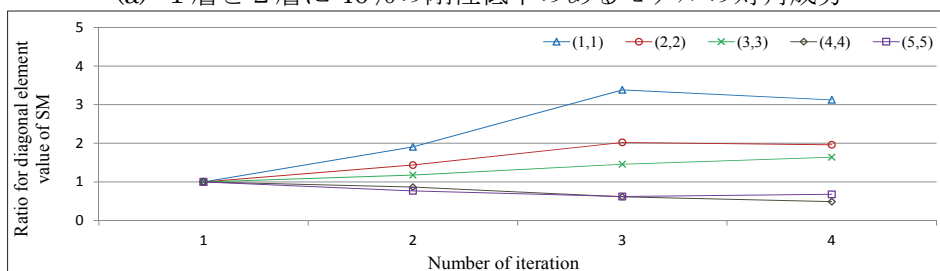
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析

いることでその変化は穏やかとなり、改善は見られるものの、剛性低下の大きなモデルの方がその変化は大きく、こうした面からも繰り返し計算が困難であることが分かる。

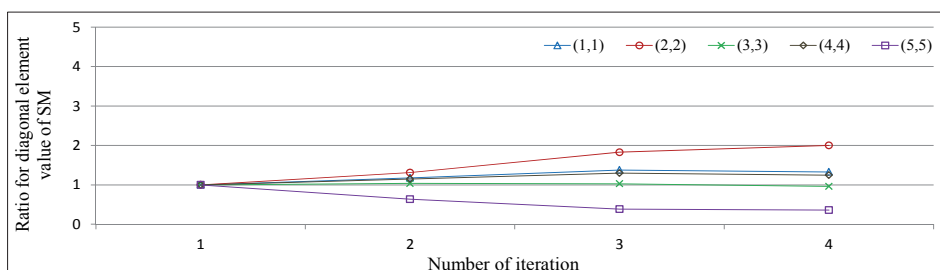
5層フレームモデルを対象とした VPPF による逆解析において、感度行列の対角成分の推移に着目することで、剛性低下を仮定した層に対応する要素に大きな変化が見られた。これにより、射影フィルタを用いた逆解析手法により提案した、剛性低下を仮定する層と感度行列の対角成分の推移の関係を VPPF にも適用することができ、各層に設定した初期値の適応性の検討が可能であると言える。



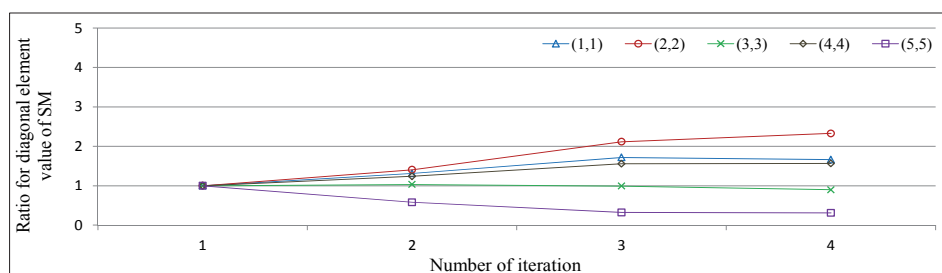
(a) 1層と2層に40%の剛性低下のあるモデルの対角成分



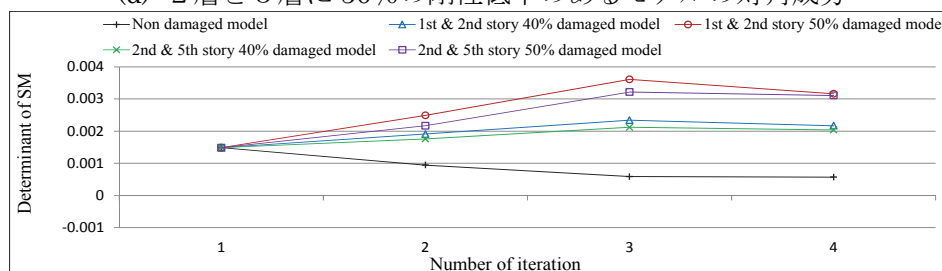
(b) 1層と2層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



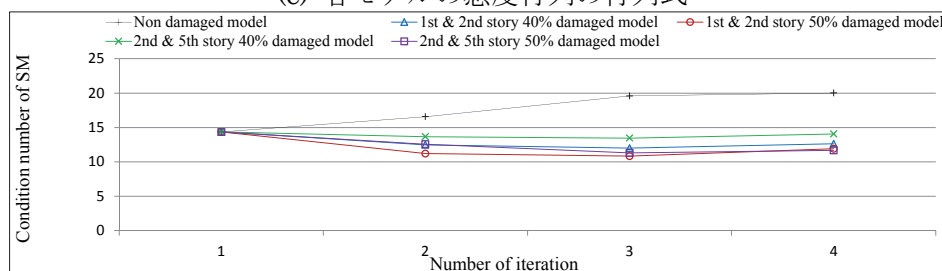
(c) 2層と5層に40%の剛性低下のあるモデルの対角成分



(d) 2層と5層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



(e) 各モデルの感度行列の行列式



(f) 各モデルの感度行列の条件数

複数層に剛性低下を仮定したモデルの例 (初期値 115.0)

Fig.5.24 同じ初期値を設定し VPPF (2次モード) を用いた場合の5層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分と行列式および条件数の推移

5.5.4 設定する初期値を工夫したときの5層モデルの逆解析

前項までに示した感度行列の推移に着目した検討に基づき、本項では、設定する初期値の組み合わせを調整した場合の、5層フレームモデルの VPPF による逆解析結果および感度行列の推移を示し、本論で提案する計算手法の有効性について検証する。

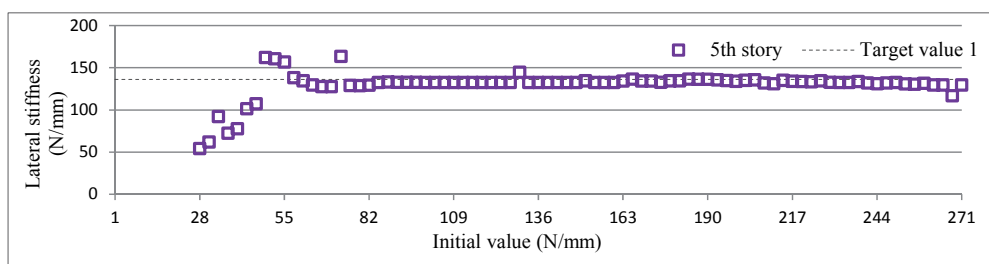
(a) 観測量に実測値を採用した場合

観測量に実測値を採用し、5層フレームモデルの各層に50%の剛性低下を想定したモデルの逆解析において、前章までと同様に、剛性低下層に設定する初期値を他の層の半分の値としたときの逆解析結果の一例を Fig.5.25 および Fig.5.26 にそれぞれ示す。Fig.5.25 は、すべての層に同じ初期値を設定した場合には、得られる収束解にバラツキが見られ、同定の精度が劣ることになった2層に50%の剛性低下を想定したモデルの逆解析結果である。多くの初期値に対して、精度の高い収束解が得られ、これらによる直線は目標値近傍に描かれており、本モデルに対しては明らかな改善が見られ、同定は可能である。これに対して、すべての層に同じ値の初期値を設定した場合には、繰り返し計算が極めて不安定であった5層に50%の剛性低下を想定した Fig.5.26 では、いくらかの改善は見られるものの、収束解の精度は十分とは言えず、同定は不可能と判断する結果となった。

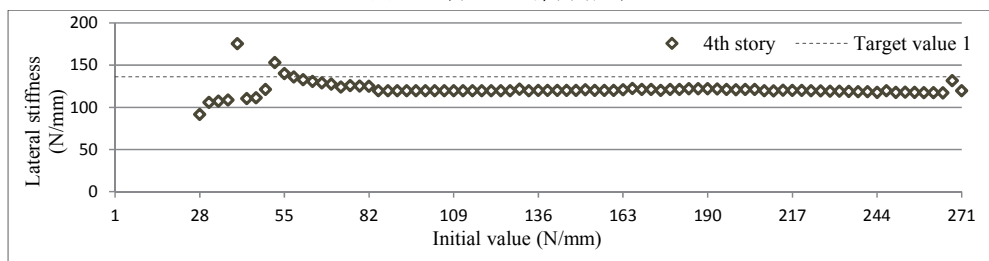
このときの感度行列の対角成分と行列式および条件数の推移の例を Fig.5.27 に示す。ここに、(a)は1層に剛性低下を仮定したモデル、(b)は Fig.5.25 に逆解析結果を示した2層に剛性低下を仮定したモデル、(c)は3層に剛性低下を仮定したモデル、(d)は Fig.5.26 に逆解析結果を示した5層に剛性低下を仮定したモデルのそれぞれの逆解析において、剛性低下を想定した層の初期値を他の層の半分の値に設定した場合の感度行列の対角成分の推移である。いずれのモデルにおいても、対角成分の推移は穏やかになっており、初期値の設定方法に対策を施すことで、感度行列の対角成分の値は、各フィルタリングステップでの変化を小さくすることができた。他方、(e)に示す感度行列の行列式および(f)に示す感度行列の条件数の推移では、特に5層に剛性低下を想定したモデルでは、すべての層に同じ値の初期値を設定した場合と比較して変化は大きくなっている。これは、各層に設定する初期値に差をつけることで、対角成分の推移は穏やかになったものの、対角成分以外の要素の変化が、結果として感度行列全体の変化に影響を与えたものと考えられる。

前章までと同様に、剛性低下層の初期値を他の層の半分に設定した初期値の組み合わせは、本モデルに最適な組み合わせとなっていないものと推察され、本節の後半にてさらに検討した結果を示すことにする。

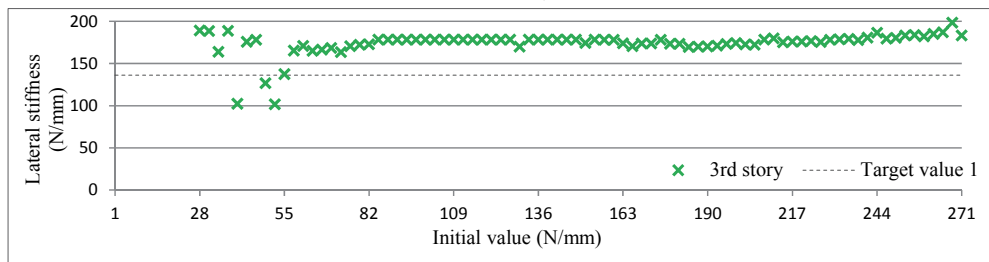
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



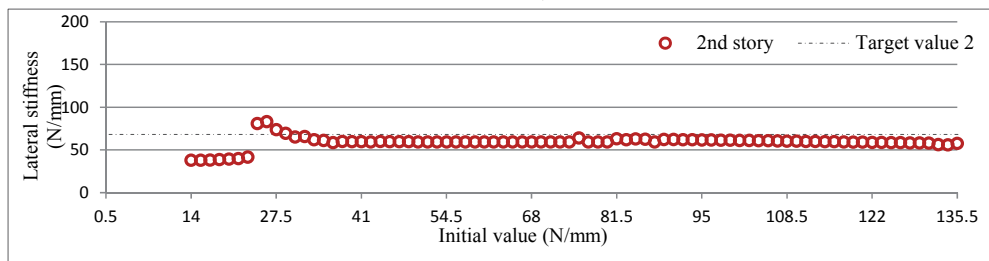
(a) 5層の逆解析結果



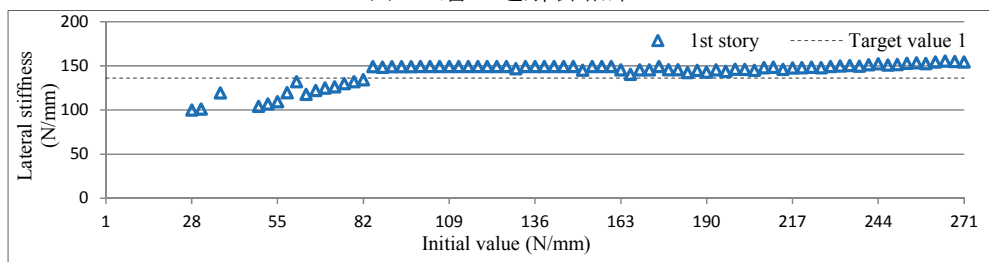
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

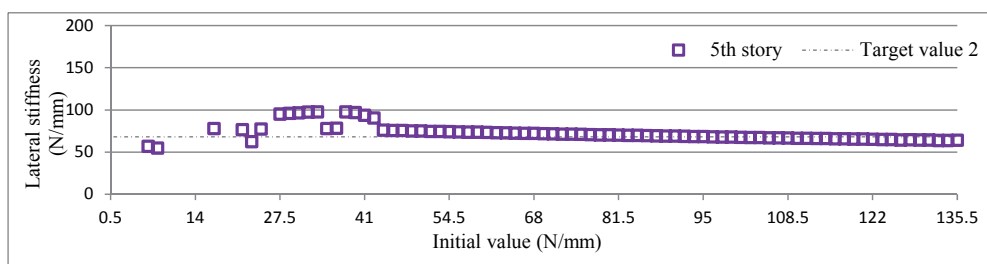


(e) 1層の逆解析結果

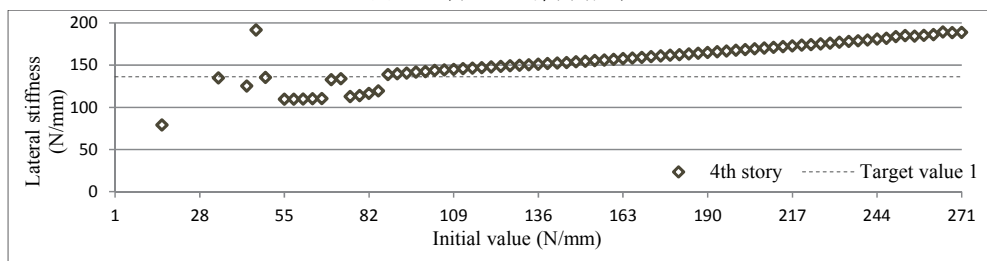
2層に50%の剛性低下を想定したモデルの例（2層に他の層の50%の初期値）

Fig.5.25 初期値の組合せを調整したVPPF（2次モード）による5層フレームモデルの逆解析結果

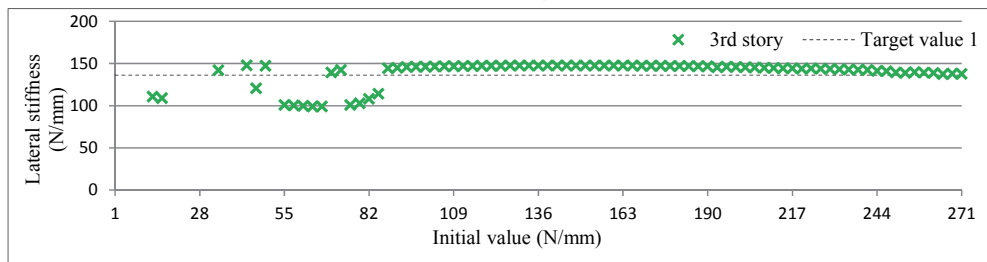
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



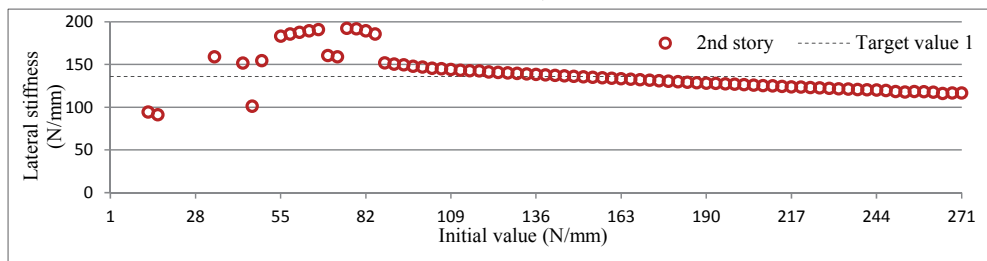
(a) 5層の逆解析結果



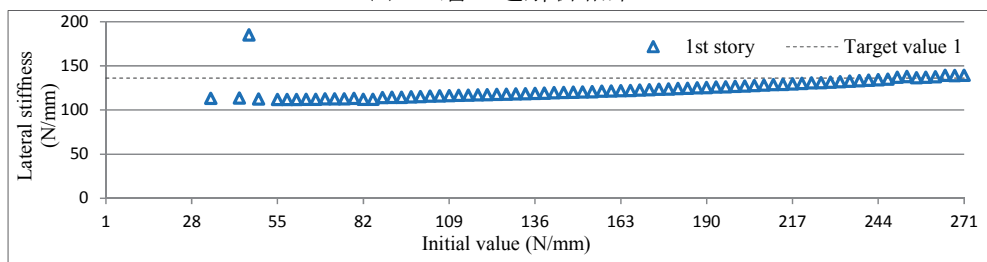
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

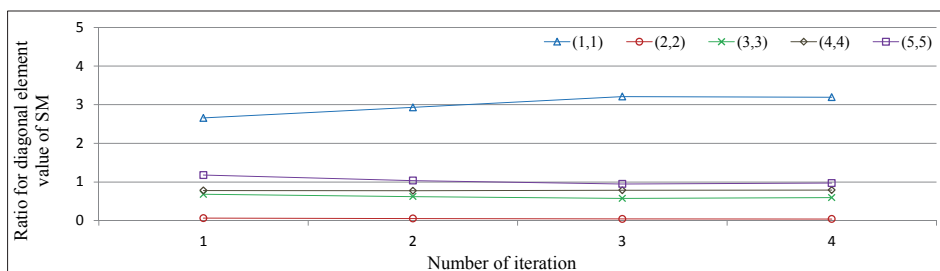


(e) 1層の逆解析結果

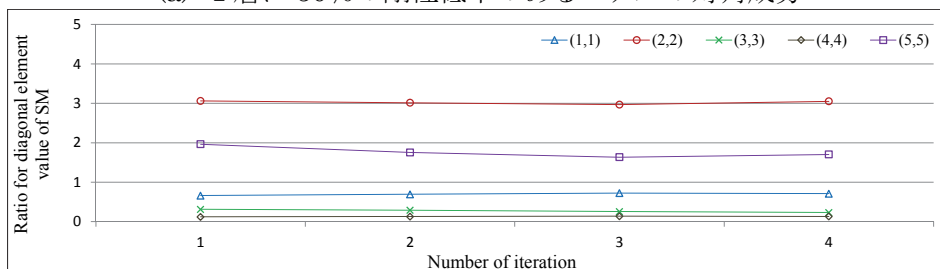
5層に50%の剛性低下を想定したモデルの例（5層に他の層の50%の初期値）

Fig.5.26 初期値の組合せを調整したVPPF（2次モード）による5層フレームモデルの逆解析結果

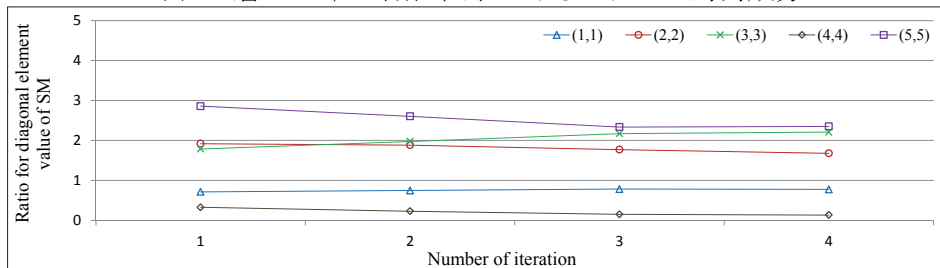
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



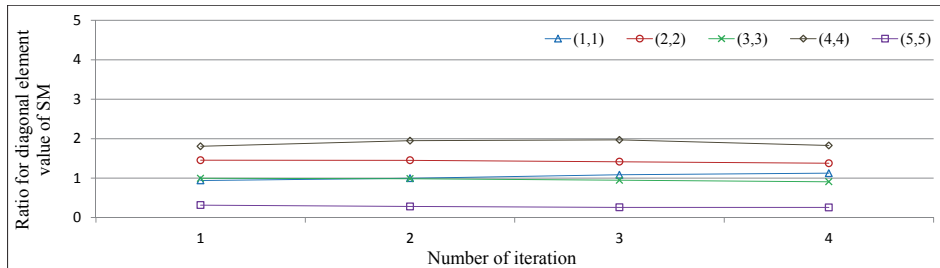
(a) 1層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



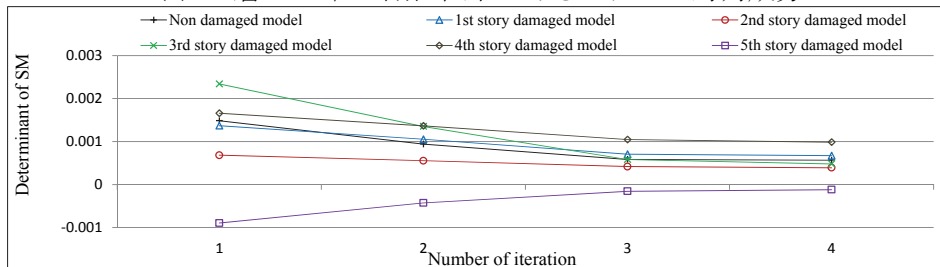
(b) 2層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



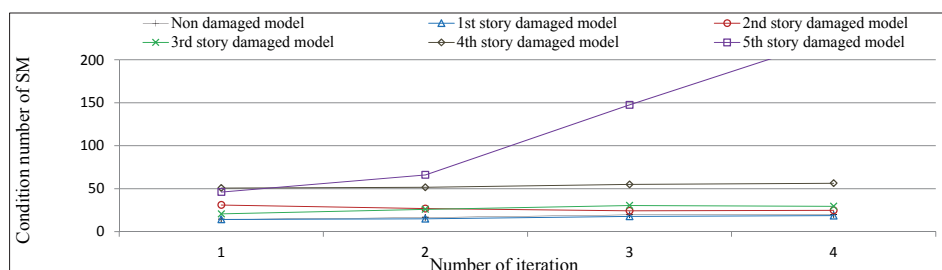
(c) 3層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



(d) 5層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



(e) 各モデルの感度行列の行列式



(e) 各モデルの感度行列の条件数

各層に 50%の剛性低下を想定したモデルの例 (初期値 115.0-57.5)

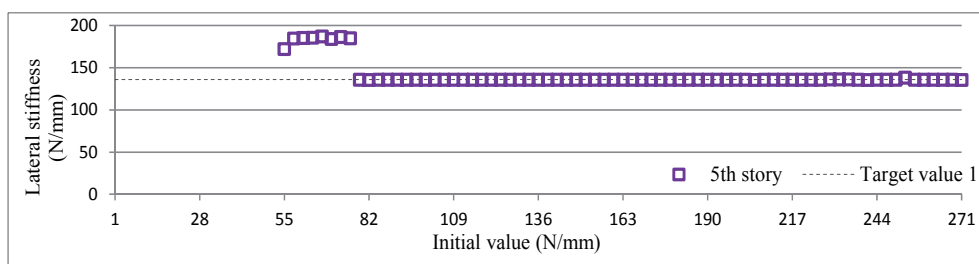
Fig.5.27 初期値の設定方法を調整したときの VPPF (2次モード) を用いた場合の 5 層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分と行列式および条件数の推移

(b) 複数層に剛性低下を仮定した場合

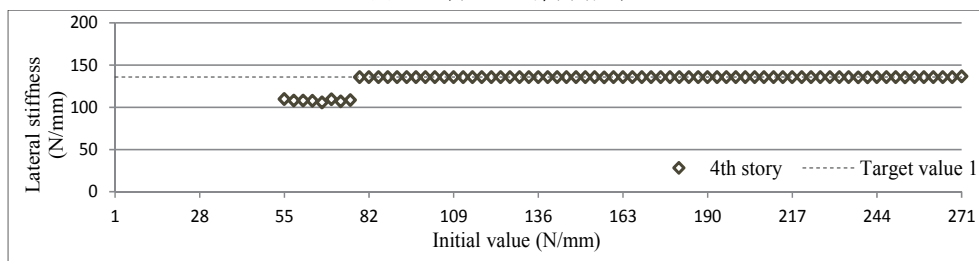
複数層に大きな剛性低下を仮定した場合の感度行列の推移では、相互に影響を与えることで、剛性低下を仮定していない層の要素にも変化が見られたことから、モデルに適合する初期値の設定が困難となることが想定される。そこで、複数層に大きな剛性低下を仮定したモデルの逆解析において、感度行列の対角成分に着目した検討に基づき、剛性低下を仮定した層に設定する初期値を他の層の半分の値としたときの逆解析結果を Fig.5.28 および Fig.5.29 に示す。ここに、Fig.5.28 は 1 層と 2 層に 50%の剛性低下を仮定したモデル、Fig.5.29 は 2 層と 5 層に 50%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析結果であり、すべての層に同じ値の初期値を設定した場合には、目標値と異なる収束解を得ることになったモデルである。いずれの逆解析結果においても、解析の精度は改善され、目標値近傍にプロットによる直線が形成されていることから、同定は可能と言える。

このときの、感度行列の対角成分、行列式および条件数の推移を Fig.5.30 に示す。(a)は 1 層と 2 層に 50%の剛性低下を仮定したモデル、(b)は 2 層と 5 層に 50%の剛性低下を仮定したモデルの基準化した対角成分の推移であり、(c)、(d) はこれらの感度行列の行列式および条件数の推移である。対角成分の推移を見ると、すべての層に同じ値の初期値を設定した場合には、複数の要素に変化が見られたのに対して、ここに示す図では、初期値の設定方法を調整したことで、いずれの要素にも変化はほとんど見られず、繰り返し計算の安定性は明らかに改善されている。(c)に示す感度行列の行列式の推移では、若干の変化は見られ

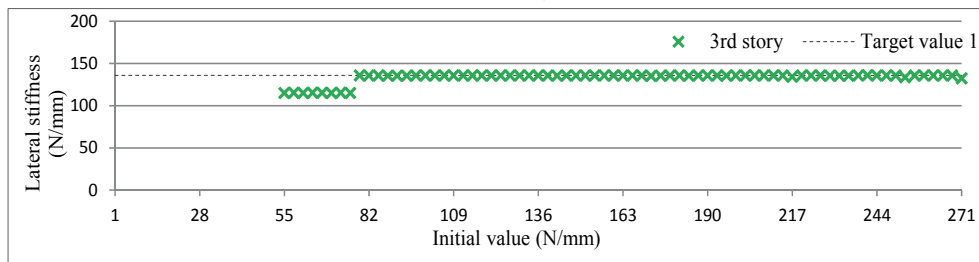
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



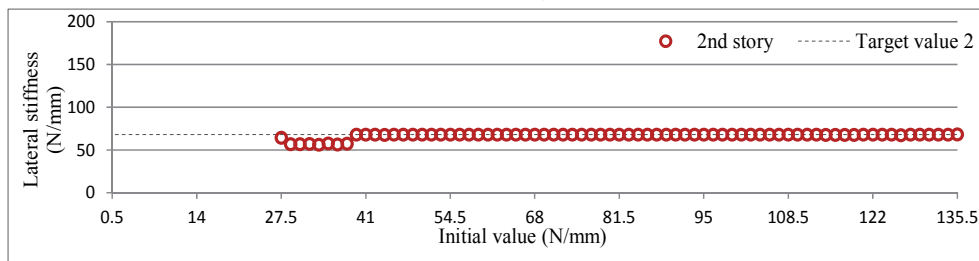
(a) 5層の逆解析結果



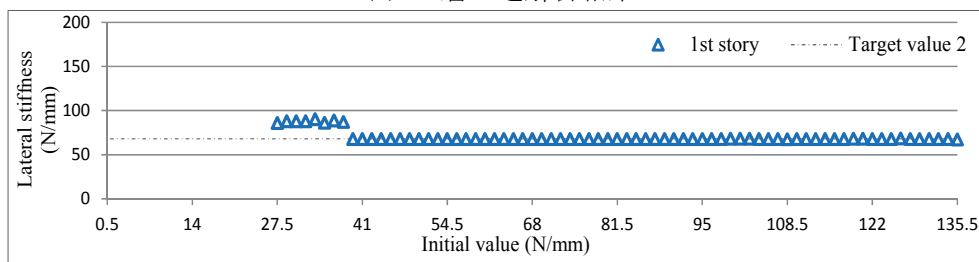
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

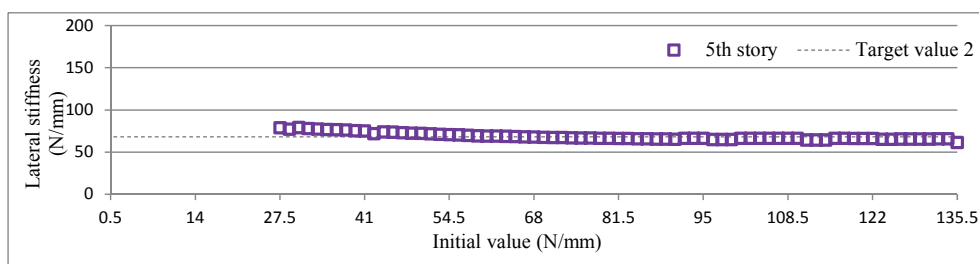


(e) 1層の逆解析結果

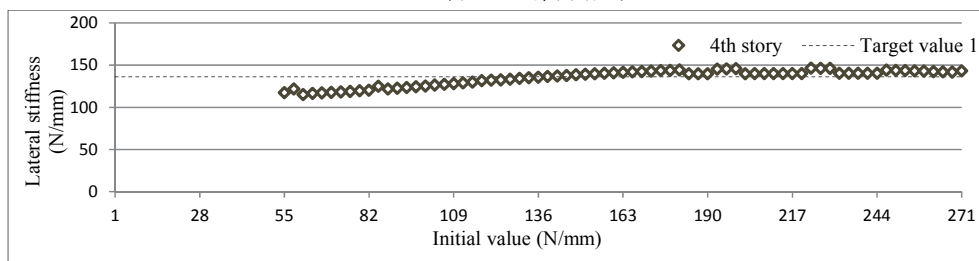
1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデルの例（1,2層に他の層の50%の初期値）

Fig.5.28 初期値の組合せを調整したVPPF（2次モード）による5層フレームモデルの逆解析結果

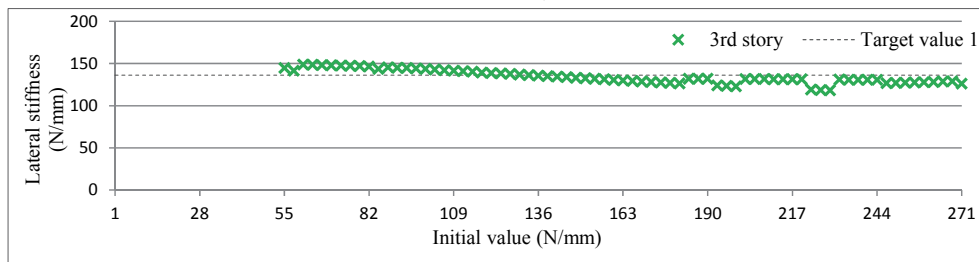
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



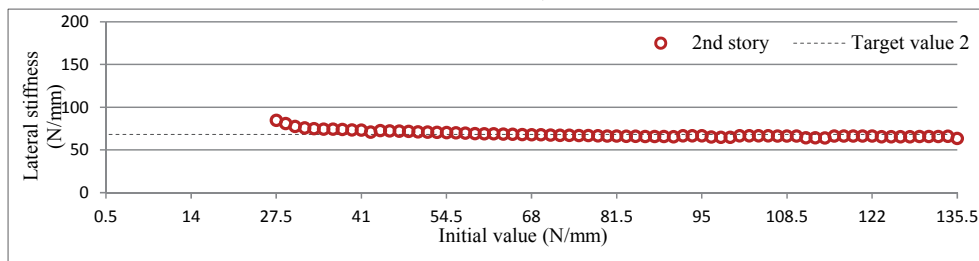
(a) 5層の逆解析結果



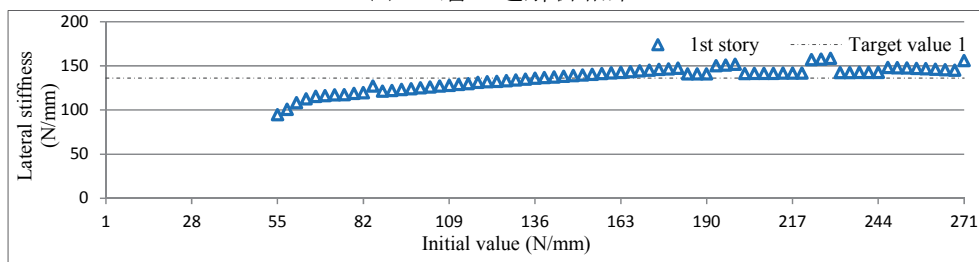
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



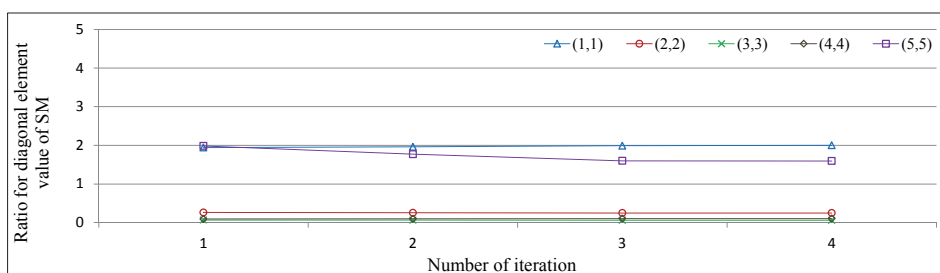
(d) 2層の逆解析結果



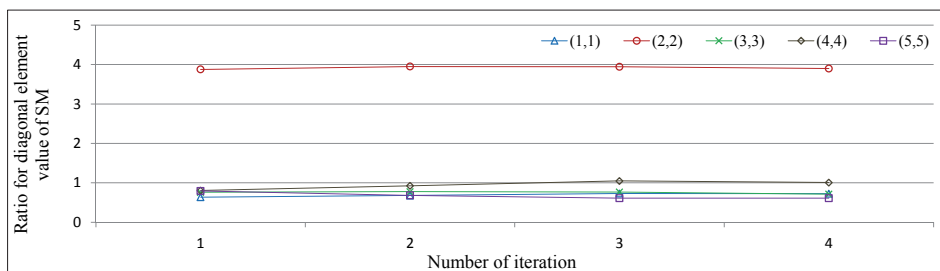
(e) 1層の逆解析結果

2層と5層に50%の剛性低下を仮定したモデルの例（2,5層に他の層の50%の初期値）

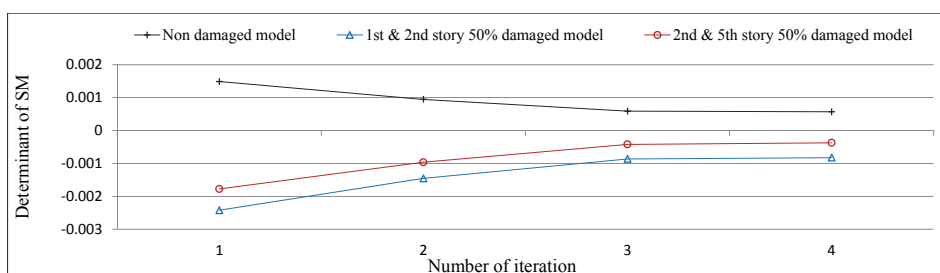
Fig.5.29 初期値の組合せを調整したVPPF（2次モード）による5層フレームモデルの逆解析結果



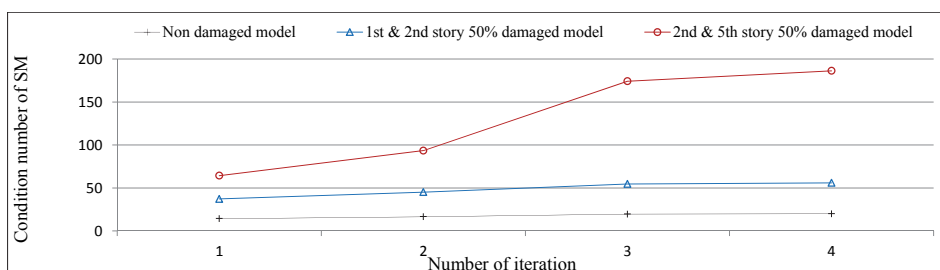
(a) 1層と2層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



(b) 2層と5層に50%の剛性低下のあるモデルの対角成分



(c) 各モデルの感度行列の行列式



(c) 各モデルの感度行列の条件数

複数層に50%の剛性低下を仮定したモデルの例 (初期値 115.0-57.5)

Fig.5.30 初期値の設定方法を調整したときのVPPF(2次モード)を用いた場合の5層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分と行列式および条件数の推移

るものの、すべての層に同じ値の初期値を設定した場合と比較すると、改善が見られることから、初期値の組み合わせとして、本モデルに適合していると考えられる。なお、感度行列の条件数の推移では、2層と5層に剛性低下を仮定したモデルにおいて大きな変化が見られ、感度行列の行列式と異なる傾向を示しており、本節の最後に検討することにする。

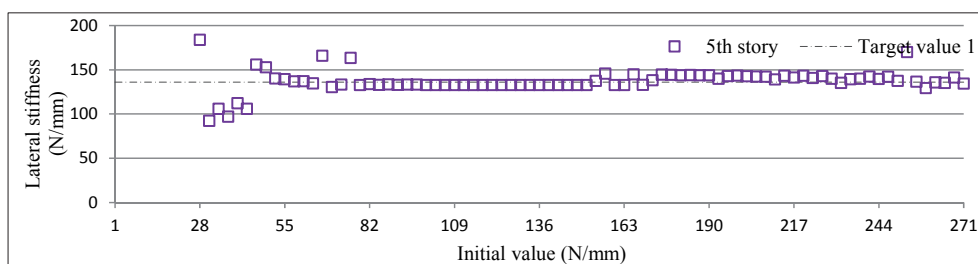
(c) 初期値の設定方法に関する検討

これまでに示した逆解析では、剛性低下を仮定した層に他の層の半分(50%)の値を初期値として設定することで、基本的に同定の精度は改善された。この中で、観測量に実測値を用いた、5層に50%の剛性低下を想定したモデルでは、十分な改善は図られず同定は不可能となった。ところで、初期値を他の層の半分の値に設定する手法は工学的判断であり、これが最適値である保証は存在しない。ここでは、実測値による逆解析を例に、剛性低下を仮定した層に設定する初期値の大きさの影響について、感度行列に着目した考察を加える。

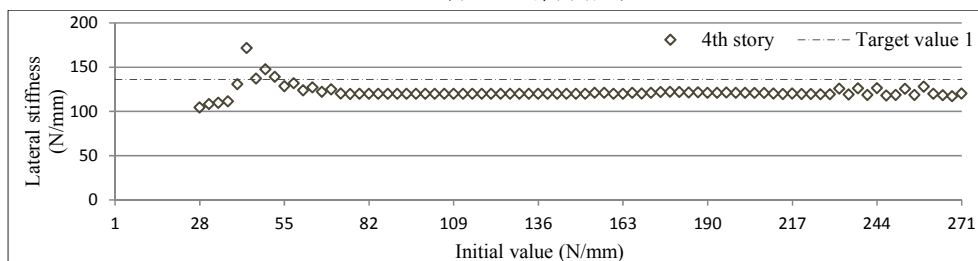
まずは、Fig.5.25に示した、2層に50%の剛性低下を想定したモデルの逆解析において、2層に設定する初期値の割合を変化させたときの逆解析結果を示す。なお、本モデルは、2層に他の層の50%の初期値を設定した場合に、精度の高い同定が可能となったモデルである。Fig.5.31は2層に設定する初期値を他の層の60%とした場合、Fig.5.32は2層に設定する初期値を他の層の70%とした場合の逆解析結果である。2層に設定する初期値を他の層の50%とした場合の逆解析結果と同様に、いずれの逆解析結果においても基本的に同定は可能であり、本モデルにおいては、これらの初期値の組み合わせも適合していると推察される。なお、同定結果から得られる状態量と破線で示した設計値に差が見られることから、ここで得られた状態量の組み合わせにて、固有値解析により固有振動数を求めたところ、観測データとして採用した実験値と概ね一致しており、本逆解析結果が本報で対象としたフレームモデルの各層の水平剛性であると考えられる。

ここで、Fig.5.33に、観測量に実測値を採用し、2層に50%の剛性低下を想定したモデルの逆解析において、2層に設定する初期値を段階的に変化させたときの、感度行列の基準化した対角成分の値、感度行列の行列式および条件数の推移をそれぞれ示す。図において、(a)は2層に設定する初期値を他の層の20%、(b)は30%、(c)は40%、(d)は50%、(e)は60%、そして(f)は70%とした場合の基

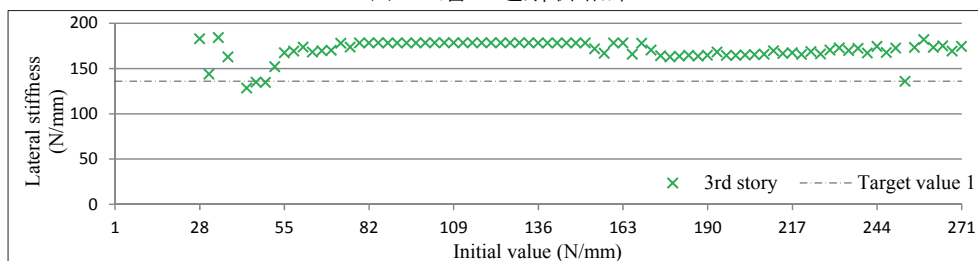
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



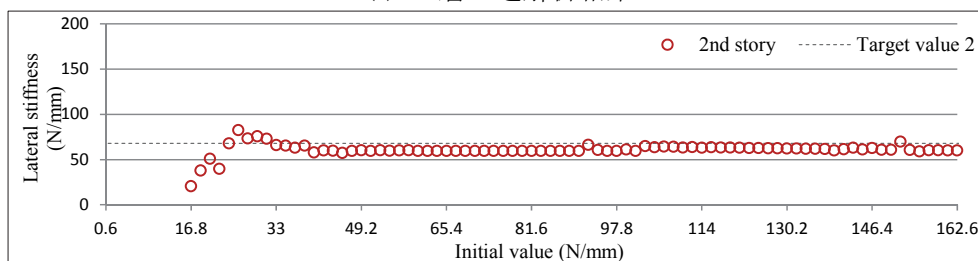
(a) 5層の逆解析結果



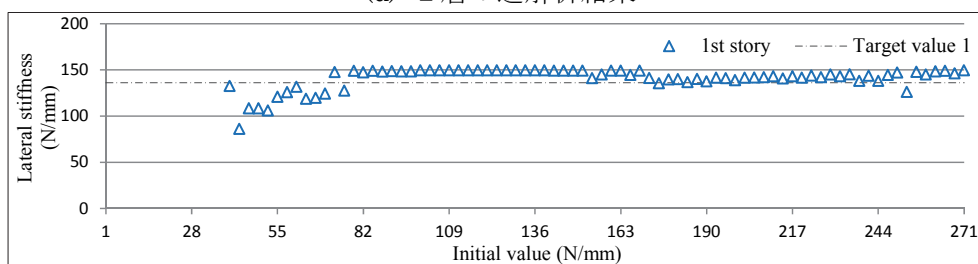
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

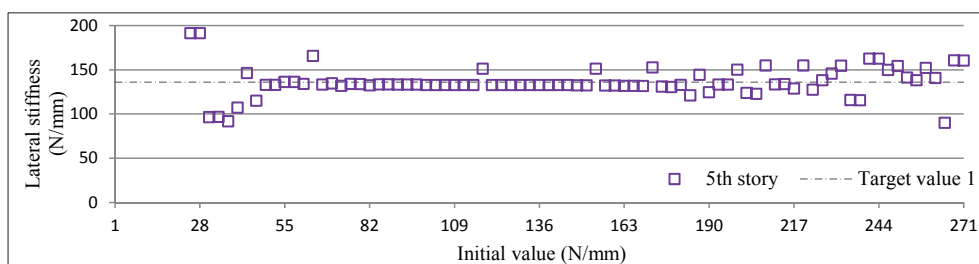


(e) 1層の逆解析結果

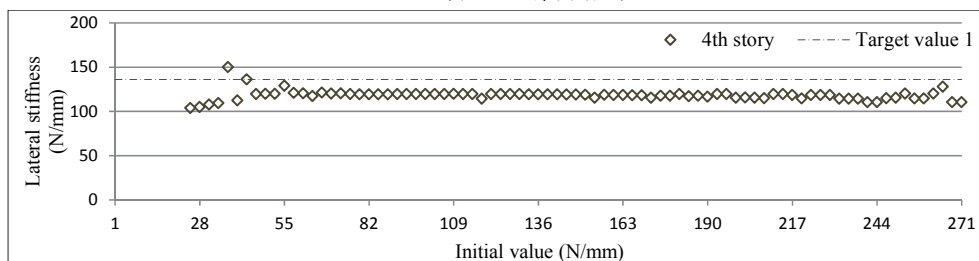
2層に50%の剛性低下を想定したモデルの例（2層に他の層の60%の初期値）

Fig.5.31 初期値の組合せを調整したVPPF（2次モード）による5層フレームモデルの逆解析結果

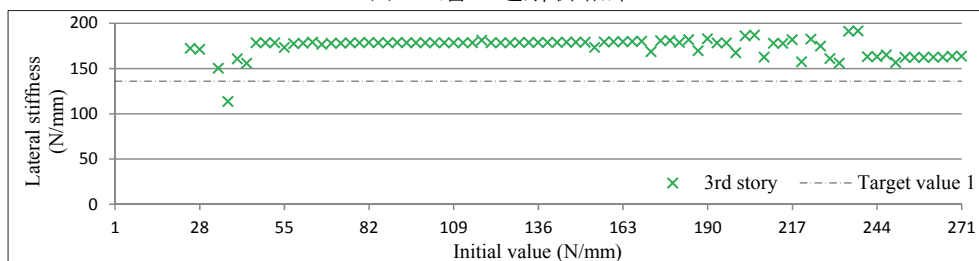
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



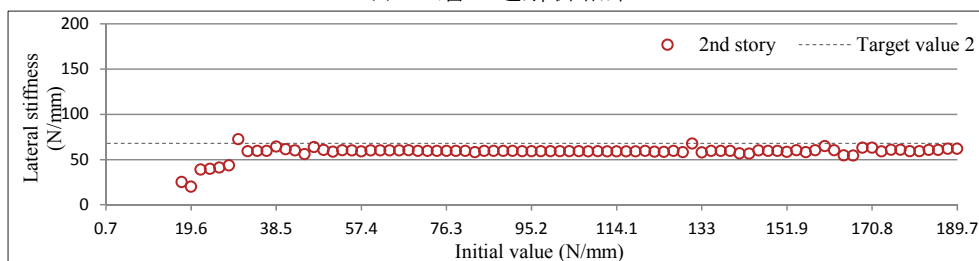
(a) 5層の逆解析結果



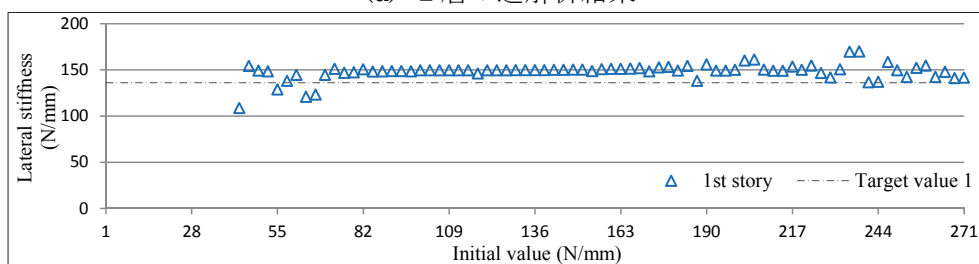
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

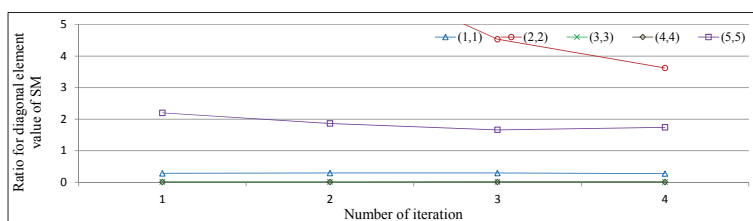


(e) 1層の逆解析結果

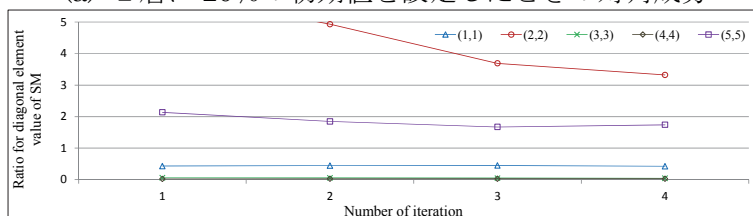
2層に50%の剛性低下を想定したモデルの例（2層に他の層の70%の初期値）

Fig.5.32 初期値の組合せを調整したVPPF（2次モード）による5層フレームモデルの逆解析結果

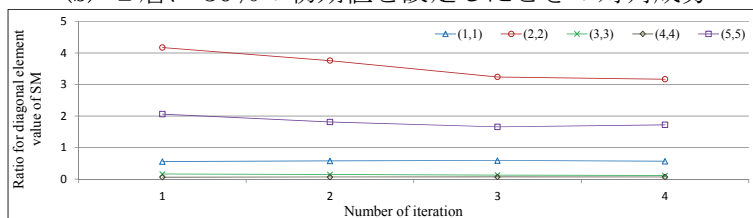
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



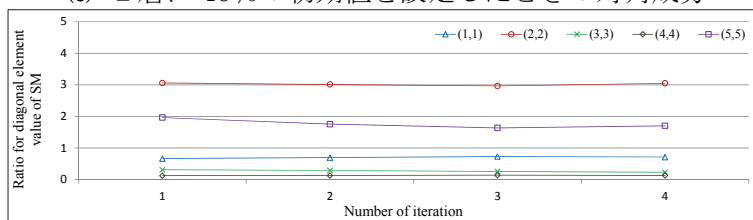
(a) 2層に20%の初期値を設定したときの対角成分



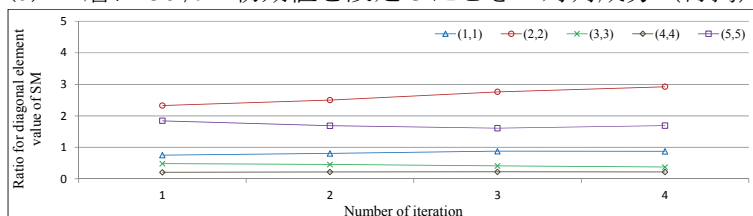
(b) 2層に30%の初期値を設定したときの対角成分



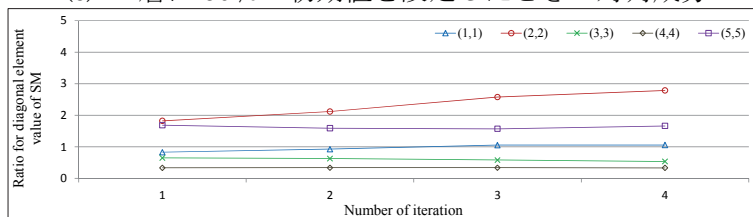
(c) 2層に40%の初期値を設定したときの対角成分



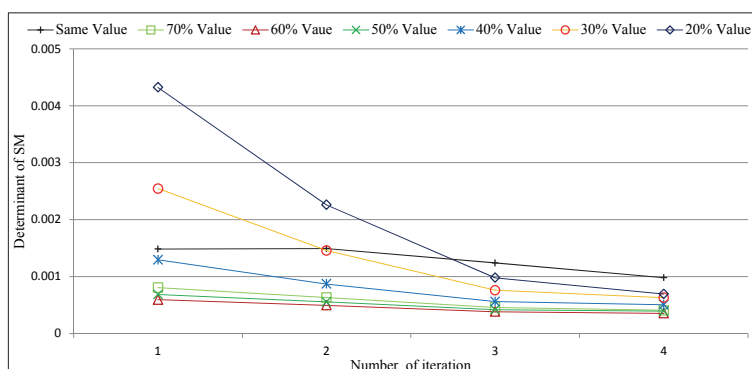
(d) 2層に50%の初期値を設定したときの対角成分 (再掲)



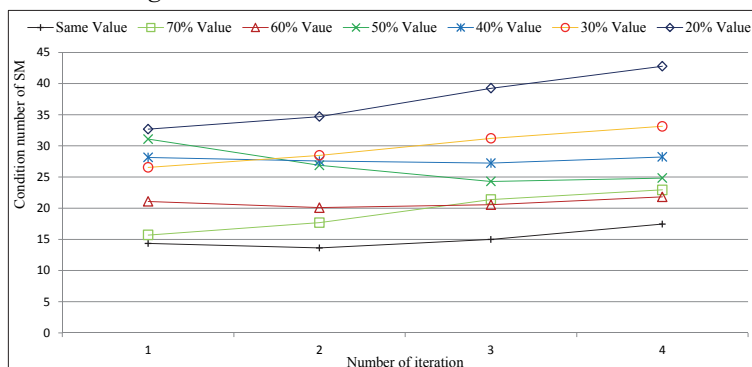
(e) 2層に60%の初期値を設定したときの対角成分



(f) 2層に70%の初期値を設定したときの対角成分



(g) 各ケースにおける感度行列の行列式



(h) 各ケースにおける感度行列の条件数

2層に50%の剛性低下を想定したモデルの例

Fig.5.33 剛性低下層に様々な初期値を設定し VPPF (2次モード) を用いた場合の感度行列の基準化した対角成分と行列式および条件数の推移

準化した対角成分の推移であり、(g)はそれぞれの感度行列の行列式、(h)は感度行列の条件数の推移である。2層に設定する初期値を他の層の20%、30%、40%と変化させると、この層に対応する2行2列の変化が徐々に小さくなり、50%もしくは60%のときに最も小さな変化となり、60%を超えると再び変化が大きくなる。これに対して、行列式および条件数の推移では、20%のときに最も大きな変化を示し、50%のときのみならず、60%や70%のときも同様に小さな変化となっていることが分かる。この結果から、設定する初期値の組み合わせとして、2層に他の層の50%のみならず、60%または70%の値を設定することで、本モデルに適合した初期値の組み合わせが構成できたと考えられる。

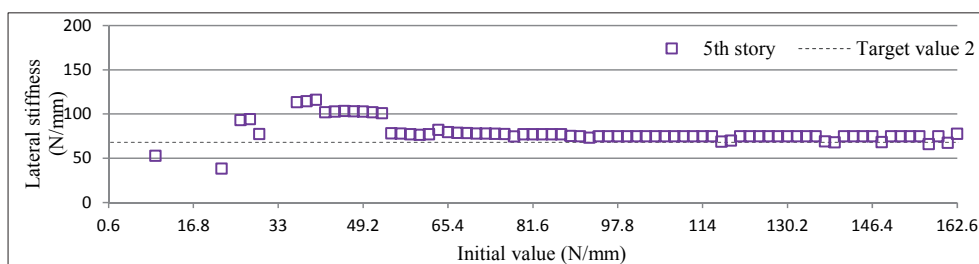
次に、Fig.5.26に示した、5層に50%の剛性低下を想定したモデルの逆解析において、先と同様に5層に設定する初期値を変化させたときの逆解析結果を示

す。本モデルは、5層に他の層の50%の初期値を設定した場合にも同定が不可能となったモデルである。Fig.5.34に5層に設定する初期値を他の層の60%とした場合の逆解析結果を示し、Fig.5.35に5層に設定する初期値を他の層の70%とした場合の逆解析結果をそれぞれ示す。初期値を60%としたFig.5.34では、多くの収束解により直線が形成され同定は可能である。各層の同定値と目標値に差異が見られるのは、モデルの接合部剛性に起因することは既に述べた。これに対して、初期値を70%としたFig.5.35では、初期値を50%としたFig.5.26と同様に収束解にバラツキが見られ、同定は不可能である。

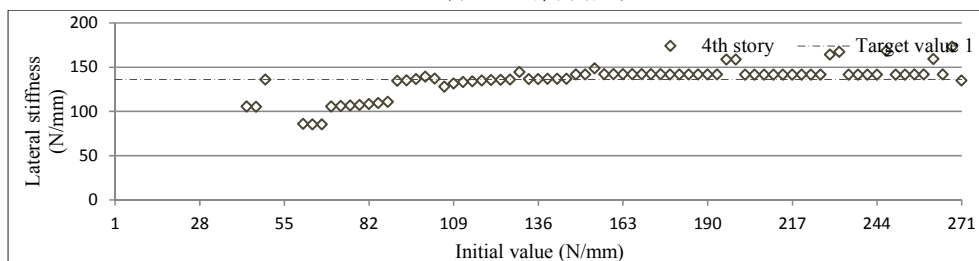
ここで、Fig.5.36に、5層に設定する初期値を段階的に変化させたときの、感度行列の基準化した対角成分の値、感度行列の行列式および条件数の推移を示す。図の表現は先の場合と同様に、(a)は5層に設定する初期値を他の層の20%、(b)は30%、(c)は40%、(d)は50%、(e)は60%、そして(f)は70%とした場合の基準化した対角成分の推移であり、(g)はそれぞれの感度行列の行列式、(h)は条件数の推移である。感度行列の対角成分の推移では、2層に剛性低下を想定したモデルの結果とは異なる傾向が見られ、いずれの初期値を設定した場合にも変化は穏やかであり、設定する初期値による明らかな違いは確認できない。これに対して、感度行列の行列式の推移では、設定する初期値による変化が見られ、5層に設定する初期値を他の層の60%とした場合に最も小さな変化を示している。この結果から、5層に設定する初期値を他の層の60%とすることで、本モデルに適合した初期値の組み合わせが構成できたと考えられる。なお、このときの感度行列の条件数の推移では、設定する初期値を60%とした場合のみならず、20%や30%とした場合にも変化が穏やかになっているものの、こうした初期値の設定における逆解析では、いずれの場合にも同定は不可能であった。したがって、初期値の設定方法の検討には、感度行列の対角成分および行列式に着目する手法が有効であると推察される。

フレームモデルの逆解析において、感度行列の対角成分および行列式の推移に着目することで、設定した初期値の適合性について検討することができ、本論で提案する手法を用いることで、実測値を用いた極めて非適切性のリスクの高い逆解析においても、精度の高い同定が可能であることが示された。

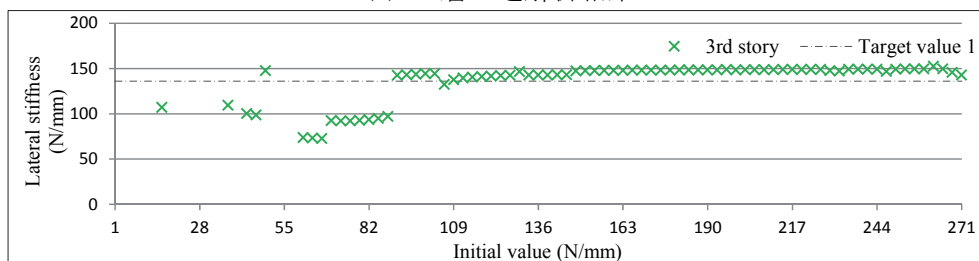
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



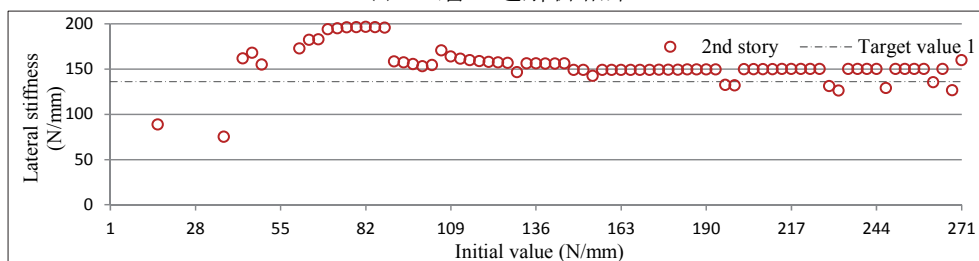
(a) 5層の逆解析結果



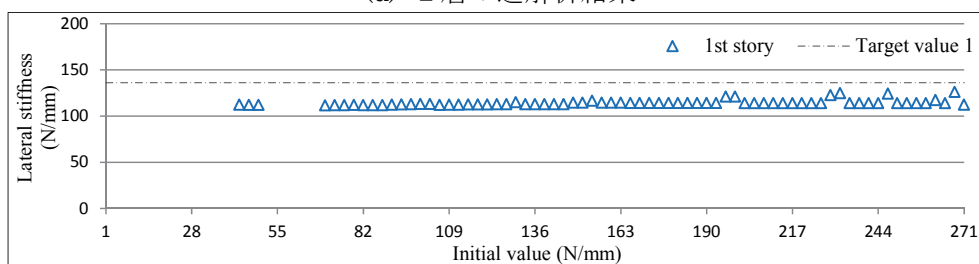
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

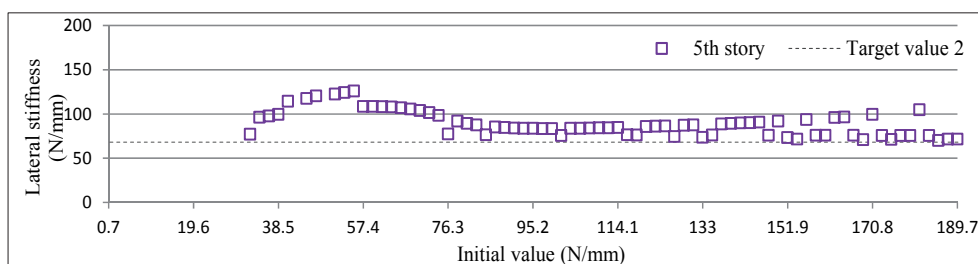


(e) 1層の逆解析結果

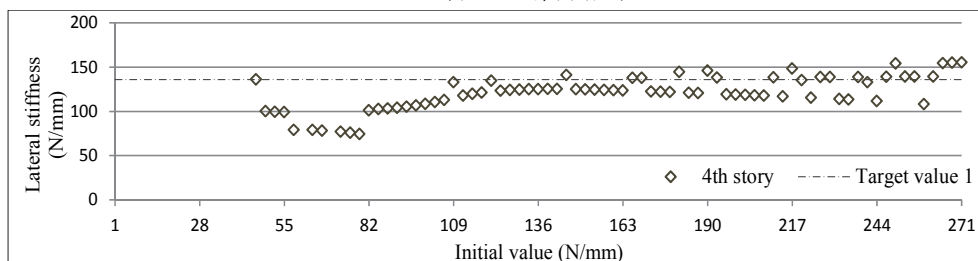
5層に50%の剛性低下を想定したモデルの例（5層に他の層の60%の初期値）

Fig.5.34 初期値の組合せを調整したVPPF（2次モード）による5層フレームモデルの逆解析結果

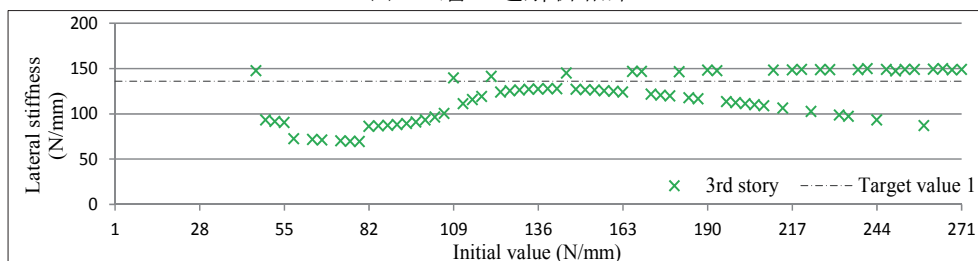
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



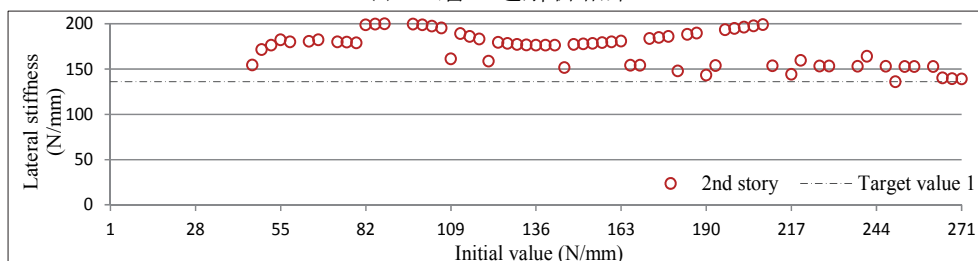
(a) 5層の逆解析結果



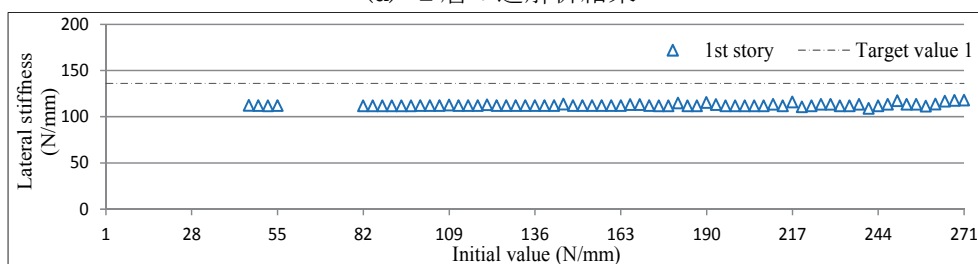
(b) 4層の逆解析結果



(c) 3層の逆解析結果



(d) 2層の逆解析結果

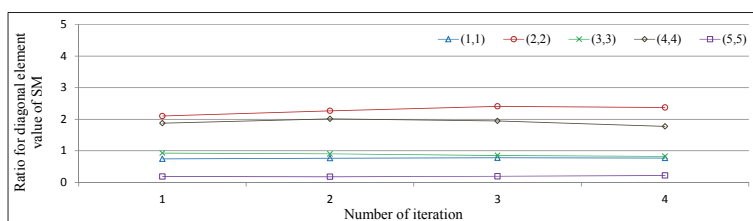


(e) 1層の逆解析結果

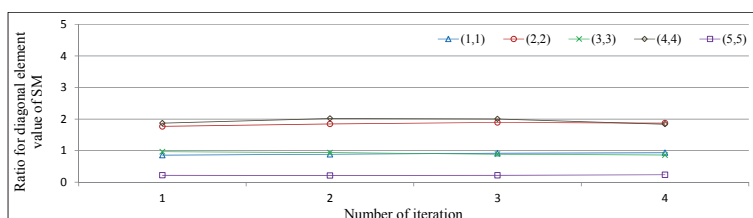
5層に50%の剛性低下を想定したモデルの例（5層に他の層の70%の初期値）

Fig.5.35 初期値の組合せを調整したVPPF（2次モード）による5層フレームモデルの逆解析結果

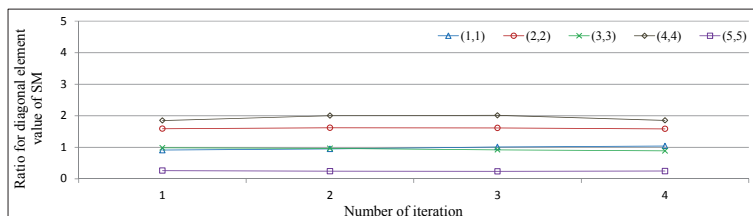
第5章 可変的パラメトリック射影フィルタによる逆解析



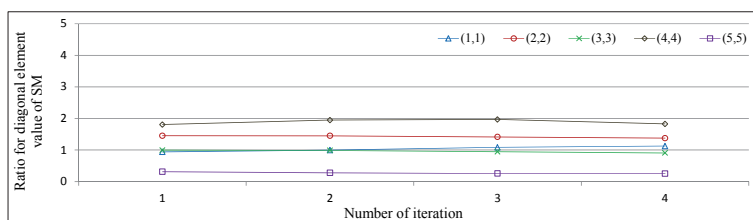
(a) 5層に20%の初期値を設定したときの対角成分



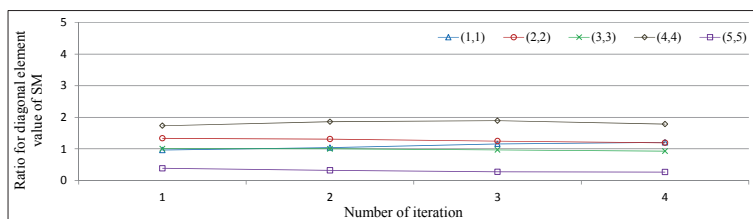
(b) 5層に30%の初期値を設定したときの対角成分



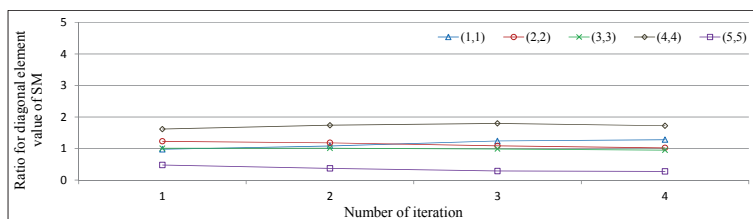
(c) 5層に40%の初期値を設定したときの対角成分



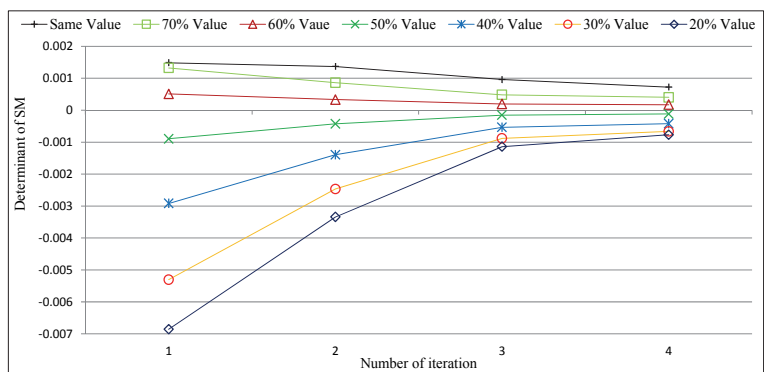
(d) 5層に50%の初期値を設定したときの対角成分 (再掲)



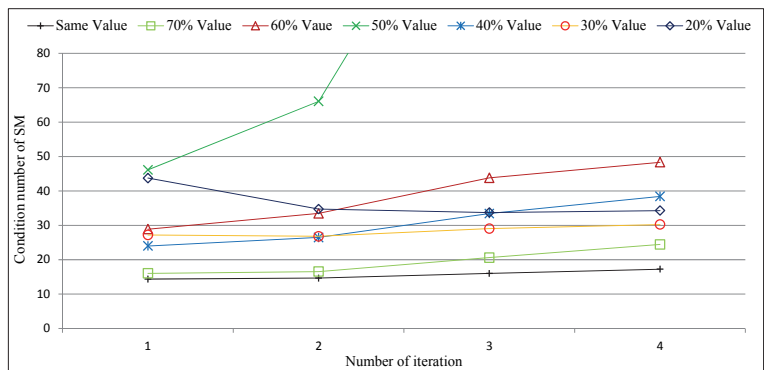
(e) 5層に60%の初期値を設定したときの対角成分



(f) 5層に70%の初期値を設定したときの対角成分



(g) 各ケースにおける感度行列の行列式



(g) 各ケースにおける感度行列の条件数

5層に50%の剛性低下を仮定したモデルの例

Fig.5.36 剛性低下層に様々な初期値を設定しVPPF(2次モード)を用いた場合の感度行列の基準化した対角成分と行列式および条件数の推移

5.6 まとめ

VPPF を用いた 3 層フレームモデルおよび 5 層フレームモデルを対象とした逆解析において、感度行列および正則化パラメータの推移に着目し、モード依存性の観点から VPPF の特性について検討した。さらに、本論で提案する感度行列とその要素の推移に着目した検討を VPPF に適用し、設定する初期値の組み合わせを調整することで、繰り返し計算の安定性の改善と解析精度の向上を図った。本章で得られた知見を以下に述べる。

- (1) VPPF による逆解析では、正則化パラメータの決定にあたっては、モード依存性が見られ、本逆解析では 1 次モードよりも 2 次モードの固有振動数を用いて正則化パラメータを決定した方が、対象とする逆解析に適したフィルタが構成された。
- (2) VPPF による逆解析において、繰り返し計算の各要素の推移に着目すると、正則化パラメータ γ は感度行列の行列式および条件数の変化に対応するような変化を示しており、繰り返し計算の安定化を図っていることが確認できた。
- (3) 感度行列の対角成分および行列式の値と条件数の推移に着目することで、VPPF による逆解析においても設定した初期値の適合性の検討が可能であり、この検討に基づき初期値の設定方法を調整することで、大きな剛性低下を想定した実測値による逆解析においても、極めて精度の高い同定が可能となった。

第6章

本逆解析手法の実用化への展開

- 6.1 はじめに
- 6.2 1次振動モードによる観測量の構成
- 6.3 逆解析結果
- 6.4 感度行列に着目した検証
- 6.5 まとめ

6.1 はじめに

本研究では、3層フレームモデルおよび5層フレームモデルを対象に、観測量として高次モードの固有振動数までを用い、水平剛性を同定する損傷検出手法を提案してきた。その際、射影フィルタと可変的パラメトリック射影フィルタをニュートン法に類似した繰り返し計算アルゴリズムとして用い、安定的かつ高精度な解を得るための初期値の設定方法について、感度行列の行列式および特異値に着目した検討により提案した。これらの検討は、実験モデルとして作成した鋼製フレームモデルにアンプ内蔵圧電型の高感度加速度センサを設置し、実験モード解析により観測量としての固有振動数を得たため、高次モードの固有振動数までの実測が可能であった。しかし、本手法の実用化を図る観点からは、高次モードまでの観測量を用いることは現実的ではないと思われる。

そこで、本章では、前章までに用いた3層フレームモデルおよび5層フレームモデルを対象に、高次モードの固有振動数を観測量とすることに替えて、損傷検出の実用化の一步として、これまでに例を見ないと思われる1次振動モードのみから得られるモード形の情報と固有振動数を観測量として、すべての層の水平剛性を同定する逆解析手法を提案する。なお、本逆解析に用いるフィルタは、これまでと同様に観測量の数と状態数の数が等しいとき感度行列は正方行列となり、観測誤差等は相殺され、感度行列のみで表現できる射影フィルタとした。これにより、本逆解析手法の有効性と特性に関して、前章までに述べた、感度行列に着目した検討を行い、初期値の設定方法に関して実用化への考察と方針を述べることにする。

本章は以下のように構成される。第1節に続き、第2節では、3層フレームモデルおよび5層フレームモデルの1次振動モードのモード形と固有振動数を用いた、観測量に関するベクトルと局所前進差分法による感度行列を構成する。第3節では、1次振動モードの情報のみによる3層フレームモデルと5層フレームモデルのシミュレーション逆解析結果を示す。第4節では、ヤコビ行列に類似する感度行列の行列式および特異値の観点から、解の精度、信頼性および初期値の設定方法に関する検討を加える。

6.2 1次振動モードによる観測量の構成

6.2.1 観測量の構成

本逆解析で用いる感度行列は、正方行列として構成するため、観測量の数は状態量の数と等しくなければならない。これまでの研究では、観測量に固有振動数を採用しており、3層モデルでは3次モード、5層モデルでは5次モードまでの高次モードを用いることとした。しかし本手法の実用化に鑑み、実際の構造物では、高次モードの固有振動数は測定が困難であり、可能であれば1次モードのみを用いて観測ベクトルを構成することが望ましい。そこで、1次振動モードによる観測量を構成するために、本研究で対象とするフレームモデルの概要を Fig.6.1 に示し、Table 6.1 に逆解析に用いるフレームモデルの諸元を示す。なお、本章では、解析結果および特性の検討が明快となるよう、3層モデルの各層の水平剛性は、5層モデルの値と同一とした。

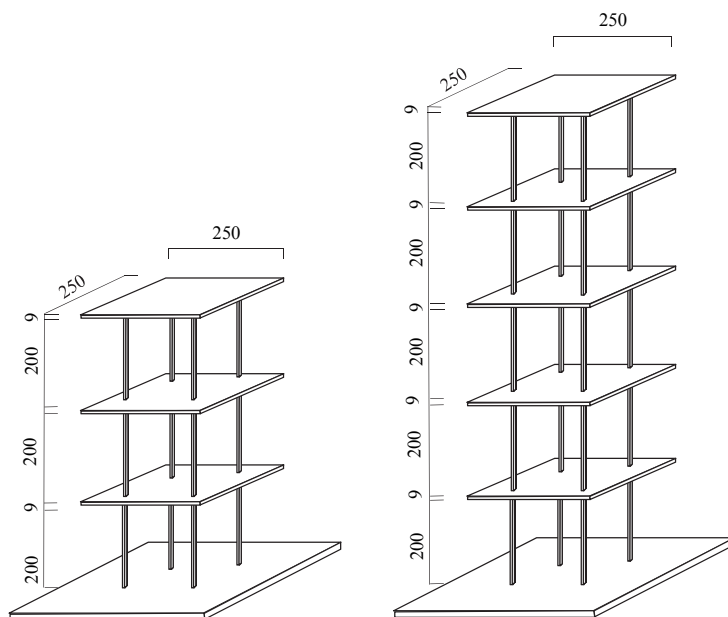

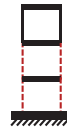




Fig.6.1 フレームモデルの概要

第6章 本逆解析手法の実用化への展開

Table 6.1 フレームモデルの諸元

剛性低下層					
		低下なし モデル	1, 2層 剛性低下 モデル	1, 2層 剛性低下 モデル	2, 3層 剛性低下 モデル
剛性低下率		/	25%	50%	50%
水平剛性 (N/mm)	3層	133.0	133.0	133.0	66.5
	2層	133.0	100.0	66.5	66.5
	1層	133.0	100.0	66.5	133.0
剛性低下層					
		低下なし モデル	1, 2層 剛性低下 モデル	1, 2層 剛性低下 モデル	2, 5層 剛性低下 モデル
剛性低下率		/	25%	50%	50%
水平剛性 (N/mm)	5層	133.0	133.0	133.0	66.5
	4層	133.0	133.0	133.0	133.0
	3層	133.0	133.0	133.0	133.0
	2層	133.0	100.0	66.5	66.5
	1層	133.0	100.0	66.5	133.0
Specific Gravity (t/m ³)		7.56			
Scale of Plate (mm)		250×250×9.0			

本研究で対象とするフレームモデルは、多質点せん断型としてモデル化されるものとし、固有値は、非減衰自由振動運動方程式(6.1)により求める。

$$M_s \ddot{x} + K_s x = 0 \quad (6.1)$$

ここに、 M_s は質量行列、 K_s は剛性行列であり、 \ddot{x} は加速度ベクトル、 x は変位ベクトルである。式(6.1)の解として、式(6.2)の変数分離解を仮定する。

$$x = A e^{i\omega t} \quad (6.2)$$

ここに、 A は変位ベクトルである。式(6.2)を式(6.1)に代入すると、式(6.3)の同次方程式を得る。

$$-\omega^2 M_s A + K A = 0 \quad (6.3)$$

$A = 0$ は、自明解であることから、固有値 ω^2 は、式(6.4)に示す固有振動方程式により求めることが可能となる。

$$|-\omega^2 M_s + K| = 0 \quad (6.4)$$

式(6.4)より得られた固有値 ω のうち、最も小さな値が1次モードの固有値であり、本逆解析の観測ベクトルの1行目に対応させる。さらに、1次モードの固有値を式(6.3)に代入し、1次モードの固有ベクトル A を求める。このとき固有ベクトルは、変位の比として得られるため、本逆解析では、2層以降の変位を1層の変位で除することで基準化し、観測ベクトルのそれぞれの行に対応させる。これにより、1次モードのみによる観測量が式(6.5)のように構成される。

・ 1次モードのみによる観測量（3層モデルの例）

$$y = \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \hat{v}_1^{(2)} \\ \hat{v}_1^{(3)} \end{Bmatrix} \quad (6.5)$$

ここに、 ω_1 は1次モードの固有円振動数、 $\hat{v}_1^{(2)}$ 、 $\hat{v}_1^{(3)}$ は1次モードの固有ベクトルから得られる基準化した2層および3層の変位を意味する。

6.2.2 各モデルの観測量

本章で新たに観測量として採用する各モデルの1次モードの固有モード形を Fig.6.2に示す。モード形では、2層以降の変位を1層の変位で除することで基準化している。最上層に剛性低下を仮定したモデルにおいて、大きな変位が見られるが、これは1層の変位が相対的に小さいことに起因している。

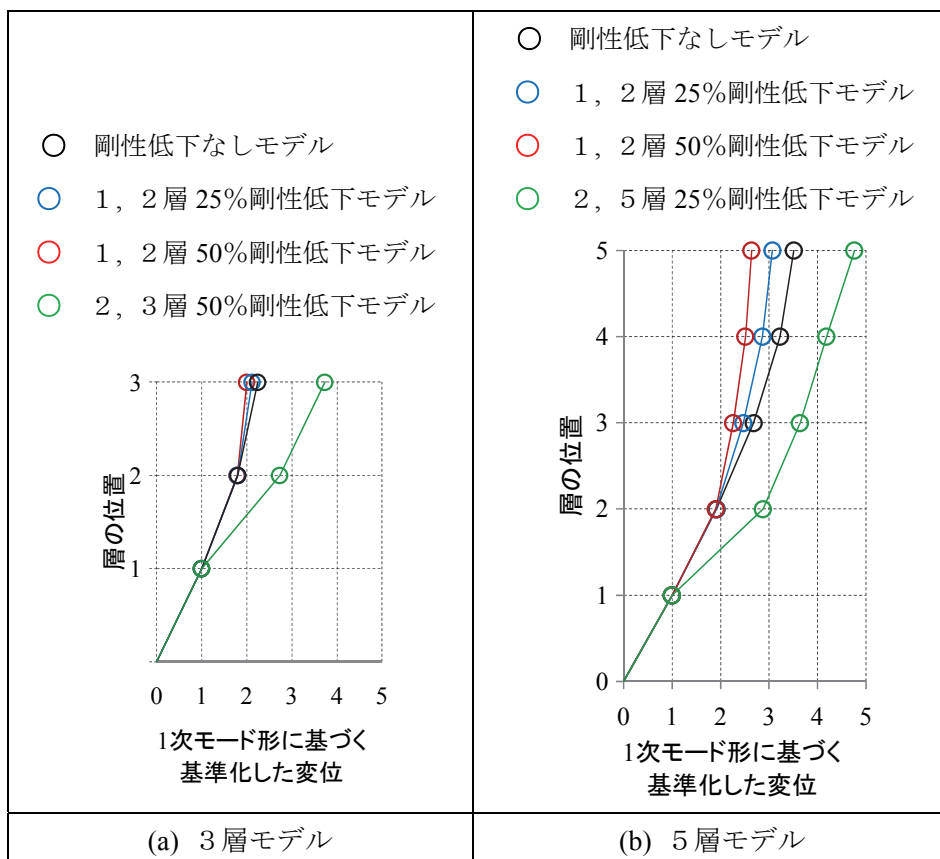


Fig.6.2 1次モード形に基づく基準化した各層の変位

さらに、固有値解析より得られた具体的な観測量として、3層モデルの値を Table 6.2 に、5層モデルの値を Table 6.3 にそれぞれ示す。 ω_1 は1次モードの固有振動数であり、 $\hat{v}_1^{(2)} \sim \hat{v}_1^{(5)}$ は、1次モードの固有ベクトルより得られる各層の変位を1層の変位で除することで基準化した値である。5層モデルでは、上層になるほど変位の差が小さくなっているが、これはせん断型モデルの特徴である。

Table 6.2 3層モデルの観測量

剛性低下層	剛性低下率	観測量		
		ω_1	$\hat{v}_1^{(2)}$	$\hat{v}_1^{(3)}$
剛性低下なし		78.00	1.802	2.247
1, 2層	25%	68.53	1.797	2.121
1, 2層	50%	56.62	1.791	2.000
2, 3層	50%	64.15	2.733	3.733

Table 6.3 5層モデルの観測量

剛性低下層	剛性低下率	観測量				
		ω_1	$\hat{v}_1^{(2)}$	$\hat{v}_1^{(3)}$	$\hat{v}_1^{(4)}$	$\hat{v}_1^{(5)}$
剛性低下なし		49.88	1.919	2.682	3.228	3.513
1, 2層	25%	45.18	1.912	2.470	2.865	3.069
1, 2層	50%	38.58	1.903	2.262	2.512	2.640
2, 5層	50%	43.64	2.876	3.636	4.170	4.445

6.2.3 感度行列の構成

本逆解析において、観測方程式を線形化することで得られる感度行列は、近似解法により計算的に求めることとし、本逆解析では前進差分法を用いる。1次モードのみを観測量としたときの、感度行列の具体的な表現を、3層モデルを例に式(6.6)に示す。

$$\mathbf{M}_t = \begin{bmatrix} \frac{(\omega_{1t} - \omega_{1t-1})_{s1}}{\hat{z}_{1t} - \hat{z}_{1t-1}} & \frac{(\omega_{1t} - \omega_{1t-1})_{s2}}{\hat{z}_{2t} - \hat{z}_{2t-1}} & \frac{(\omega_{1t} - \omega_{1t-1})_{s3}}{\hat{z}_{3t} - \hat{z}_{3t-1}} \\ \frac{(\hat{v}_1^{(2)}{}_t - \hat{v}_1^{(2)}{}_{t-1})_{s1}}{\hat{z}_{1t} - \hat{z}_{1t-1}} & \frac{(\hat{v}_1^{(2)}{}_t - \hat{v}_1^{(2)}{}_{t-1})_{s2}}{\hat{z}_{2t} - \hat{z}_{2t-1}} & \frac{(\hat{v}_1^{(2)}{}_t - \hat{v}_1^{(2)}{}_{t-1})_{s3}}{\hat{z}_{3t} - \hat{z}_{3t-1}} \\ \frac{(\hat{v}_1^{(3)}{}_t - \hat{v}_1^{(3)}{}_{t-1})_{s1}}{\hat{z}_{1t} - \hat{z}_{1t-1}} & \frac{(\hat{v}_1^{(3)}{}_t - \hat{v}_1^{(3)}{}_{t-1})_{s2}}{\hat{z}_{2t} - \hat{z}_{2t-1}} & \frac{(\hat{v}_1^{(3)}{}_t - \hat{v}_1^{(3)}{}_{t-1})_{s3}}{\hat{z}_{3t} - \hat{z}_{3t-1}} \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

ここに、 $\hat{z}_{1t} \sim \hat{z}_{3t}$ はそれぞれ計算ステップ t 回目の1層～3層の水平剛性の推定値、 ω_{1t} 、 $\hat{v}_1^{(2)}$ 、 $\hat{v}_1^{(3)}$ は計算ステップ t 回目の3つの観測量の推定値である。こ

れより式(6.6)で表す感度行列は、行が観測量の変化に対応した差分であり、列が各層の水平剛性の変化に対応した差分として構成される。さらに、下付の添字 $s1 \sim s3$ は1層～3層の水平剛性を意味し、例えば $s1$ は、繰り返し計算における観測量の計算において1層の水平剛性のみを更新させることを意味している。すなわち本逆解析においても、感度行列は局所前進差分を用いることとし、感度行列の1列目の計算においては、1層の水平剛性のみの変化に対する観測量の差分を、2列目、3列目においても同様に、各列に対応する層の水平剛性のみの変化に関する観測量の差分として構成する。

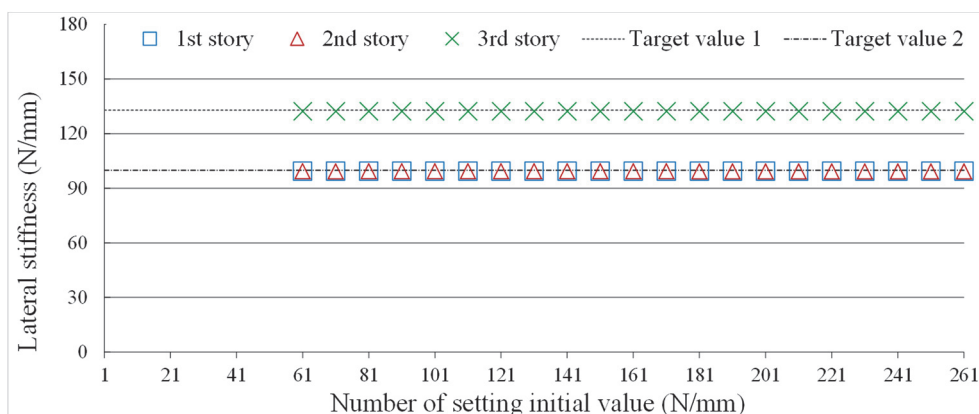
6.3 逆解析結果

6.3.1 3層モデルの逆解析結果

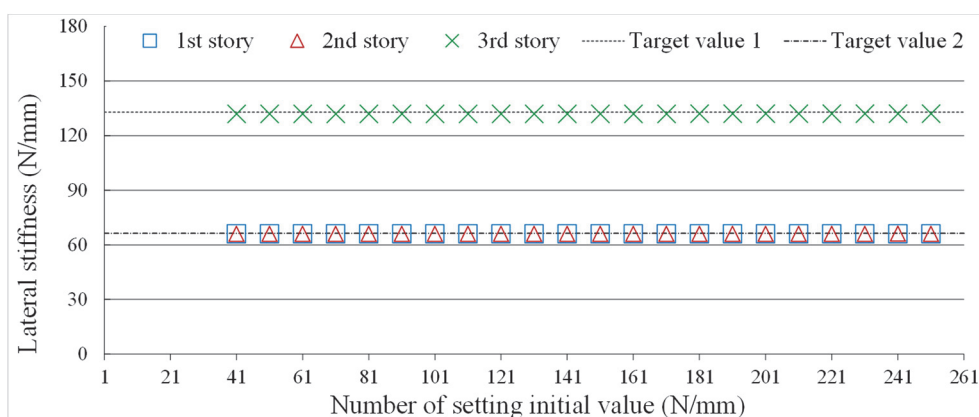
3層モデルを対象に、観測量に新たに固有ベクトルを用いた場合の逆解析結果の一例をFig.6.3に示す。ここに、(a)は1層と2層に25%の剛性低下を、(b)は1層と2層にさらに大きな50%の剛性低下を仮定したモデルであり、(c)は固有振動数のみを観測量としたとき同定が困難であった2層と3層に50%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析結果である。

本逆解析は、繰り返し計算を用いることから計算を駆動させるためには、初期値を設定する必要がある。ここで示す逆解析結果では、設定する初期値の影響が明らかとなるよう、横軸は設定した初期値であり、1.0から設計値の約2倍の261.0を10.0刻みとした27通りを設定し、すべての初期値に対する逆解析結果を示している。縦軸は状態量としての水平剛性であり、図に描かれているマーカーは逆解析により得られた収束解、破線は正解値を表している。なお、マーカーが描かれていない初期値が複数存在するが、これは繰り返し計算が発散し、解が得られなかったことを意味している。いずれの図においても、極めて精度の高い解が複数の初期値に対して得られ、これらにより正解値近傍に直線が描かれていることから同定は可能であることが分かる。ところで、本逆解析で採用した射影フィルタは、設定する初期値が適合すると、極めて精度の高い解が得られるものの、適合しない場合には、繰り返し計算は発散し、解が得られないという特性を有しており、本逆解析結果においても同様の傾向が確認できる。

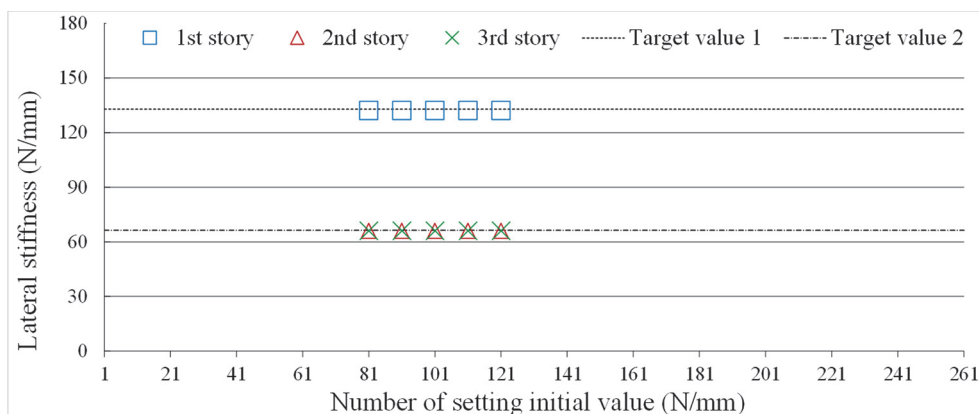
第6章 本逆解析手法の実用化への展開



(a) 1層と2層に25%の剛性低下を仮定した計算値による例



(b) 1層と2層に50%の剛性低下を仮定した計算値による例



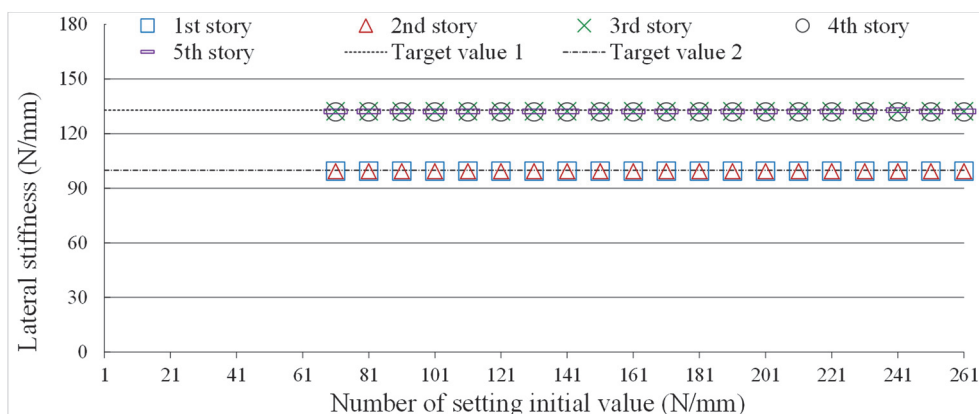
(c) 2層と3層に50%の剛性低下を仮定した計算値による例

Fig.6.3 観測量に1次振動モードの固有振動数とモード形に基づく基準化した変位を用いた場合の3層モデルの逆解析結果 (すべての層に同じ初期値)

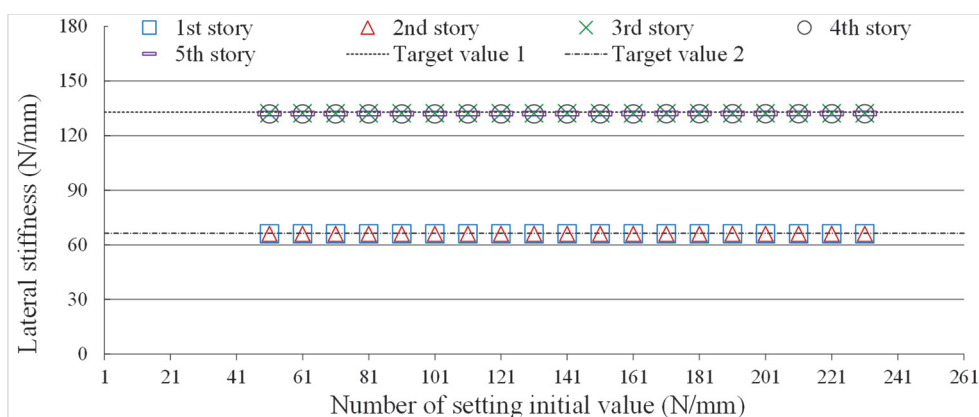
6.3.2 5層モデルの逆解析結果

5層モデルは、状態量の数が多く、また観測量に用いる固有ベクトルの変位の差異が小さいという特徴がある。5層モデルの逆解析結果の一例を、3層モデルと同様の表現にて Fig.6.4 に示す。ここに、(a)は1層と2層に25%の剛性低下を、(b)は1層と2層にさらに大きな50%の剛性低下を仮定したモデルであり、(c)は固有振動数のみを観測としたとき同定が困難であった2層と5層に50%の剛性低下を仮定したモデルの逆解析結果である。1層と2層に剛性低下を仮定したモデルでは、上層でのモード形の変位の差が小さいにも関わらず、複数の収束解による直線が正解値近傍に描かれていることから、同定は可能であることが分かる。また、2層と5層に剛性低下を仮定したモデルのようにモード形での変位の差が大きなモデルでは、3層モデルと同様に得られる収束解は少ないものの、同定は可能と言える。なお、2層または5層に剛性低下を仮定した場合には、繰り返し計算が不安定となり、得られる収束解が少なくなることは、固有振動数のみを観測量とした場合と同様であり、本モデルを対象とした逆解析の特性の一つである。

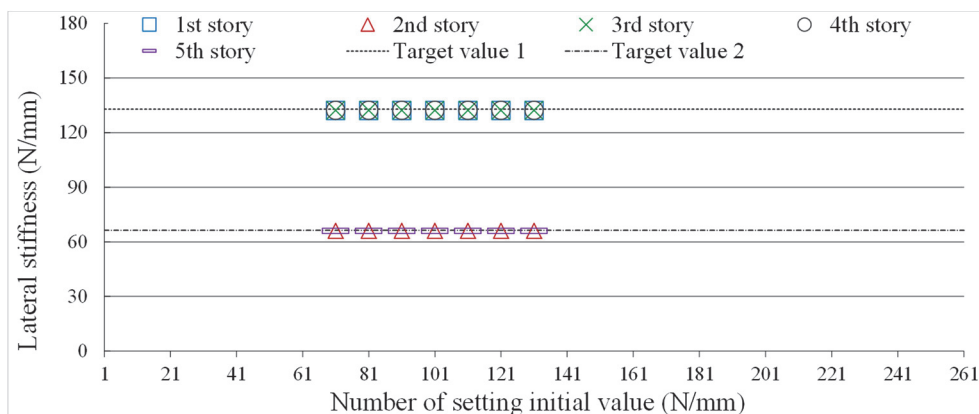
第6章 本逆解析手法の実用化への展開



(a) 1層と2層に25%の剛性低下を仮定した計算値による例



(b) 1層と2層に50%の剛性低下を仮定した計算値による例



(c) 2層と5層に50%の剛性低下を仮定した計算値による例

Fig.6.4 観測量に1次振動モードの固有振動数とモード形に基づく基準化した変位を用いた場合の5層モデルの逆解析結果 (すべての層に同じ初期値)

6.4 感度行列に着目した検証

本逆解析で採用する射影フィルタは感度行列の逆行列で構成されるフィルタであり、感度行列および関連する係数の推移に着目することで、繰り返し計算の安定性と解の精度に関する検討が可能である。本章では、感度行列および関連する係数の推移に着目することで、本逆解析手法の有効性について検証する。

6.4.1 3層モデルの逆解析の検証

状態量の少ない3層モデルを例に具体的な検討を行う。3層モデルのうち、1層と2層に25%の剛性低下を仮定したモデルの逆解解析において、初期値に121.0N/mmを設定し安定的に収束したときの各係数の推移をFig.6.5に示す。(a)は状態量、(b)は感度行列の各成分、(c)は感度行列の行列式、(d)は感度行列の特異値、(e)は感度行列の条件数の推移である。横軸はいずれも繰り返し計算ステップの回数、縦軸はそれぞれの値であり、行列式および特異値は対数表現を用いている。なお、本研究の特異値は、正方行列である感度行列に感度行列の転置行列を掛け、対称行列とすることにより実数として求め、また条件数は、ここで得られた最大特異値を最小特異値で除することで求めた値である。

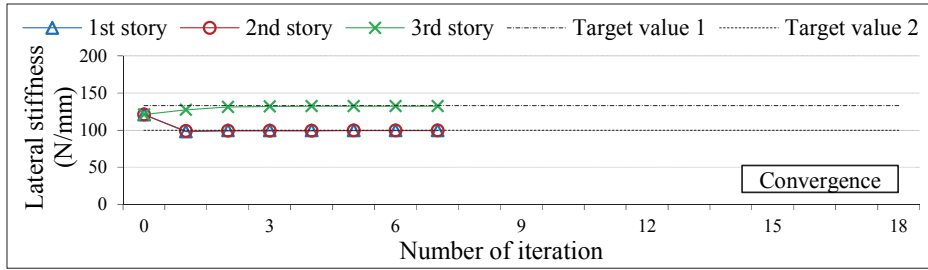
ここで、状態量の推移に着目すると、繰り返し計算の初期において、破線で示す正解値近傍に急激に近づき、その後は小さな変化となり、7回目の計算ステップで収束していることが分かる。状態量の計算ステップの0回目は、設定した初期値であり、この初期値から求めた感度行列の各成分が、計算ステップの1回目の値としてプロットされることになる。ここに示す感度行列の各成分の推移では、状態量と同様に計算ステップの初期で変化を示し、その後は変化が小さく安定した繰り返し計算がなされていることが分かる。

ところで、本研究で用いる感度行列はヤコビ行列と類似した構成であり、感度行列の特性を知るには、感度行列の行列式、特異値および条件数の推移に着目すれば良い。そこで、(c)~(e)に示したこれらの係数の推移に着目する。いずれの係数も計算ステップにおいて大きな変化は見られず収束していることから、繰り返し計算は安定的であると判断できる。

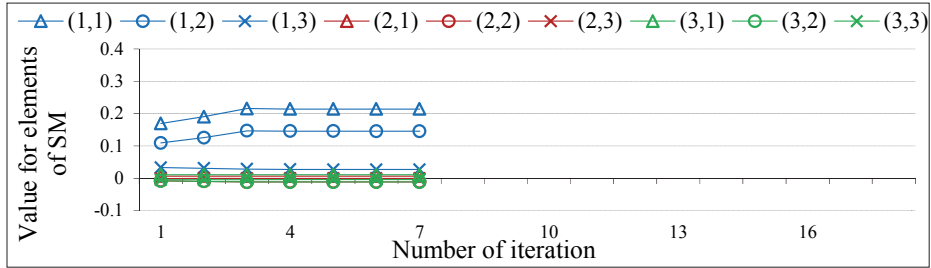
次に、同様のモデルの逆解析において初期値に 41.0N/mm を設定し、発散した場合の例を Fig.6.6 に示す。状態量の推移では、正解値に対して初期値との差異が大きいことに起因して、計算ステップの1回目は正解値近傍へと移行しきれず、2回目で正解値近傍へ移行する傾向が見られるものの、次のステップから繰り返し計算は乱れ、正則化を図ることができず7回目の計算ステップで負の値となり発散した。本逆解析の発散したケースでは、ここに示すような計算ステップの途中から乱れる場合と、全く繰り返し計算がスタートしない場合が存在するが、その原因はいずれも設定した初期値がモデルに適応していないためと考えられる。なお、発散する場合の条件数は、収束する場合に比べて大きな値を示している。このときの感度行列の行列式および条件数の推移を見ると、状態量と同様に、計算ステップの初期のみならず中盤においても変化が現れており、こうした係数の推移に着目することで繰り返し計算の安定性について検討できると考えられる。

同様の検討をさらに大きな50%の剛性低下を仮定したモデルを対象に行うことにする。Fig.6.7 に1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデルについて、また Fig.6.8 に2層と3層に50%の剛性低下を仮定したモデルの各係数の推移を示す。なお、ここに示す例は、いずれも初期値に Fig.6.5 と同様の 121.0N/mm を設定し収束した場合である。いずれの推移においても、大きな剛性低下を仮定したことで、感度行列に関する各係数は、Fig.6.5 に比べて計算ステップ初期での変化量が大きく、また計算回数も多くなっている。ここで、各係数の推移に着目する。Fig.6.7 に示すように、多くの収束解が得られたモデルの例では、計算ステップの初期を除いて各係数の変化は小さく、繰り返し計算は安定的である。これに対して、収束解の得られる初期値が少なく、逆解析が困難となったモデルの例を Fig.6.8 に示す。先に示した発散した例と同様に、計算ステップの中盤で変化が現れており、繰り返し計算は不安定である。ここに示す例では繰り返し計算は収束しているものの、多くの場合は中盤の変動に起因して発散している。2層と3層に剛性低下を仮定したモデルは、観測量であるモード形の変位の差異が大きいという特徴から、すべての層に同じ初期値を設定した本逆解析手法は、繰り返し計算に対して初期値が適合しなかったものと考えられる。

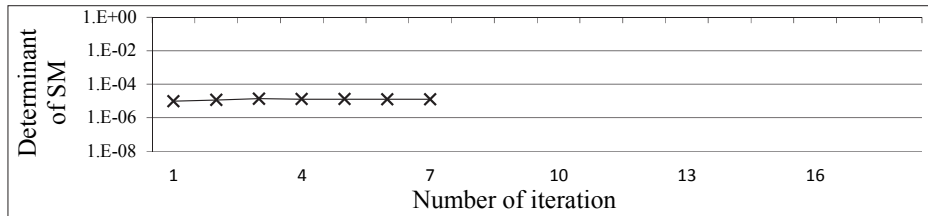
第6章 本逆解析手法の実用化への展開



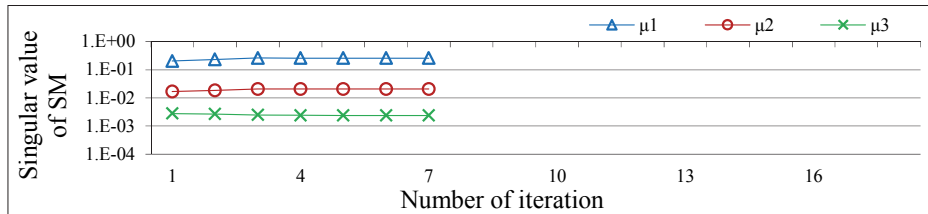
(a) 状態量の推移



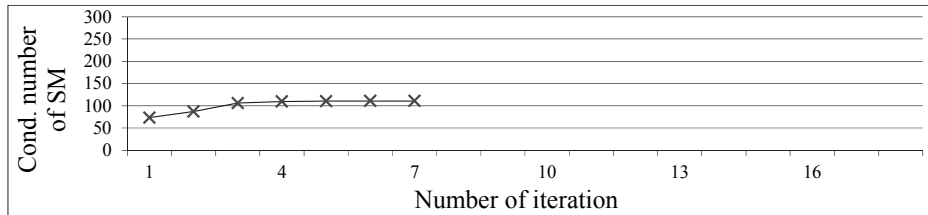
(b) 感度行列成分の推移



(c) 感度行列の行列式の推移



(d) 感度行列の特異値成分の推移

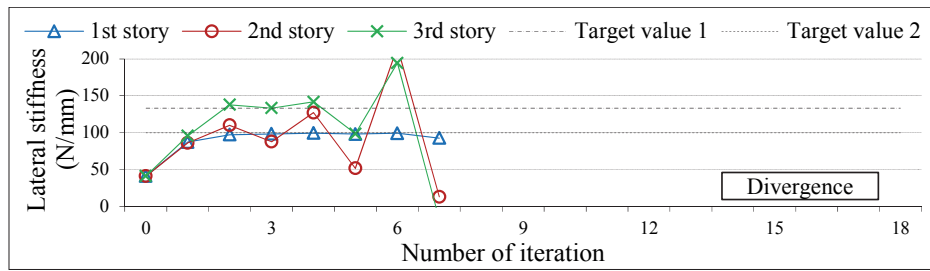


(e) 感度行列の条件数の推移

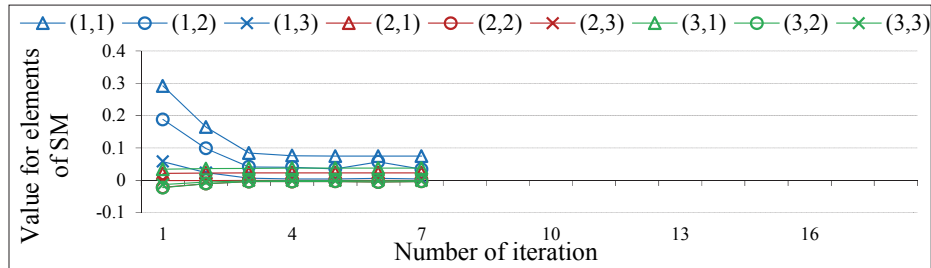
1層と2層に25%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を121.0N/mmと設定し収束した場合の例

Fig.6.5 観測量に1次モードの固有振動数とモード形に基づく基準化した変位を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析の推移

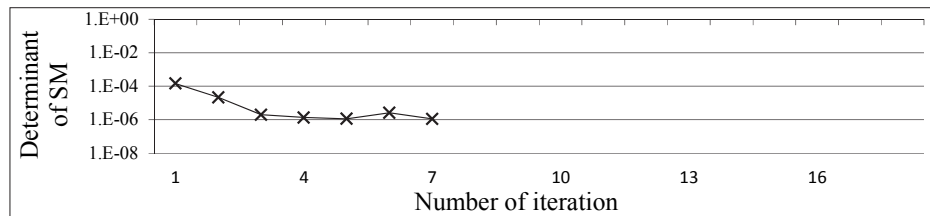
第6章 本逆解析手法の実用化への展開



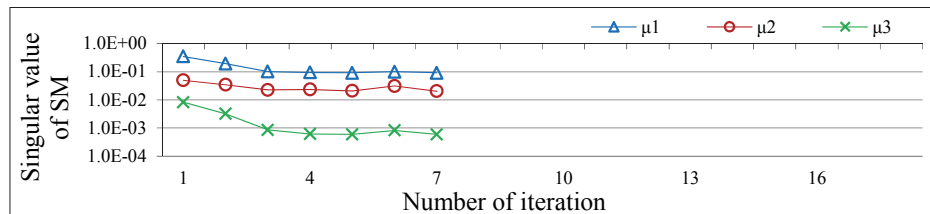
(a) 状態量の推移



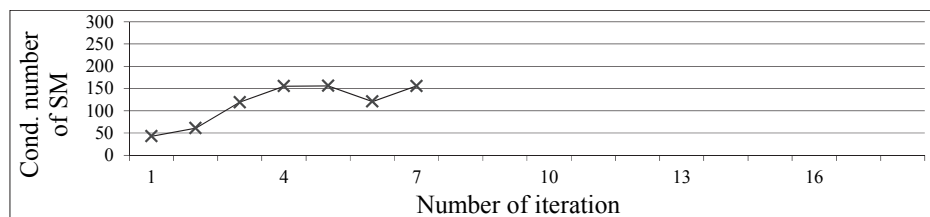
(b) 感度行列成分の推移



(c) 感度行列の行列式の推移



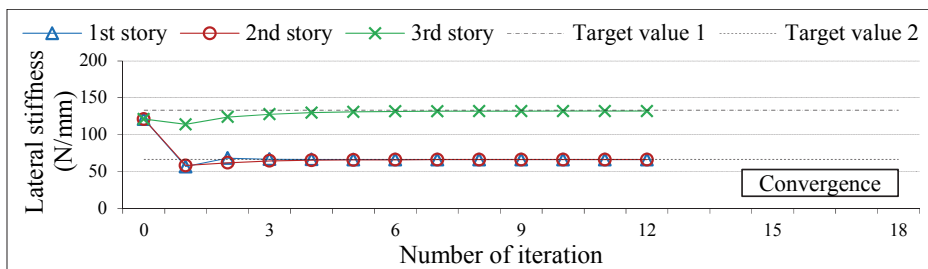
(d) 感度行列の特異値成分の推移



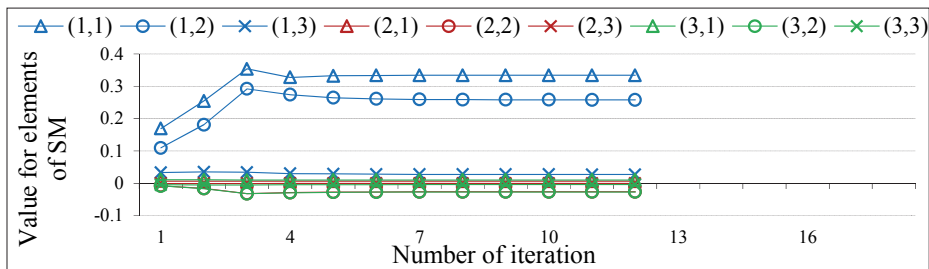
(e) 感度行列の条件数の推移

1層と2層に25%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を41.0N/mmと設定し発散した場合の例

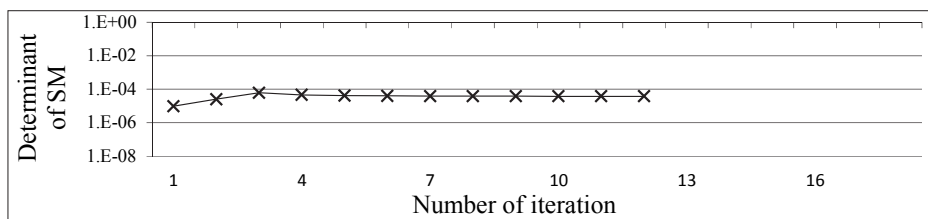
Fig.6.6 観測量に1次モードの固有振動数とモード形に基づく基準化した変位を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析の推移



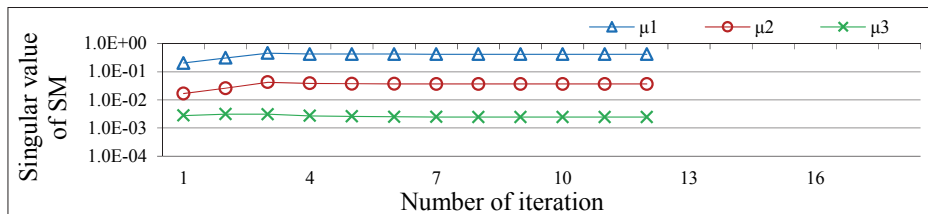
(a) 状態量の推移



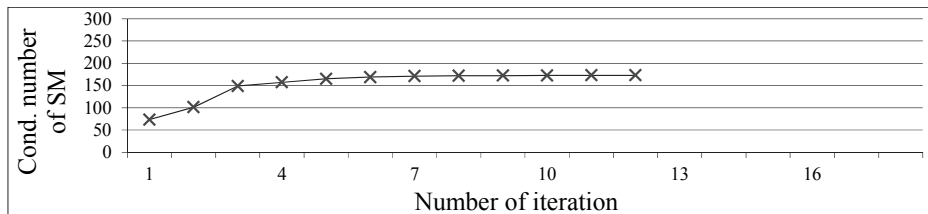
(b) 感度行列成分の推移



(c) 感度行列の行列式の推移



(d) 感度行列の特異値成分の推移

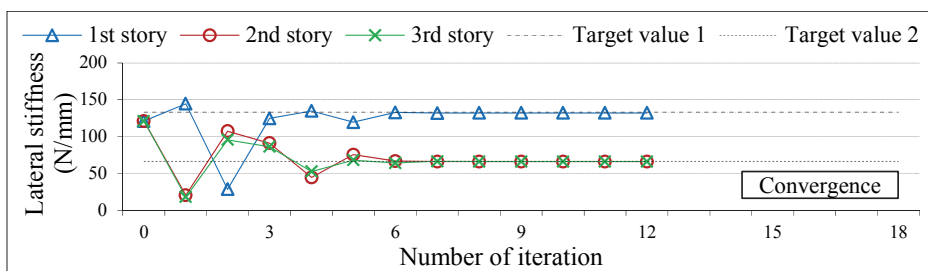


(e) 感度行列の条件数の推移

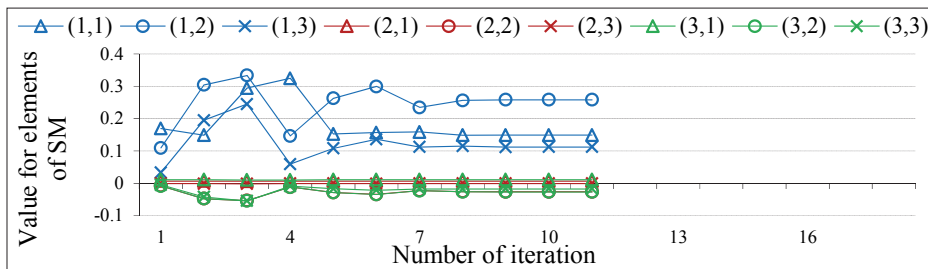
1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を121.0N/mmと設定し収束した場合の例

Fig.6.7 観測量に1次モードの固有振動数とモード形に基づく基準化した変位を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析の推移

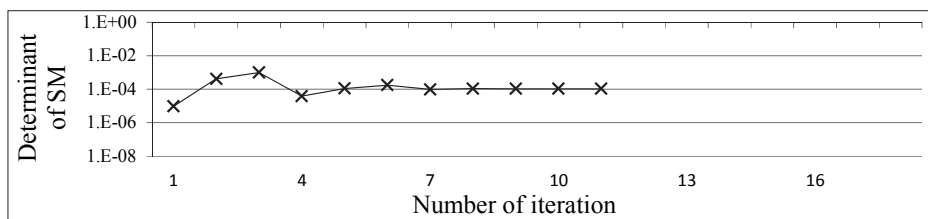
第6章 本逆解析手法の実用化への展開



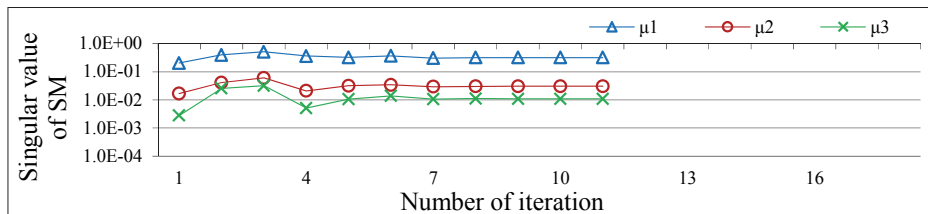
(a) 状態量の推移



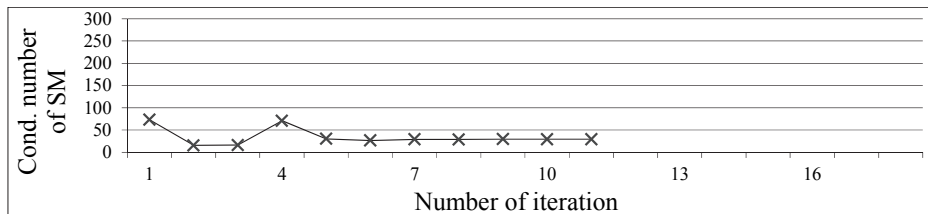
(b) 感度行列成分の推移



(c) 感度行列の行列式の推移



(d) 感度行列の特異値成分の推移



(e) 感度行列の条件数の推移

2層と3層に50%の剛性低下を仮定したモデルに対して初期値を121.0N/mmと設定し不安定であるにも関わらず収束した場合の例

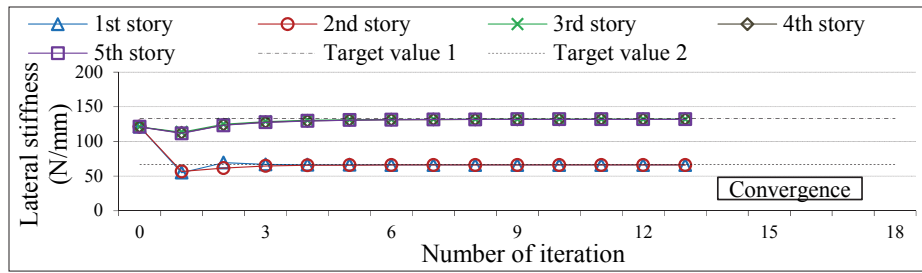
Fig.6.8 観測量に1次モードの固有振動数とモード形に基づく基準化した変位を用いた射影フィルタによる3層フレームモデルの逆解析の推移

ところで、本論で示す特異値は、最大特異値から順に μ_1 、 μ_2 、 μ_3 としているが、剛性低下を仮定した層の位置と同じ次数の特異値が、相対的に大きな値となる傾向が見られる。すなわち、Fig.6.7 に示す1層と2層に剛性低下を仮定したモデルに比べて、Fig.6.8 に示す2層と3層に剛性低下を仮定したモデルの方が、 μ_3 は相対的に大きな値となっている。この結果、本研究の条件数は、モデルにより異なる特性となり、繰り返し計算に不安定さが見られた2層と3層に剛性低下を仮定したモデルの方が、1層と2層に剛性低下を仮定したモデルより小さな値となっている。なお、同一のモデルでは、収束した場合の方が発散した場合より、条件数は小さな値となることを付記しておく。

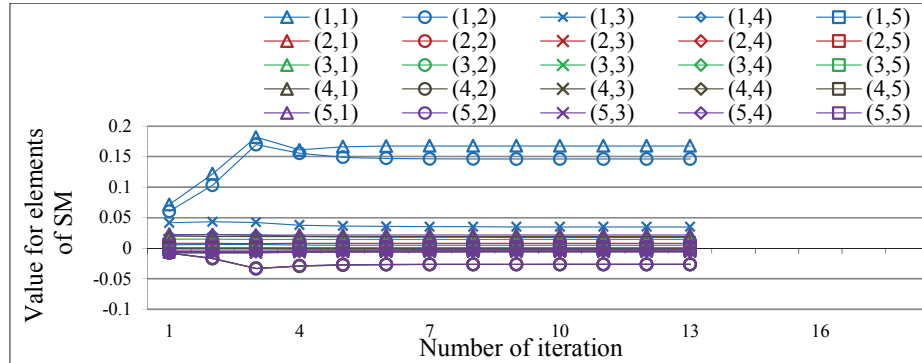
6.4.2 5層モデルの逆解析の検証

3層モデルと同様の検証を状態量の多い5層モデルに試みる。Fig.6.9は1層と2層に50%の剛性低下を、Fig.6.10は2層と5層に50%の剛性低下を仮定したモデルの各係数の推移であり、図の表現は3層モデルと同様である。ここに示す各係数の推移においても、3層モデルの逆解析と同様の傾向が確認できる。すなわち、収束解が得られる初期値の少なかった2層と5層に50%の剛性低下を仮定したモデルの推移では、計算ステップの序盤のみならず中盤においても変化が見られ、繰り返し計算は極めて不安定であることから、本逆解析手法に適合しにくいモデルであると考えられる。なお、特異値に着目すると、2層と5層に剛性低下を仮定したモデルにおいて、剛性低下を仮定した5層と同じ次数の特異値である μ_5 が比較的大きな値となっており、その結果条件数は小さな値となっている。

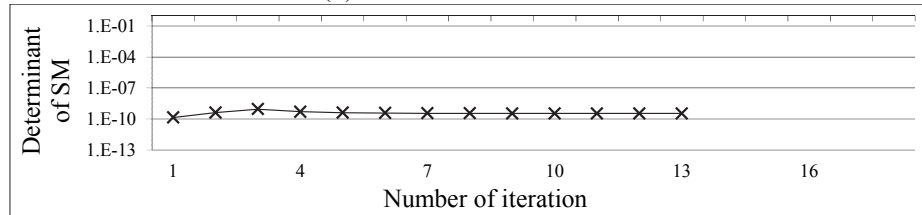
第6章 本逆解析手法の実用化への展開



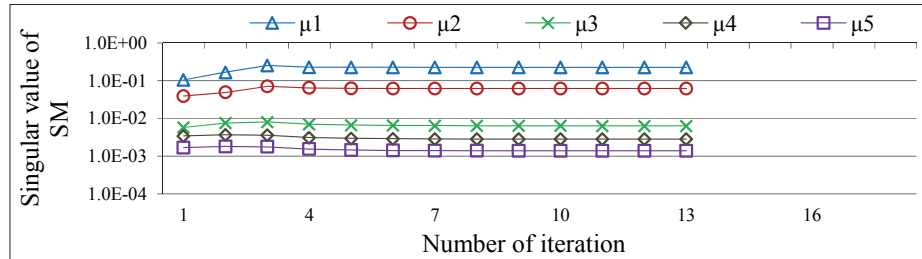
(a) 状態量の推移



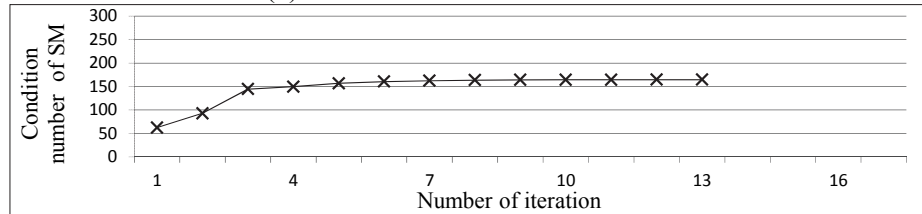
(b) 感度行列成分の推移



(c) 感度行列の行列式の推移



(d) 感度行列の特異値成分の推移

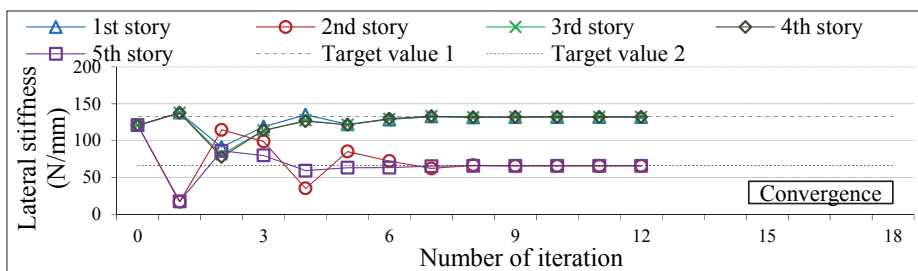


(e) 感度行列の条件数の推移

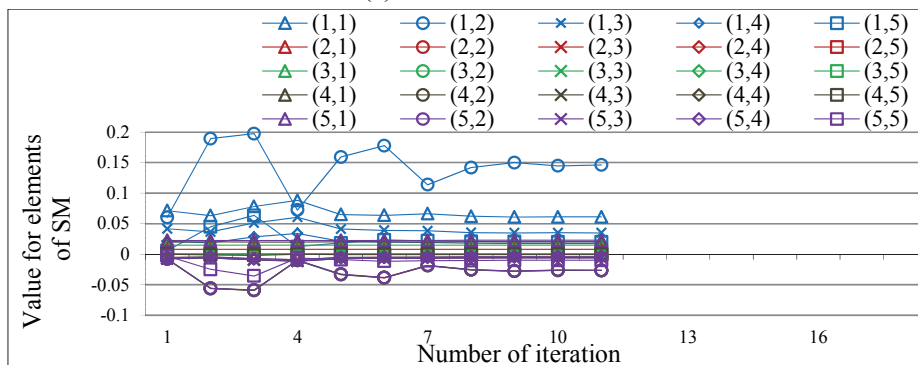
1層と2層に50%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を121.0N/mmと設定し収束した場合の例

Fig.6.9 観測量に1次モードの固有振動数とモード形に基づく基準化した変位を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析の推移

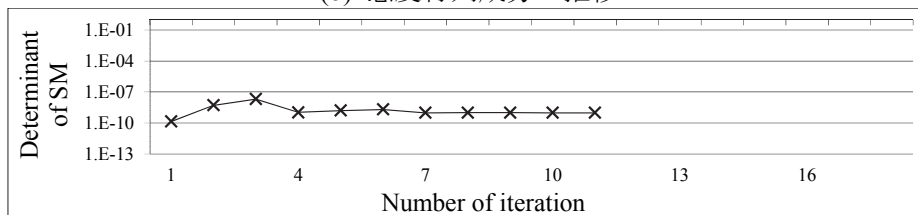
第6章 本逆解析手法の実用化への展開



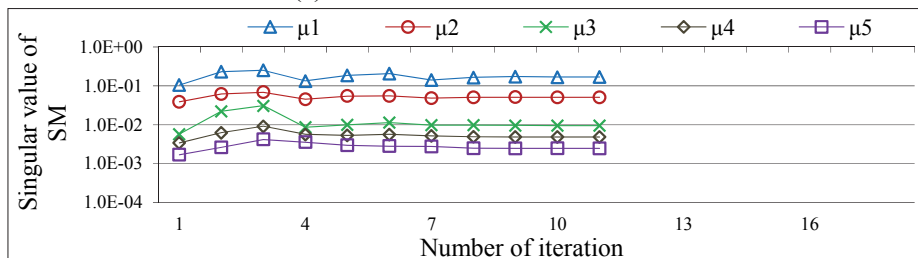
(a) 状態量の推移



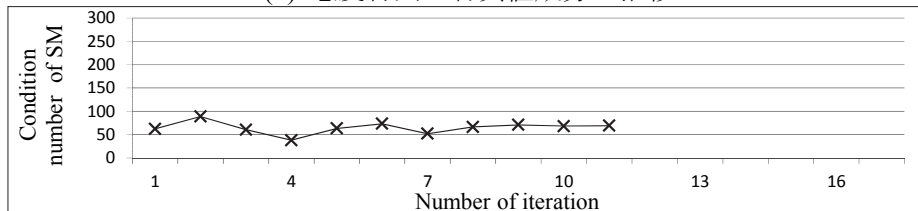
(b) 感度行列成分の推移



(c) 感度行列の行列式の推移



(d) 感度行列の特異値成分の推移



(e) 感度行列の条件数の推移

2層と5層に50%の剛性低下を仮定したモデルに対して
初期値を 121.0N/mm と設定し不安定であるにも関わらず収束した場合の例

Fig.6.10 観測量に1次モードの固有振動数とモード形に基づく基準化した変位を用いた射影フィルタによる5層フレームモデルの逆解析の推移

6.4.3 初期値の設定方法による検証

感度行列に関する係数の推移において、序盤のみならず中盤以降にも変化が継続するような極めて不安定な繰り返し計算の場合には、フィルタは状態量の変化を適切にコントロールすることができず、繰り返し計算は発散するだけでなく、解の一意性が存在しないことに起因して、正解値と異なる値に収束する場合があります。繰り返し計算を用いた逆解析手法の課題の一つとして挙げられる。これまでの逆解析では、すべての層に同じ値の初期値を設定しているが、前章までに述べたように、感度行列の対角成分の推移に着目し初期値の組み合わせを調整することで、感度行列が適合し、安定した繰り返し計算と精度の高い同定が可能となる。そこで、先に逆解析結果を示した3層モデルの感度行列の対角成分の推移をFig.6.11に、5層モデルの対角成分の推移をFig.6.12にそれぞれ示す。なお、ここに示す各成分の値は、剛性低下のないモデルの逆解析の推移における、同じ計算ステップのときの値で除することで基準化している。いずれの図においても、剛性低下を仮定した層と同じ数値の対角成分に変化が見られ、剛性低下の大きいモデルの方がその変化量は大きい。ここで、改めて本逆解析で用いた感度行列を式(6.6)に示す。

$$M_t = \begin{bmatrix} \frac{(\omega_{1t} - \omega_{1t-1})_{s1}}{\hat{z}_{1t} - \hat{z}_{1t-1}} & \frac{(\omega_{1t} - \omega_{1t-1})_{s2}}{\hat{z}_{2t} - \hat{z}_{2t-1}} & \frac{(\omega_{1t} - \omega_{1t-1})_{s3}}{\hat{z}_{3t} - \hat{z}_{3t-1}} \\ \frac{(\hat{v}_1^{(2)}{}_t - \hat{v}_1^{(2)}{}_{t-1})_{s1}}{\hat{z}_{1t} - \hat{z}_{1t-1}} & \frac{(\hat{v}_1^{(2)}{}_t - \hat{v}_1^{(2)}{}_{t-1})_{s2}}{\hat{z}_{2t} - \hat{z}_{2t-1}} & \frac{(\hat{v}_1^{(2)}{}_t - \hat{v}_1^{(2)}{}_{t-1})_{s3}}{\hat{z}_{3t} - \hat{z}_{3t-1}} \\ \frac{(\hat{v}_1^{(3)}{}_t - \hat{v}_1^{(3)}{}_{t-1})_{s1}}{\hat{z}_{1t} - \hat{z}_{1t-1}} & \frac{(\hat{v}_1^{(3)}{}_t - \hat{v}_1^{(3)}{}_{t-1})_{s2}}{\hat{z}_{2t} - \hat{z}_{2t-1}} & \frac{(\hat{v}_1^{(3)}{}_t - \hat{v}_1^{(3)}{}_{t-1})_{s3}}{\hat{z}_{3t} - \hat{z}_{3t-1}} \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

式(6.6)の対角成分に着目すると、例えば1行1列は1層の水平剛性と、1層の状態量を更新したときの固有振動数の差分により構成されており、1層の状態量の変化に関する特性を表していることが分かる。同様に2行2列は2層、3行3列は3層に対応している。したがって、計算ステップの初期において、対角成分に大きな変化が見られる場合には、この成分に対応する層に設定した初期値が逆解析に適合していないことを意味している。なお、3層モデルでは2層と3層に剛性低下を、5層モデルでは2層と5層に剛性低下を仮定したモデル

第6章 本逆解析手法の実用化への展開

が、他のモデルと比較して対角成分の変化量は大きくなっており、初期値が適合せず、繰り返し計算が不安定である様子が見て取れる。

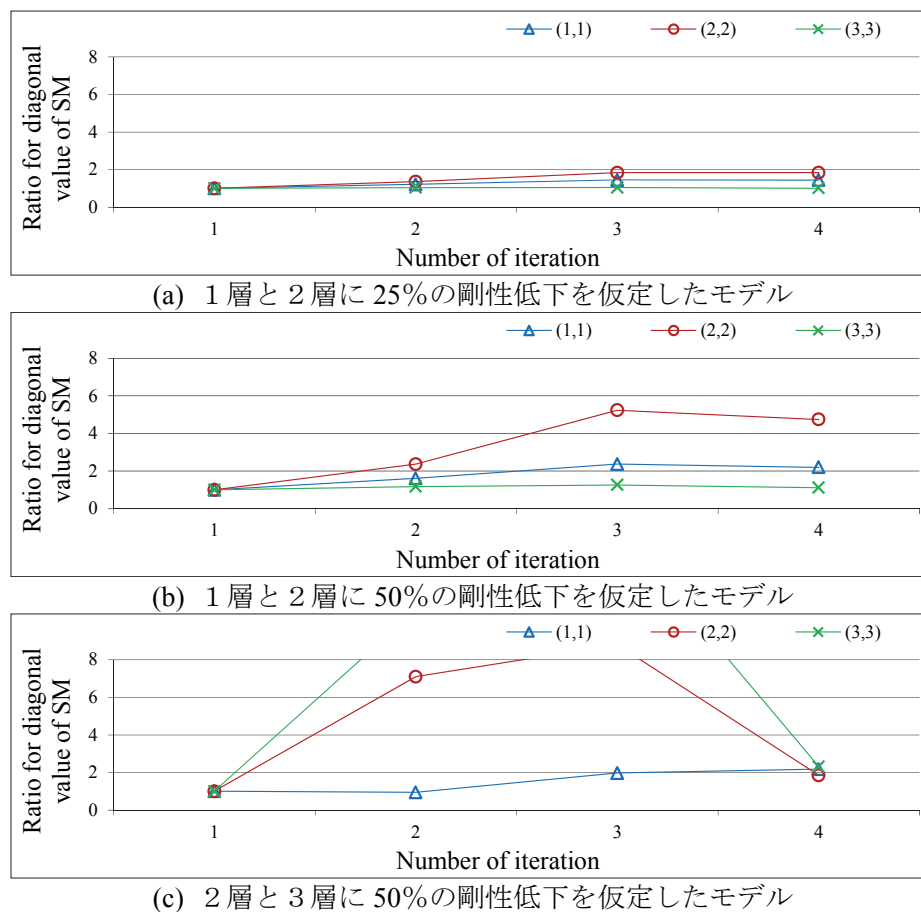


Fig.6.11 同じ初期値を設定し射影フィルタを用いた場合の3層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分の推移（初期値 121.0）

第6章 本逆解析手法の実用化への展開

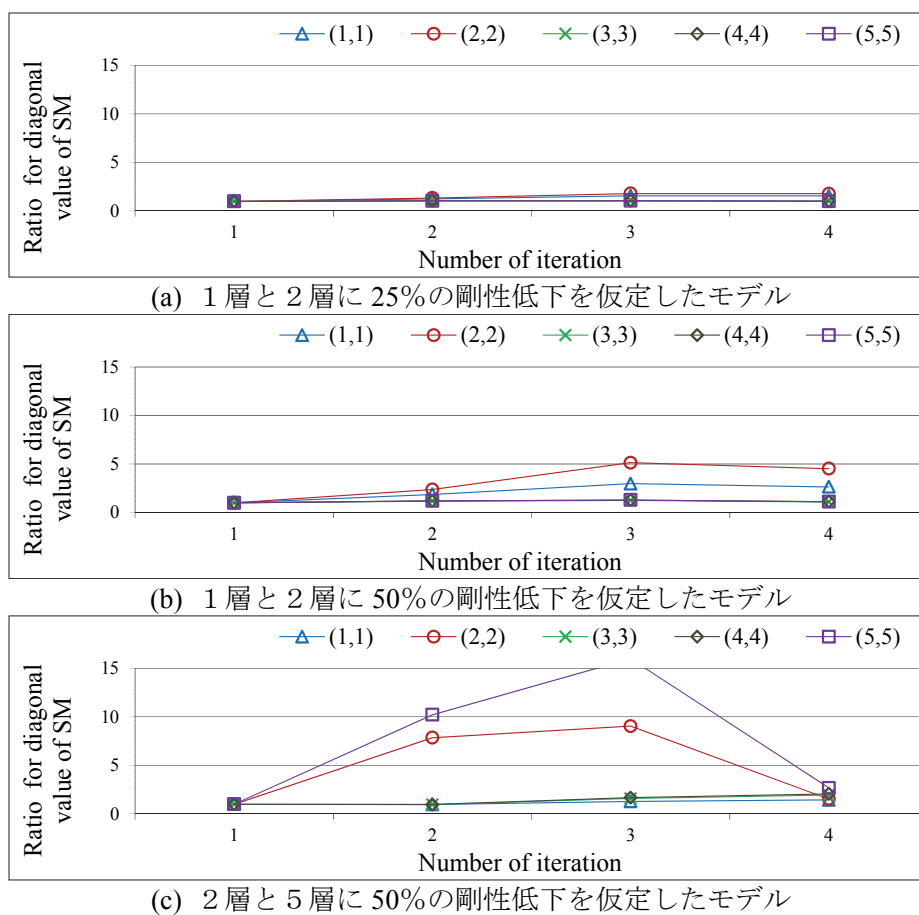


Fig.6.12 同じ初期値を設定し射影フィルタを用いた場合の5層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分の推移（初期値 121.0）

第6章 本逆解析手法の実用化への展開

そこで、Fig.6.13に2層と3層に50%の剛性低下を仮定した3層モデルの逆解析において、2層と3層に設定する初期値を1層の半分としたときの逆解析結果を示し、Fig.6.14に2層と5層に50%の剛性低下を仮定した5層モデルの逆解析において、2層と5層に設定する初期値を他の層の半分としたときの逆解析結果をそれぞれ示す。このような初期値の設定に際しては、感度行列に関する各係数が最も安定した推移を示したことを根拠としている。いずれのモデルにおいても、収束解が得られる初期値の数が増え、逆解析結果に改善が見られる。

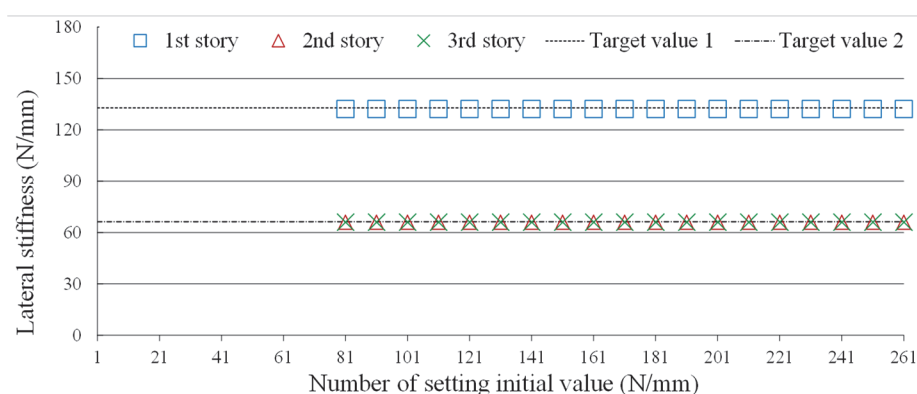


Fig.6.13 初期値の組合せを調整した射影フィルタによる2層と3層に50%の剛性低下を仮定した3層フレームモデルの逆解析結果（2,3層に50%の初期値）

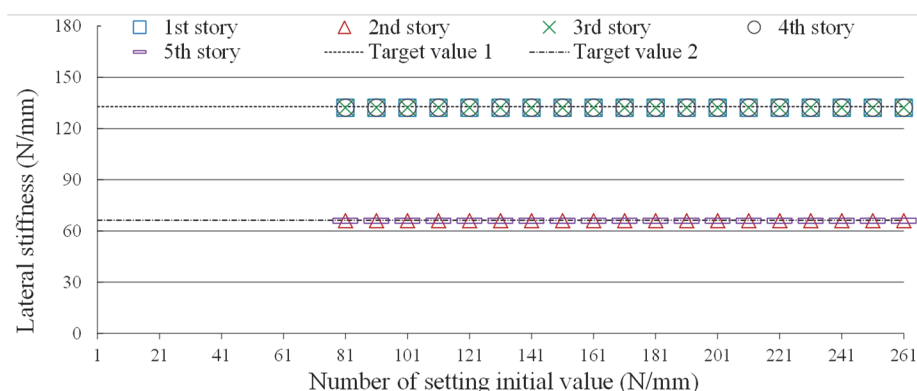


Fig.6.14 初期値の組合せを調整した射影フィルタによる2層と5層に50%の剛性低下を仮定した5層フレームモデルの逆解析結果（2,5層に50%の初期値）

ここで、Fig.6.15に2層と5層に50%の剛性低下を仮定した5層モデルの逆解析において、設定する初期値を調整したときの各係数の推移を示す。なお、ここに示す例は、初期値として1層、3層および4層には、Fig.6.10と同じ121.0N/mmを、対角成分の推移に大きな変化が見られた2層と5層には、その半分の60.5N/mmを設定し収束した場合である。いずれの係数においても先に見られたような大きな変化はなくなり、繰り返し計算は安定的であることが裏付けられる。

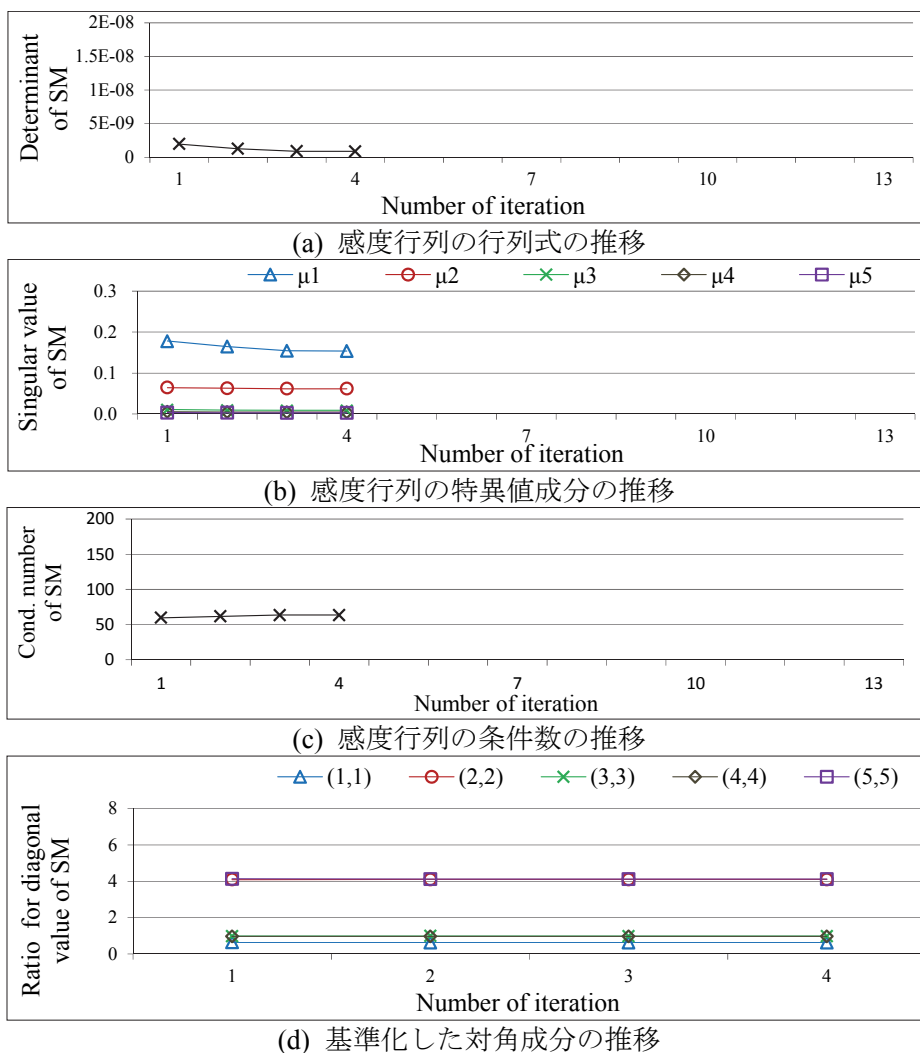


Fig.6.15 初期値の組合せを調整した射影フィルタによる2層と5層に50%の剛性低下を仮定した5層フレームモデルの感度行列の基準化した対角成分と行列式および条件数の推移

6.5 まとめ

逆解析に基づく構造ヘルスマモニタリングの実用化を目的に、1次振動モードのみにより観測量を構成し、フィルタによる逆解析手法を提案した。また、感度行列の各係数の推移に着目することで、本逆解析手法の特性について考察を加えた。本研究で得られた知見は以下の通りである。

- (1) 射影フィルタを用いた3層および5層フレームモデルを対象としたシミュレーション逆解析により、1次振動モードを観測量とした逆解析は可能であった。
- (2) 固有ベクトルに基づく基準化した変位を観測量に採用した本逆解析では、上層での変位の差が小さい場合に比べて、大きい場合の方が同定は困難となった。これは、Newton法と類似したアルゴリズムである繰り返し計算を採用したためと考えられる。
- (3) 感度行列の各係数の推移に着目することで、対象とするモデルの本逆解析手法への適応性に関する検討が可能であった。
- (4) 感度行列の対角成分の推移に着目し、設定する初期値の組み合わせを調整することで、本手法により同定が困難なモデルにおいても、明らかな改善を図ることが可能であった。

第7章

結語

7.1 総合的考察

7.2 今後の課題

7.1 総合的考察

本論では、中低層構造物の広域損傷検出の実用化を目的に、鋼製の3層フレームモデルおよび5層フレームモデルを対象に、フィルタを用いた逆解析の基本特性について検討した。このとき採用したフィルタは、構成の極めて単純な射影フィルタであり、感度行列の各成分を始め、感度行列の行列式および感度行列の特異値により与えられる条件数の推移に着目することで、繰り返し計算の安定性と解の精度の観点から考察を加え、初期値の設定方法に関して新たな計算手法を提案した。さらに、高い有効性が示されている可変的パラメトリック射影フィルタに、本論で提案する感度行列に着目した計算手法を適用することで、観測量に実測値を採用した場合にも極めて精度の高い構造システム同定が可能であることを示した。なお、本研究では、建築構造物の一部に塑性化による損傷が見られる場合にも、構造物全体としてモーダルパラメータの観測が可能であれば、損傷を受けた後の剛性として評価することが可能であると考えられる。本論により検討した総合的考察を以下に述べる。

第1章では、本論で議論する損傷検出問題としての構造システム同定の重要性について述べ、本研究の位置付けを明らかにした。そのうえで、フィルタを用いた逆解析の具体的な課題を提起し、本研究の目的を述べた。

第2章では、逆解析手法として採用するフィルタリングアルゴリズムについて概説した。本逆解析に採用したフィルタは、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタ (PPF) であり、一般に知られる Kalman フィルタとの比較にて示した。なお、パラメトリック射影フィルタに含まれる正則化パラメータを、計算ステップごとに自律的かつ計算的に決定するフィルタを可変的パラメトリック射影フィルタ (VPPF) と呼び、可変的アルゴリズムおよびその正則化について述べた。これらは、射影フィルタ族として位置づけされ、基本的に状態量が目標値に一致するような評価関数のもとで構成されたフィルタである。

第3章では、本論で対象とした鋼製の3層フレームモデルおよび5層フレームモデルの概要と、固有振動数を求めるための、順問題としての固有値解析手法について述べた。また、本論では、損傷検出の実用化を目的としており、観測量として用いる固有振動数を測定するための、実験モード解析手法について概説し、計算値との比較にてその有効性を示した。ここで得られた固有値解析手法に基づき、各層の水平剛性を状態量とし、固有振動数を観測量としたときのフレームモデルの繰り返し計算による逆解析を構成した。

第7章 結語

第4章では、フィルタを用いた逆解析の特性の検討を目的に、まずは、状態量が少なく比較的同定が容易である、3層フレームモデルを対象とした逆解析結果を示した。このとき用いたフィルタは、射影フィルタであり、感度行列のみで構成される極めて単純なフィルタとして再評価した。これより、感度行列の計算が繰り返し計算の安定性および解の精度に与える影響を検討することが可能であり、本論では、感度行列の各成分、フィルタゲインおよび状態量の推移に着目し検討した。この結果、前進差分を用いた感度行列の計算手法に関して、局所領域を対象とした局所前進差分法を用いることで安定した繰り返し計算がなされることを示した。

この手法による様々なモデルの逆解析結果を示し、感度行列の行列式および感度行列の特異値により与えられる条件数の推移に着目すると、中間層を含む複数層に大きな剛性低下を仮定したモデルでは、これらの変化が継続して見られる場合や、繰り返し計算の初期で大きな変化を示す場合が見られ、繰り返し計算が不安定となることがわかった。さらに、感度行列の対角成分の推移から、設定した初期値が適応していない層を検討することが可能であることを示し、設定する初期値の組み合わせを調整することで、精度の高い同定が可能であることを述べた。

第4章の後半では、3層フレームモデルの逆解析で提案した計算手法をさらに検討するために、状態量が多く、非適切性のリスクの高い5層フレームモデルを対象に、同様の検討を行った。この結果、5層フレームモデルを対象とした場合にも、提案する計算手法の有効性を確認することができ、シミュレーション逆解析においては、精度の高い同定が可能となった。なお、大きな剛性低下を仮定した実測値による逆解析結果も示したが、観測量に観測誤差等を含む場合の逆解析の困難さを確認することとなった。射影フィルタによる逆解析は、前章までに提案した計算手法を適用しても、観測量に実測値を採用した場合には、同定は不可能であった。

第5章では、本研究の逆解析手法として採用する中心のフィルタであり、精度の高い解が得られることが期待でき、かつ正則化の効果により繰り返し計算の安定化を図ることが可能と考えられるVPPFを用いた逆解析に、提案する計算手法を適用し、同定精度の改善を試みた。

VPPFに含まれる正則化パラメータの次元化にあたっては、特定のモード次数の固有振動数を採用することから、モード依存性が見られ、感度行列および

第7章 結語

これに関する各要素の推移に着目することで、正則化パラメータの効果について検討し、本逆解析では、2次モードの固有振動数を採用することで、精度の高い同定が可能であることを示した。さらに、2次モードの固有振動数で正則化を図った VPPF による逆解析でも同定が不可能となったモデルにおいて、感度行列の推移に着目することで初期値の適合していない層を検討し、その結果に基づき、前章までと同様に、初期値の設定方法を調整することで基本的に同定の精度は改善された。

しかし、観測量に実測値を採用し、大きな剛性低下を仮定したモデルにおいては、こうした手法を用いても同定が不可能となる場合が見られた。そこで、設定した初期値の適合性を検討するために、様々な初期値のもとで感度行列の対角成分および行列式の値と条件数の推移の比較を試みたところ、モデルに適合した初期値の検討が可能であり、その結果に基づく逆解析により、観測量に実測値を採用し、大きな剛性低下を想定した極めて同定が困難なモデルにおいても、高い精度の同定をすることができた。

第6章では、本手法の実用化に鑑み、1次振動モードの情報のみを観測量とする逆解析手法を提案した。固有ベクトルに基づく基準化した変位を観測量に用いた本逆解析では、上層になるに従い変位の差が小さくなる場合に比べて、大きい場合の方が同定は困難であった。また、感度行列の各係数の推移に着目することで、対象とするモデルの本逆解析手法への適応性に関する検討が可能であった。さらに、感度行列の対角成分の推移に着目し、設定する初期値の組み合わせを調整することで、本手法により同定が困難なモデルにおいても、明らかな改善を図ることが可能であった。今後は、実測値を採用した逆解析に本手法を適用し、実用化に関する検討をさらに行う予定である。

本論でのフィルタを用いた逆解析における感度行列の特性の解明と計算手法の提案は、対象とした射影フィルタ族のみならず、拡張 Kalman フィルタ等のフィルタに適用可能である。したがって、本論での成果は、既往の研究で報告されている工夫・改善とは異なるため、広域損傷検出の実用化に向けた新たな展開を与えることになる。

7.2 今後の課題

本論は、逆解析手法に関する基礎的考察であり、その対象として比較的逆解析が容易である3層および5層のフレームモデルを採用した。本逆解析手法の実用化のためには、実大規模の建築構造物を対象とした逆解析の適用例を示す必要がある。以下に、その点に関する今後の課題を述べる。

本逆解析では、3層フレームモデルにおいては1次～3次モードまでの固有振動数を、5層フレームモデルにおいては1次～5次モードまでの固有振動数を採用している。実物大の建築構造物を対象とした実験モード解析では、こうした高次モードの固有振動数を測定することは困難であることが想定される。このような観点から、まずは、実物大の建築構造物を対象とした実験モード解析を実施し、実験手法の確立と測定可能なモード次数を明確にする必要がある。さらに、逆解析手法においては、状態量の多い問題への適用や観測量の低減に関する検討、および水平剛性を曲げせん断形として評価する手法について検討する必要がある。また、高次モードの固有振動数の代替として、新たな振動モード特性に起因する観測量の採用について、1次振動モードにより観測量を構成することを提案したが、今後は実測値を用い、実用的なフィルタである可変的パラメトリック射影フィルタによる検討が喫緊の課題である。

参考文献

- 1) 国土交通省住宅局建築指導課ほか編集：建築物の構造関係技術基準解説書 2007年版，2008
- 2) 日本建築学会：東日本大震災合同調査報告 建築編5 建築基礎構造／津波の特性と被害，2015
- 3) 日本建築学会関東支部：耐震構造の設計 学びやすい構造設計，2012
- 4) 山本鎮男：ヘルスマonitoring，共立出版，1999
- 5) 小國健二：応用例で学ぶ逆問題と計測，オーム社，2011
- 6) 濱本卓司，大竹哲矢，堀内大悟，崔井圭：振動・波動計測による場所打ちコンクリート杭の総合的ヘルスマonitoringの関する実ない実験，日本建築学会構造系論文集，No.616，pp.105-112，2007
- 7) 佐藤忠信，田中庸平：構造物のカオス応答アトラクタを用いた損傷検出法の開発，土木学会論文集 A，Vol.62，No.4，pp.915-924，2006
- 8) Masaru Hoshiya, Etsuro Saito : Structural Identification by Extended Kalman Filter, J. of Engineering Mechanics, Vol.110, No.12, pp.1757-1770, 1984
- 9) Chan Ghee Koh, Lin Ming See, Thambirajah Balendra : Damage Detection of Buildings, Numerical and Experimental studies, J. of Structural Engineering, Vol.121, No.8, pp.1155-1160, 1995
- 10) M. S. Agbabian, S. F. Masri, R. K. Miller : System Identification Approach to Detection of Structural Changes, J. of Engineering Mechanics, Vol.117, No.2, pp.370-390, 1991
- 11) Chung-Bang Yun, Masanobu Shinozuka : Identification of Nonlinear Structural Dynamic Systems, J. of Structural Engineering, 8(2), pp.187-203, 1980
- 12) George Hearn, Rene B. Tasta : Modal Analysis for Damage Detection in Structures, J. of Structural Engineering, Vol.117, No.10, pp.3042-3063, 1991
- 13) 古川愛子，松尾卓弥，西川晃司：スペクトル要素法を用いた高振動数励起による鋼トラス梁の損傷同定に関する研究，土木学会論文集 A1 (構造・地震工学)，Vol.68，No.4 pp.1523-1532，2012
- 14) 中村充：建築構造物のヘルスマonitoring，計測と制御，第41巻，第11号，pp.819-824，2002
- 15) 肥田剛典，永野正行：部分空間法に基づくシステム同定による建物の固有振動数と減衰定数の推定精度，日本建築学会構造系論文集，Vol.79，No.701，pp.923-932，2014
- 16) B. Banerjee, D. Roy, R. M. Vasu : Self-regularized pseudo time-marching schemes for structural system identification with static measurements, Int. j. Numer. Meth. Engng., Vol.82, pp.896-916, 2010

参考文献

- 17) 岩城英朗, 柴慶治, 武田展雄: FBG 型光ファイバセンサを用いた構造ヘルスマニタリング, 応用力学論文集, Vol.6, pp.1113-1120, 2003
- 18) 仁田佳宏, 西谷章: 各層を単位とするサブシステムの同定に基づく剛性のヘルスマニタリング, 日本建築学会構造系論文集, No.573, pp.75-79, 2003
- 19) Paula F. Viero, Ney Roitman: Application of some damage identification method in offshore platforms, Marine structure 12, pp.107-126, 1999
- 20) 濱本卓司: 建築物の耐震性能評価のためのモニタリング技術, 計測と制御, 第 46 巻, 第 8 号, pp.605-611, 2007
- 21) Shanshan Wang, Quigwen Ren, Pizhong Qiao: Structural Damage Detection Using Local Damage Factor, j. of Vibration and Control, 12(9), pp.955-973, 2006
- 22) 古川愛子, 大塚久哲: 高振動数領域のフーリエ振幅を用いた局所損傷同定, 応用力学論文集, Vol.11, pp.27-37, 2008
- 23) 池下俊之, 中根寿浩, 北川良和: 立体骨組モデルを対象とした局所損傷同定と波動伝播特性によるコンクリートの損傷検知, 構造工学論文集, Vol.51B, pp.15-22, 2005
- 24) 日本建築学会: 建築物荷重指針・同解説, 2015
- 25) 登坂宣好, 大西和榮, 山本昌宏: 逆問題の数理と解法, 東京大学出版会, 1999
- 26) 堤正義: 逆問題の数学, 共立出版, 2000
- 27) 磯祐介: 逆問題・非適切問題の解の再構成と数値解析, 京都大学数理解析研究所, 2001
- 28) 星谷勝, 斉藤悦郎: 建設技術者のためのデータ解析と応用, 鹿島出版会, 1991
- 29) 武者利光, 岡本良夫: 逆問題とその解き方, オーム社, 1997
- 30) 片山徹: 新版応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 2002
- 31) 土木学会: 土木工学における逆問題解析入門, 2008
- 32) 登坂宣好: フィルタ理論による計算力学の逆問題, 機械の研究, 第 49 巻, 第 1 号, pp.118-126, 1997
- 33) 今井卓司, 遠藤龍司, 川上善嗣, 登坂宣好: 拡張 Kalman フィルタを用いた逆解析によるユニット連結型浮体モデルの構造損傷同定, 構造工学論文集, Vol.44B, pp.399-404, 1998
- 34) 遠藤龍司, 百里富美子, 登坂宣好: 拡張 Kalman フィルタを用いたフレーム構造モデルの損傷同定解析, 構造工学論文集, Vol.46B, pp.27-33, 2000
- 35) 遠藤龍司, 川上善嗣, 今井卓司, 登坂宣好: 新フィルタを用いたユニット連結型浮体モデルの構造損傷同定解析, 構造工学論文集, Vol.44B, pp.391-397, 1998
- 36) 遠藤龍司, 塩田寿美子, 登坂宣好: 射影フィルタに基づくアルゴリズムを用いたフレーム構造物の損傷同定解析, 構造工学論文集, Vol.47B, pp.15-20, 2001

参考文献

- 37) 遠藤龍司, 登坂宣好, 川上善嗣, 塩田寿美子: パラメトリック射影フィルタに基づくアルゴリズムを用いた大型浮遊式海洋建築物模型の損傷同定解析, 日本建築学会構造系論文集, No.559, pp.237-244, 2002
- 38) 塩田寿美子, 遠藤龍司, 登坂宣好: フィルタ理論に基づくフレーム構造物の損傷同定解析, 日本建築学会構造系論文集, No.605, pp.95-102, 2006
- 39) 池田義人, 遠藤龍司, 登坂宣好: 3層フレームモデルの水平剛性の同定に用いた可変的パラメトリック射影フィルタの特性, Transaction of JSCES, Paper No. 20140009, 2014
- 40) 池田義人, 遠藤龍司, 登坂宣好: 拡張可変的パラメトリック射影フィルタを援用した構造システム同定, Vol.79, No.704, pp.1503-1512, 2014
- 41) 濱本卓司, 森田高市, 相馬澄子: 逐次最小二乗法による多層建築物の地震損傷追跡, 日本建築学会構造系論文集, No.603, pp.39-46, 2006
- 42) 神田亜希子, 三田彰: 評価システムのモデル構造に着目した低層建物の損傷確率評価, 日本建築学会構造系論文集, No.558, pp.57-61, 2005
- 43) 南忠良, 城野みなみ, 藤田皓平, 竹脇出: 建物内部に未知の振動源を有する高層建物の曲げせん断型モデルと ARX モデルを用いた剛性同定法, 日本建築学会構造系論文集, No.690, pp.1405-1412, 2013
- 44) 畑田朋彦, 片村立太, 萩原一, 高橋元一, 仁田佳宏, 西谷章: 層間変位計測に基づいた損傷評価法の実大建物震動台実験データを用いた検証, 日本建築学会構造系論文集, No.686, pp.703-711, 2013
- 45) Aiko Furukawa, Junji Kiyono, Hisanori Otsuka: Structural matrix identification using microtremor measurements based on canonical variate analysis, J. of Applied mechanics, Vol.8, pp85-93, 2005
- 46) 古川愛子, 清野純史, 大塚久哲: 独立成分分析を用いた起振応答の抽出法と損傷同定問題への適用, 応用力学論文集, Vol.19, pp.43-54, 2006
- 47) 古川愛子, 三輪 滋, 清野純史: 実寸大模型を用いた振動台実験および数値実験に基づく心棒の寸法および本数の墓石の耐震性に及ぼす影響の検討, 応用力学論文集, Vol.11, pp.603-613, 2008
- 48) 古川愛子, 小野達也, 大塚久哲: 高振動数で起振可能なアクチュエータの作成と損傷に伴う鋼板の振動特性の変化に関する実験的検討, 応用力学論文集, Vol.13, pp.985-996, 2010
- 49) 村上 章, 長谷川高士: 構造工学・地盤工学における Kalman フィルタの適用, 農業土木工学会, Vol. 158, pp.95-104, 1992
- 50) Nobuyoshi Tosaka, Akihide Utani, Hideaki Takahashi: Unknown defect identification in elastic field by boundary element method with filtering procedure, Engineering analysis with boundary Elements15, pp.207-215, ELSEVIER, 1995

参考文献

- 51) Juliana Almeida, Hugo Alonso, Paula Rocha : Online Damage Detection in Euler-Bernoulli Beams Using the Extended Kalman Filter, 10th Portuguese Conference on Automatic Control, 2012
- 52) Chenhao Jin, Shinae Jang, Xiaorong Sun, Zhaoshuo Jiang, Richard Christenson : Application of MR Damper in Real-time Structural Damage Detection Using Extended Kalman Filter, 11th International Workshop on Advanced Smart Materials and Smart Structures Technology, 2015
- 53) Chenhao Jin, Shinae Jang, Xiaorong Sun : Structural Damage Detection Using Extended Kalman Filter Combined with Statistical Process Control in Nonlinear Systems, 10th International Workshop on Structural Health Monitoring 2015, Vol.2, 2015
- 54) R.Ghanem, G.Ferro : Health monitoring for strongly non-linear systems using the Ensemble Kalman Filter, Structural Control and Monitoring, Vol.13, pp.245-259, 2006
- 55) Akira Murakami, Takayuki Shuku, Shi-ichi Nishimura, Kazunori Fujisawa, Kazuyuki Nakamura : Data assimilation using the particle filter for identifying the elasto-plastic material properties of geomaterials, Int. T. Numer. Anal. Math. Geomech., published online in Wiley online Library, DOI. 10, 1002/nag, 2125, 2012
- 56) Chun Zhang, Jie-Zhong Huang, Gu-Quan Song, Lin Daim, Huo-Kun Li : Detection of Structural Damage via Free Vibration Responses by Extended Kalman Filter with Tikhonov regularization Scheme, Structural Monitoring and Maintenance, Vol.3, No.2, pp.115-127, 2016
- 57) 遠藤龍司, 登坂宣好, 羽生大樹 : 可變的パラメトリック射影フィルタを用いた構造システム同定の初期値の影響, 計算数理工学論文集, Vol.10, pp.105-110, 2010
- 58) 遠藤龍司, 池田義人, 登坂宣好 : フレームモデルのシステム同定に用いる射影フィルタの特性, 構造工学論文集, Vol.61B, pp.519-530, 2015
- 59) 池田義人, 遠藤龍司, 登坂宣好 : 構造損傷検出に用いる射影フィルタの感度行列に基づく基本特性, 日本建築学会構造系論文集, Vol.81, No.730, pp.2069-2077, 2016
- 60) 池田義人, 遠藤龍司, 登坂宣好 : 感度行列に着目した射影フィルタによる逆問題解析の特性, 計算数理工学論文集, Vol.16, No.14-161202, 2016
- 61) 小川英光 : 信号と画像の復元 (Ⅲ) —最適復元のための射影フィルタ族—, 電子情報通信学会誌, Vol.71, No.7, pp.739-748, 1988
- 62) 長松昭男 : モード解析入門, コロナ社, 2012
- 63) 竹内啓 : 線形数学, 培風館, 1974
- 64) 柳井晴夫, 竹内啓 : 射影行列・一般逆行列・特異値分解, 東京大学出版会, 1997

論文リスト

1. 学協会誌等掲載学術論文

- 1) 池田義人、遠藤龍司、登坂宣好：3層フレームモデルの水平剛性の同定に用いた可変的パラメトリック射影フィルタの特性、日本計算工学会論文集、Vol.2014、pp.20140009、2014.8
- 2) 池田義人、遠藤龍司、登坂宣好：拡張可変的パラメトリック射影フィルタを援用した構造システム同定、日本建築学会構造系論文集、Vol.79、No.704、pp.1503-1512、2014.10
- 3) 遠藤龍司、池田義人、登坂宣好：フレームモデルのシステム同定に用いる射影フィルタの特性、構造工学論文集、Vol.61B、pp.519-530、2015.3
- 4) 池田義人、遠藤龍司、登坂宣好：感度行列に着目した射影フィルタによる逆問題解析の特性、計算数理工学論文集、Vol.16、No.14-161202、2016.12
- 5) 池田義人、遠藤龍司、登坂宣好：構造損傷検出に用いる射影フィルタの感度行列に基づく基本特性、日本建築学会構造系論文集、Vol.81、No.730、pp.2069-2077、2016.12

2. 国際会議における講演発表

- 1) Norihide IMAGAWA, Yoshihito IKEDA, Ryuji ENDO, Nobuyoshi TOSAKA : Structural Design Method of Topo-Shell Constructed with New Material、Proceedings of the IASS WORKING GROUPS 12 + 18 International Colloquium 2015、2015.4

3. 学協会における講演発表

- 1) 遠藤龍司、池田義人、登坂宣好：フィルタリングアルゴリズムを逆解析手法とする5層フレームモデルの水平剛性の同定 その1 拡張カルマンフィルタと拡張VPPFに基づくアルゴリズム、日本建築学会大会学術講演会、2013.8
- 2) 池田義人、遠藤龍司、登坂宣好：フィルタリングアルゴリズムを逆解析手法とする5層フレームモデルの水平剛性の同定 その2 両フィルタリングアルゴリズムによる逆解析結果の比較、日本建築学会大会学術講演会、2013.8
- 3) 池田義人、遠藤龍司：フィルタリングアルゴリズムを逆解析手法とする5層フレームモデルの水平剛性の同定、第21回職業能力開発研究発表講演会、2013.11
- 4) 池田義人、遠藤龍司、登坂宣好：3層フレームモデルの逆解析における可変的パラメトリック射影フィルタの特性、第19回計算工学講演会、2014.6

論文リスト

- 5) 遠藤龍司、池田義人、登坂宣好：流体と弾性体から成る連成問題の逆解析、第 19 回計算工学講演会、2014.6
- 6) 池田義人、遠藤龍司、登坂宣好：フィルタリングアルゴリズムを逆解析手法とする 3 層フレームモデルの水平剛性の同定、日本建築学会大会学術講演会、2014.9
- 7) 池田義人、遠藤龍司、登坂宣好：観測量を低減した場合における 3 層フレームモデルのシステム同定、第 63 回理論応用力学講演会、2014.9
- 8) 池田義人、遠藤龍司：3 層フレームモデルのシステム同定における観測量の低減、第 22 回職業能力開発研究発表講演会、2014.10
- 9) 遠藤龍司、池田義人：部材接合部における固定度の同定解析、第 22 回職業能力開発研究発表講演会、2014.10
- 10) 池田義人、遠藤龍司：弾性浮体の逆問題解析、第 20 回計算工学講演会、2015.6
- 11) 遠藤龍司、池田義人、登坂宣好：部材の回転剛性に関する離散的逆問題解析、第 20 回計算工学講演会、2015.6
- 12) 遠藤龍司、池田義人、登坂宣好：一体連成解析を数理モデルとする弾性浮体の逆問題解析 その 1 フィルタ理論を用いた逆問題解析の構成、日本建築学会大会学術講演会、2015.8
- 13) 池田義人、遠藤龍司、登坂宣好：一体連成解析を数理モデルとする弾性浮体の逆問題解析 その 2 フィルタ理論を用いた逆問題解析、日本建築学会大会学術講演会、2015.8
- 14) 池田義人、石橋星弥、遠藤龍司：フィルタ理論を用いた逆問題解析による鉄骨梁の固定度の同定、第 23 回職業能力開発研究講演会、2015.10
- 15) 石橋星弥、池田義人、遠藤龍司：鉄骨梁の固定度の同定に用いる実験モード解析手法の提案、第 23 回職業能力開発研究講演会、2015.10
- 16) 西村美星、斉藤直也、池田義人、伊賀昌久、遠藤龍司：耐震教育に用いる手計算で解ける振動モデルの検討、第 23 回職業能力開発研究講演会、2015.10
- 17) 池田義人、遠藤龍司、登坂宣好：逆問題解析として用いるフィルタリングアルゴリズムの基本特性 その 1 射影フィルタにおける基本特性、第 21 回計算工学講演会、2016.5
- 18) 遠藤龍司、池田義人、登坂宣好：逆問題解析として用いるフィルタリングアルゴリズムの基本特性 その 2 可変的パラメトリック射影フィルタへの適用、第 21 回計算工学講演会、2016.5
- 19) 遠藤龍司、池田義人、石橋星弥：津波による衝撃荷重を受けた柱・梁接合部の剛性の評価法 その 1 固定度を状態量とする逆問題の定式化、日本建築学会大会学術講演会、2016.8

論文リスト

- 20) 池田義人、石橋星弥、遠藤龍司：津波による衝撃荷重を受けた柱・梁接合部の剛性の評価法 その 2 固定度を状態量とする逆解析手法の提案、日本建築学会大会学術講演会、2016.8
- 21) 石橋星弥、池田義人、遠藤龍司：津波による衝撃荷重を受けた柱・梁接合部の剛性の評価法 その 3 具体的な固定度の評価法の検討、日本建築学会大会学術講演会、2016.8
- 22) 池田義人、田代尚人、遠藤龍司：手計算で理解する振動教育の実験に用いるフレームモデルの提案 その 1 教材としてのフレームモデルの基本特性、第 24 回職業能力開発研究講演会、2016.11
- 23) 田代尚人、池田義人、遠藤龍司：手計算で理解する振動教育の実験に用いるフレームモデルの提案 その 2 制振構造に用いるブレース型ダンパーの特性、第 24 回職業能力開発研究講演会、2016.11
- 24) 白鳥里穂、池田義人、遠藤龍司：浮遊式海洋建築物の逆問題解析におけるフィルタの特性、第 24 回職業能力開発研究講演会、2016.11
- 25) 齋藤綾乃、池田義人、遠藤龍司：木質構造における柱・梁接合部の固定度同定に用いる実験モード解析手法の検討、第 24 回職業能力開発研究講演会、2016.11
- 26) 遠藤龍司、池田義人、登坂宣好：射影フィルタによる多段階逆問題解析を用いた海洋構造物の広域損傷検出、第 22 回計算工学講演会、2017.6
- 27) 池田義人、遠藤龍司、登坂宣好、実測値を用いた感度行列に着目したフレームモデルの逆問題解析、第 22 回計算工学講演会、2017.6
- 28) 池田義人、遠藤龍司：1 次モードを観測量とする 3 層フレームモデルの構造システム同定、第 64 回理論応用力学講演会、2017.8
- 29) 遠藤龍司、池田義人、登坂宣好：海洋構造物の射影フィルタによる多段階逆解析手法の検討、日本建築学会大会学術講演会、2017.9
- 30) 池田義人、遠藤龍司、登坂宣好：弾性浮体モデルの逆解析における感度行列に着目した初期値の設定方法の検討、日本建築学会大会学術講演会、2017.9
- 31) 田代尚人、池田義人、遠藤龍司：観測データに 1 次振動モードのみを採用した 3 層フレームモデルの構造システム同定 その 1 逆解析アルゴリズムと同定結果、第 25 回職業能力開発研究発表講演会、2017.10
- 32) 池田義人、田代尚人、遠藤龍司：観測データに 1 次振動モードのみを採用した 3 層フレームモデルの構造システム同定 その 2 感度行列に着目した適応性の検討、第 25 回職業能力開発研究発表講演会、2017.10

謝辞

謝辞

東京は、冬の乾いた厳しい寒さであり、故郷の石川は、1981年以來37年ぶりの大雪との報道がなされている本日、ここに博士論文の完成をみた。

本研究は、筆者が学生時代より、公私に渡り多大なご指導をいただいております、職業能力開発総合大学校 教授 工学博士 遠藤龍司先生の、率先垂範かつ懇切丁寧なご指導の賜物であり、ここに深く感謝申し上げます。浅識菲才の身でありながら、研究者としての立ち居振る舞いや学会活動を始め、様々な先生方との議論の機会を与えていただき、論文指導のみならず、大学教員としての基盤を厳しくご指導いただきました。誠にありがとうございました。

明治大学 教授 博士（工学） 小林正人先生には、本論文の執筆にあたり、論旨明快かつ細心なご指導とご助言をいただきました。また、今般、明治大学への博士学位請求論文提出の道筋を示していただきました。そのご厚志に深い謝意を表します。

明治大学 教授 博士（工学） 高木仁之先生には、副査として本論の細部までご精読いただき、鉄筋コンクリート構造の性質について、強度の観点からご指導をいただきました。ありがとうございました。また、明治大学 教授 博士（工学） 小山明男先生には、副査として本論の細部までご精読いただき、本論文の核を整理するにあたり、ご指導とご助言をいただきました。ありがとうございました。

T-Lab 代表 工学博士 登坂宣好先生には、本論文に数学的な理論を付加するため、特異値を始め一般逆行列等に関して、浅学である筆者に詳細なご指導をいただきました。また、学会活動を通して、研究者としての模範を示していただきました。ここに、深い感謝の念を表します。

職業能力開発総合大学校 名誉教授 工学博士 鈴木先生、名誉教授 工学博士 松留先生、教授 博士（工学） 三田先生、准教授 博士（工学） 藤野先生、准教授 博士（工学） 塚崎先生、講師 博士（工学） 山崎先生を始め、建築専攻の先生方には、本論文を執筆するにあたって、叱咤激励のお言葉をいただき、研究を進める活力をいただきました。ここに記して、感謝を申し上げます。また、独立行政法人 高齢・障害・求職者雇用支援機構の諸先輩方を始め、本日までにお世話になった方々に感謝の意を込めて謝辞とさせていただきます。

最後に、暖かく見守ってくれた両親、兄妹に感謝するとともに、何より、筆者の研究に理解を示してくれた妻と二人の息子に心から感謝する。ありがとう。

2018年2月
池田 義人