線形計画法とLQR法に基づく制御系設計に関する研究

メタデータ	言語: Japanese			
	出版者:			
公開日: 2015-08-07				
キーワード (Ja):				
	キーワード (En):			
	作成者: 田中, 諒			
	メールアドレス:			
	所属:			
URL	http://hdl.handle.net/10291/17488			

明治大学大学院理工学研究科

2014年度

博士学位請求論文

線形計画法とLQR法に基づく制御系設計に 関する研究

Controller design approach based on linear programming and LQR method

学位請求者 電気工学専攻

田中 諒

目 次

第1章	序論	1
1.1	研究背景...............................	1
1.2	研究の目的	2
1.3	本論文の構成	4
第2章	制御装置の構成および伝達関数の同定	7
第3章	制御理論	14
3.1	PID 制御	15
3.2	線形最適レギュレータ問題..................	17
3.3	オブザーバと併合した状態フィードバックシステム	21
第4章	制御系設計	25
4.1	等価制御系設計	26
4.2	Zhang らの設計法(先行研究)	30
4.3	線形計画法を用いた設計法(提案法)	30
4.4	線形計画問題のアルゴリズム(主双対内点法)・・・・・・・・	33
第5章	シミュレーション実験	39
5.1	シミュレーション条件	40
5.2	具体的な設計例(2次遅れ系)	41
5.3	検証1:安定系(積分型 +1 次遅れ系)	45

5.4	検証2:不安定系(積分型+1次遅れ系)	46
5.5	検証3:安定系(2次遅れ系)	52
5.6	高次系プラントへの応用	56
第6章	実機実験(DC モータ)	61
第7章	結論	64
参考文南	χ	68
発表業績		73
謝辞		80

第1章

序論

1.1 研究背景

制御理論は,主に古典制御理論と現代制御理論に大別される.古典制御理論 に基づく制御系設計法は、線形の入出力システムとして表されるプラント伝達 関数に基づき,出力フィードバック構造をもつ.制御器のパラメータは,制御 系設計者の経験則によって選ばれるのが一般的である.最も代表的な制御方式 である PID 制御器は,産業界で今もなお用いられている.この PID 制御器は, プラントの特性に合わせて,定常偏差,減衰係数,ゲイン余裕,位相余裕など の各種の指標がそれぞれ満足するように設計される.一方,現代制御理論は、 状態変数と呼ばれるプラント内部の動的な変数を状態空間表現として時間領域 で記述される、現代制御理論では、制御の指標をパラメータとして持つ評価関 数を設定し,この評価関数に対して最適なパラメータを求めることで,制御系 を設計するのが一般的である.これにより,入出力変数のみならず,各時刻に おけるシステム内部の状態を表す状態変数を主要な変数として取り扱うため、 複雑な系を持つプラントに対し、より厳密な解析や設計を行うことができる。 状態変数の一例として,位置,速度,加速度が挙げられる.位置はポテンショ メータと呼ばれる検出器で容易に測定することができ、この検出器は比較的安 価である,一方,速度や加速度はジャイロセンサや加速度センサなどで測定す ることができるが,これらの検出器は比較的高価である.このように,プラン トの状態変数として設定した物理量の中には,測定が困難であるものや,制御 システムのコストの観点から,検出器の多用を避けたい場合がある.そこで, 位置情報から状態変数を時々刻々推定する機構,すなわちオブザーバ [1] が用 いられる、オブザーバは、操作量と制御出力と状態変数モデルから状態変数を 推定するシステムである.それは仮に初期段階で状態変数に推定誤差があって も、ある条件のもとで時間の経過とともに真の状態値に限りなく近づく性質を

1

持つダイナミックシステムである.オブザーバの基本的なアイデアは,1964年 にLuenbergerによって提案されている[2].オブザーバに関する応用研究は, これまで数多く報告されてきた.例えば,状態変数推定値の冗長性を取り除 いた低次元オブザーバ[1]や,状態値のみならず,外乱も同時に推定する外乱 オブザーバ[3,4],プラントのパラメータ同定機構を内蔵した適応オブザーバ [5-14]などが提案されている.今もなお,上記以外でオブザーバに関する研究 が報告されており,今やオブザーバは産業界で必要不可欠なものとなっている.

中でも、Zhangらは積分先行型サーボシステムにおいて、推定出力誤差から 出力側に印加される外乱を除去するオブザーバの構成法について提案してい る[15,16].Zhangらの手法は、積分先行型サーボシステムの等価制御系にお ける、残差外乱(residual disturbance)を除去するためのオブザーバを理論的 に導出している.この構成法において、オブザーバゲインは、その残差外乱 が小さくなるよう、解に特定範囲を設け、LQR(Linear Quadratic Regulator) 法[17-19]により導出される.Zhangらは、提案法の有効性をシミュレーショ ン実験および永久磁石同期電動機(PMSM)を用いた実機実験により確認して いる.この手法は、LQR法によりオブザーバを設計しているため、安定性が 保証され、外乱除去特性やプラントのモデリング誤差に対するロバスト性に優 れている.オブザーバゲインは、LQR法で用いる重み関数を調節することに よって試行錯誤で決定している.

1.2 研究の目的

前節で述べた事柄を踏まえ,本研究では,プラント伝達特性が時間的に不変 である線形時不変システム(LTIシステム)に限定し,プラントの出力側に外 乱が混入しても,より迅速に目標値に到達する制御系設計手法を開発した.本 提案法では , 積分先行型サーボシステムにおいて , 状態フィードバックゲイン および積分ゲインはLQR法により,オブザーバゲインは線形計画法[20-22]に よりそれぞれ導出している.本研究の最大の特徴は,線形計画法により,オブ ザーバゲインを導出することにある.具体的には,オブザーバ誤差項部分の安 定性に着目し,ラウスの安定判別法[23-26]を用いて,不等式制約として制約 条件を設け,等価システムにより得られた残差外乱と実際の外乱との関係式に 着目し,最終値の定理 [23]を用いて,等式制約として目的関数を与え,線形 計画法によりオブザーバゲインを求めている.実際には,最終値の定理から導 出される目的関数は,分数計画問題として取り扱われる.目的関数が分数形式 で与えられる数理計画問題は,一般的に非線形計画問題として取り扱うことに なるが,非線形アルゴリズムをそのまま適用できるとは限らない.ただし,最 も簡単な形式として,分母・分子がともに線形で与えられる線形分数計画問題 においては,パラメトリックな線形計画問題に変換し,単体法(またはシンプ レックス法)によって解く手法を, Charnes and Cooper [27] によって提案され ている.また,成久 [28] は分数計画法の概要を線形計画問題を中心に述べ,パ ラメトリック特性を明確にし,非線形分数計画への拡張の基礎理論をまとめ, 非線形分数計画法への一般化理論について述べている.これらの数理計画法を 制御理論に応用することで、安定性が保証される範囲内で、これまで設計者の 経験的知識に基づいて決定されてきた制御パラメータの導出が自動化され,経 費節減および制御性能の向上に大きく寄与できることが期待される.また,本 提案法で取り扱う制御系設計が積分先行型サーボシステムであるため,設計が 容易であることも特長の一つである.本提案法の有効性を確認するために,本 研究では MATLAB/Simulink ソフトウェアを用いて,種々の2次系のプラント に対してシミュレーション実験を行い,Zhangらの手法と制御性能を比較し, 本提案法が優れた外乱応答が得られていることを確認する.また,DCモータ

の位置決め制御のための実機実験を行い,優れた目標値応答が得られていることも同時に確認する.

1.3 本論文の構成

本論文は,以下の内容で構成される.

第2章 プラントの物理現象を数式モデルとして求める.あるいは,実システムの入出力信号の測定データに基づくモデルを求める.本章では,実機実験で用いるプラントとして,DCモータの構成および動作原理について述べる.

第3章 制御方式や制御則の選定を行い,用いられる設計法に従い,設計仕様 を満たすよう制御則のパラメータを決定する.本章では,産業界で最も用いら れている制御方式である PID 制御,およびその拡張である積分先行型サーボ システムについて概説する.また,状態変数とプラントの入力の重みを考慮し た,2次形式で与えられる評価関数を最小にする手法である最適レギュレータ 問題について述べ.最後にオブザーバと状態フィードバックシステムの独立性 について概説する.

第4章 本章では, Zhang らが提案した, 負荷外乱による出力誤差を最小限に 抑えるための, オブザーバと併合した積分先行型サーボシステムの等価制御系 設計法について述べる.また,本提案法である線形計画法によるオブザーバゲ インの導出法について述べる.具体的には,等価システムにより得られた残差 外乱と実際の外乱との関係性に着目し,最終値の定理により,等式制約として 目的関数を, オブザーバ誤差項部分の安定性に着目し,ラウスの安定判別法に より,不等式制約として制約条件を与え,線形計画法により最適解を得る.特 に, どのようにして目的関数および不等式制約を与えるかを重点的に説明する. 実際には,最終値の定理により与えられる目的関数は絶対値付き線形分数計画 問題として取り扱われるが,これも線形計画問題として取り扱うことができる ことについて述べる.最後に,線形計画問題のアルゴリズムの一つである,本 研究で用いた主双対内点法について概説する.

第5章 本提案法の有効性を確認するために,目的関数および不等式制約条 件がともに線形で表される積分型+1次遅れ系,および安定2次遅れ系を持つ プラントに対してシミュレーション実験を行い,目標値応答,外乱応答および プラントのモデリング誤差に対するロバスト性の観点から深く考察を行う.ま た,本提案法とZhangらの手法と制御性能を比較し,本提案法がより優れた 応答結果が得られていることを確認する.最後に,高次系プラントに対する本 提案法の有効性について,低次元化の必要性に触れ,非線形計画問題に対する 本提案法の拡張について,今後の展望として述べる.

第6章 本提案法の有効性を確認するために,DCモータの位置決め制御のた めの実機実験を行い,優れた目標値応答および外乱応答が得られていること を確認する.また,Zhangらの手法とオブザーバを用いない手法との比較を行 い,本提案法がより優れた目標値応答が得られていることも同時に確認し,深 く考察を行う.

第7章 本論文のまとめとして,本提案法の概要,新規性,長所,短所および 今後の課題について述べる.

5

本論文での記号表記

次章以降,本論文で用いる記号表記について,以下の要領にしたがうとする.

- *a*(*t*) スカラー(時間領域,小文字で細字)
- A(s) 伝達記号(S領域,大文字で細字)
- *a* ベクトル(小文字で太字)
- A 行列(大文字で太字)
- |·| 絶対値
- $A^ op$ 転置行列
- A^{-1} 逆行列(Aが正則であるとき)
- *I* 単位行列

第2章

制御装置の構成および伝達関数の同定

第2章制御装置の構成および伝達関数の同定



図 2.2: DC モータの内部構造

制御システムの設計のみならず,さまざまなシステムの運転,動作運転の予 測において,プラントをモデリングすることは極めて重要である.この数式モ デルを用いることで,さまざまな状況下でのシステムの振る舞いをコンピュー タシミュレーションにより確かめることができるからである.本章では,モデ リング対象として,本研究で実機実験として用いる Quanser 社製の DC モータ を題材に.DC モータ,ロータリエンコーダの仕様に触れ,DC モータの一般 的な数式モデルの導出法について記述する.

図 2.1 に DC モータに対する制御システム構成図を,図 2.2 に DC モータの 内部構造をそれぞれ示す.本装置は DC モータに取り付けられたパルスエン

第2章制御装置の構成および伝達関数の同定



図 2.3: ロータリエンコーダから出力されるパルス出力

コーダ,エンコーダパルスの立ち上がりおよび立ち下がりのの情報を計測す るカウンタ,制御情報を送信する HostPC,演算部の 32 ビットコンピュータ (TargetPC) および12 ビットの D/A 変換器で構成されている.DC モータへの 入力信号は,TargetPC から 12 ビット D/A 変換器を通してアナログ信号に変 換し,図 2.2 に示すターミナルボードの Command の RCA ジャックに入力さ れる.モータの位置信号はポテンショメータ(Pot)の RCA ジャックに入力さ れる.モータの位置信号はポテンショメータ(Pot)の RCA ジャックから,速 度信号はタコメータ(Tach)の RCA ジャックからそれぞれ取得することがで きる.取得した位置信号(または速度信号)を検出するために,本研究で用い る DC モータには,回転素子の回転角をA相,B相の2つのパルスに変換する ロータリエンコーダが備わっている.図 2.3 にロータリエンコーダから出力さ れるパルス波形を示す.一般的なエンコーダは,出力されるパルスの個数で回 転角を判別することができるが,回転方向を判断することは困難である.そこ で,図 2.3 のようなロータリエンコーダは,互いに位相がずれたA相,B相の 2 つのパルスを出力しており,どちらのパルスが先に出力されたかで,モータ



図 2.4: DC モータの画像

の回転方向を判別する仕組みとなっている.例えば,図2.3の上段においてA 相のパルスがB相のパルスより先に出力されており,これはモータが時計回 りに回転しているときである.一方,下段のように,B相のパルスがA相のパ ルスより先に出力されている場合は,モータが反時計回りに回転しているとき である.また,一方のパルスが0であるときのもう一方のパルスの立ち上がり (または立ち下がり)を1カウントとし,位置制御においてはこのカウント数 とセンサの仕様から目標値を決定する.

DC モータは図 2.4 に示すように, Quanser 社製(PID-QET)のものを用いる.DC モータの先端には半径 0.0248 [m], 質量が 0.068 [kg]の慣性負荷ディスクが取り付けられている.DC モータの最大入力電圧は ±5.0 [V] である.エンコーダは 1.534 × 10⁻³ [rad/count]の分解能のものを用いている.分解能はモータ1 回転あたりに出力するパルスの総数を表しており, 安価なものでは 10



図 2.5: DC モータの電機子回路

~20 パルス,高価なものでは 5000 パルス程度まで出力するものも存在する. また,図 2.3 からエンコーダ出力の 1 パルスあたり A相, B相合わせて 4 カウ ントすることになるので,モータ 1 回転あたり 4096 カウントされる.ここで, 目標値の設定の仕方であるが,プラントの出力側に変換係数を用いることで, カウント数と目標値のステップサイズから回転角を決定する.例えばステップ サイズを 1,変換係数を 1024 とした場合,プラントから出力されるカウント 数が 1024 のとき,変換係数で割ると,目標値が 1 となるが,エンコーダの仕 様から,0.0879 [rad/count]×1024 = 90.0096 [deg] $\simeq \frac{\pi}{2}$ [rad] となり, $\frac{1}{4}$ 回転し た位置が目標値となる.

図 2.5 に DC モータの電機子回路を示す.ここで,各パラメータは表 2.1 に 示すとおりである.次に,モータの入力電圧 v_m とモータの角速度 ω_m の関係 式を導出する.キルヒホッフの電圧則から,回路方程式は

$$v_m(t) = R_m i_m(t) + L_m \frac{di_m(t)}{dt} + K_m \omega_m(t)$$
(2.1)

	54 / 2	石山
記亏	₽1⊻	名称
v_m	V	モータの入力電圧
R_m	Ω	抵抗値
i_m	А	モータに流れる電流
L_m	Η	インダクタンス
ω_m	$\mathrm{rad/sec}$	モータの角速度
K_m	—	逆起電力係数
J_m	—	モータロータの慣性モーメント
$ au_m$	—	モータトルク

表 2.1: DC モータの各種パラメータ

となる.電流の初期値 $i_m(0) = 0$ として,式(2.1)をラプラス変換すると,

$$V_m(s) = R_m I_m(s) + s L_m I_m(s) + K_m \Omega_m(s)$$
(2.2)

が得られる.トルク τ_m と電流 i_m の関係式は,

$$\tau_m(t) = K_t i_m(t) \tag{2.3}$$

となり, K_t はトルク係数である.機械方程式は

$$\tau_m(t) = J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} \tag{2.4}$$

となり , $\omega_m(0) = 0$ として , 式 (2.3) と式 (2.4) をラプラス変換し , 電流 $I_m(s)$ について整理すると ,

$$I_m(s) = \frac{sJ_m\Omega_m(s)}{K_t} \tag{2.5}$$

が得られる.式(2.5)を式(2.2)へ代入すると,

$$V_m(s) = R_m \frac{J_m \Omega_m(s)}{K_t} s + L_m \frac{J_m \Omega_m(s)}{K_t} s^2 + K_m \Omega_m(s)$$
$$= \left(R_m \frac{J_m}{K_t} s + L_m \frac{J_m}{K_t} s^2 + K_m \right) \Omega_m(s)$$
(2.6)

となる.したがって,モータの入力電圧 v_m からモータの角速度 ω_m までの伝達関数は,

$$G_m(s) = \frac{\Omega_m(s)}{V_m(s)} = \frac{K_t}{L_m J_m s^2 + R_m J_m s + K_m K_t}$$
(2.7)

となる.ここで,コイルの影響を無視することができるとすると,式(2.7)は

$$G_m(s) \simeq \frac{K_t}{R_m J_m s + K_m K_t} = \frac{K}{\tau s + 1}$$

$$\tau = \frac{R_m J_m}{K_m K_t}, \quad K = \frac{1}{K_m}$$
(2.8)

と1次遅れ系に近似することができる.ここで,位置制御を行う場合の伝達関 数は積分項を含む

$$G_m(s) = \frac{K}{s\left(\tau s + 1\right)} \tag{2.9}$$

と記述することができる.

第3章

制御理論



図 3.1: PID 制御

本章では,産業界で最も用いられている制御方式であり,古典制御理論の代 表格である PID 制御について概説する.その後,現代制御理論の代表格である I-PD 制御システムについて述べる.また,目標値がステップ関数であるサー ボシステムの構成法として,現代制御理論に基づき,状態変数とプラントの入 力の重みを考慮し,2次形式で与えられる評価関数を最小にする手法である最 適レギュレータ問題について述べる.最後にオブザーバと状態フィードバック システムが互いに独立して設計できることを,状態空間表現の観点から述べる.

3.1 PID制御

古典制御理論において, PID (Proportional-Integral-Derivative)制御[29-31] は産業界で最も広く使われている制御方式である.図3.1はPID制御のブロッ ク線図,各パラメータは表3.1に示すとおりである.

PID 制御システムでは,設定値と測定値の偏差に比例,積分,微分の演算を 行う.具体的には,偏差に比例した修正動作を行う機能を持つ比例動作,過去 の偏差を積分保持して偏差を取り除く機能を持つ積分動作,偏差の時間的変化

記号	名称	記号	名称
r(t)	目標値	$G_{p}\left(s\right)$	プラント(制御対象)
$e\left(t ight)$	偏差	$G_{c}\left(s\right)$	PID コントローラ
$u\left(t ight)$	操作量	K_p	P ゲイン
$y\left(t ight)$	制御量	K_I	I ゲイン
		K_D	D ゲイン

表 3.1: PID 制御における各種パラメータ

率に比例した,将来の動きを予測する機能を持つ微分動作が含まれている.この3動作によって得られる値を組み合わせて出力とする制御方式をPID制御という.PID制御の主な特長をまとめると以下のように記述することができる.

- PID 制御はコントローラが線形であり、その動作を理論的に説明することができる.ファジー制御やH∞制御やニューラルネットワークを用いた制御などは理論解析が困難であるので、安定性の解析などが不十分である.これに対して PID 制御は PID パラメータの影響、プロセス特性の変化に対するロバスト性の解析などが理論的に行うことができる.
- 2. 図 3.1 に示すように,構造がシンプルであり,かつ PID パラメータの影響が定性的に理解しやすい.理論的であり,かつ理解しやすいということは設計者にとって非常に重要なことである.
- PID 制御ではプラントに設置してから PID パラメータを設計者の要求に応じて容易に調整することができる.制御系の導入にあたり,プロセスの特性を事前に正確に把握することは困難である.したがって,設置後のパラメータ調整は不可欠となる.PID コントローラの各パラメータの動作は,主に以下のようにまとめることができる.

比例動作(P動作)

現在の偏差 e(t) に比例した修正量を出力し, 速応性, 定常性を改善する.

積分動作(I動作)

過去の偏差 e(t) の累積値に比例した修正量を出力し, 定常性を改善する.

微分動作(D動作)

偏差 e(t) の増減の傾向を予測し, その大きさに比例した修正量を出 力し,安定性,速応性を改善する.

古典制御理論において, PID 制御ではコントローラの入力として目標値とプ ラント出力の偏差を用い, コントローラの出力を操作量としていた.これに対 し, プラントの状態変数から P 動作と D 動作を,目標値とプラント出力の偏差 から I 動作を行い, この3動作によって得られる値を組み合わせて操作量とす る制御方式を I-PD 制御という.現代制御理論において,I-PD 制御は,図3.2 に示すような積分先行型のサーボシステムで構成される.I-PD 制御システム は, P 動作と D 動作をプラントの状態変数から取得し,操作量にフィードバッ クすることで,極を任意の場所に再配置させ,プラントの特性を改善すること ができる.したがって,目標値追従制御においても,外乱抑制においても同じ モードで応答する [32],[33].本稿では,この I-PD 制御システムをもとに,第 4章で述べる制御系を設計することにする.

3.2 線形最適レギュレータ問題

目標値がステップ信号であるサーボシステムの設計法として,現代制御理論 の積分型最適レギュレータ設計法がある.この方法は,最適なフィードバック



図 3.2: I-PD 制御システム



図 3.3: 積分先行型サーボシステム

ゲイン,および積分ゲインを求めるために,2次形式で与えられる評価関数に 基づき,プラントの状態変数と操作量のエネルギーとの間に妥協点を与える.

図 3.3 に積分先行型サーボシステムを示す.プラントの状態方程式および出 力方程式は,

$$\dot{\boldsymbol{x}}_1(t) = \boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{x}_1(t) + \boldsymbol{b}_1 u_1(t)$$
(3.1a)

$$y_1(t) = \boldsymbol{c}_1 \boldsymbol{x}_1(t) \tag{3.1b}$$

とする.一方,コントローラの状態方程式,および出力方程式は,

$$\dot{\boldsymbol{x}}_2(t) = \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{x}_2(t) + \boldsymbol{b}_2 u_2(t) \tag{3.2a}$$

$$y_2(t) = \boldsymbol{k}_2 \boldsymbol{x}_2(t) \tag{3.2b}$$

$$u_2(t) = r(t) - y(t)$$
 (3.2c)

で表される.ここで, $x_2(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $u_2(t) \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$, $y_2(t) \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$, $r(t) \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$, $A_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $b_2 \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $k_2 \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ はそれぞれ適切な次元をもつコントローラ のパラメータである.PID ゲインの調整を最適ゲインパラメータの調整に変換 する基本的なアイデアに対応させるため,式(3.1)と式(3.2)を用いて,下式に 示すような拡大系を構成する.

$$\dot{\boldsymbol{x}}_e(t) = \boldsymbol{A}_e \boldsymbol{x}_e(t) + \boldsymbol{b}_e u_1(t) + \boldsymbol{E}_e r(t)$$
(3.3a)

$$y_e(t) = y_1(t) = \boldsymbol{c}_e \boldsymbol{x}_e(t) \tag{3.3b}$$

ここで,

$$egin{aligned} oldsymbol{A}_e &= egin{bmatrix} oldsymbol{A}_1 & oldsymbol{0} \ -oldsymbol{b}_2 oldsymbol{c}_1 & oldsymbol{A}_2 \end{bmatrix}, egin{aligned} oldsymbol{b}_e &= egin{bmatrix} oldsymbol{b}_1 \ oldsymbol{0} \end{bmatrix}, egin{aligned} oldsymbol{c}_e &= egin{bmatrix} oldsymbol{b}_1 \ oldsymbol{0} \end{bmatrix}, egin{aligned} oldsymbol{c}_e &= egin{bmatrix} oldsymbol{b}_1 \ oldsymbol{0} \end{bmatrix}, egin{matrix} oldsymbol{c}_e &= egin{bmatrix} oldsymbol{b}_1 \ oldsymbol{b}_2 \end{bmatrix}, egin{matrix} oldsymbol{c}_e &= egin{matrix} oldsymbol{b}_1 \ oldsymbol{b}_2 \end{bmatrix}, egin{matrix} oldsymbol{c}_e &= egin{matrix} oldsymbol{b}_1 \ oldsymbol{b}_2 \end{bmatrix}, egin{matrix} oldsymbol{c}_e &= egin{matrix} oldsymbol{a}_1 \ oldsymbol{b}_2 \end{bmatrix}, egin{matrix} oldsymbol{c}_e &= egin{matrix} oldsymbol{a}_1 \ oldsymbol{b}_2 \end{bmatrix}, egin{matrix} oldsymbol{c}_e &= egin{matrix} oldsymbol{b}_1 \ oldsymbol{b}_2 \end{bmatrix}, egin{matrix} oldsymbol{c}_e &= egin{matrix} oldsymbol{a}_1 \ oldsymbol{c}_2 \ olds$$

であり, (A₁, b₁, c₁) はプラントの状態変数パラメータ, (A₂, b₂) はコントロー ラの状態変数パラメータである.本稿では簡単のため,単入力単出力系で,2 次系のプラントを仮定する.最適ゲインパラメータ導出のための代表的なア イデアとして,極配置法やLQR法などがある.本研究では,上記で示した拡 大系をもとに,LQR法により求めた最適ゲインパラメータを用いて,操作量 $u_1(t)$ は

$$u_1(t) = -\mathbf{K}_e \mathbf{x}_e(t) = -\mathbf{k}_1 \mathbf{x}_1(t) - \mathbf{k}_2 \mathbf{x}_2(t)$$
(3.4)

と表すこととする.ここで, $K_e = [k_1, k_2] = [k_{11}, k_{12}, k_2] \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ であり, k_{11} は比例ゲインパラメータ, k_{12} は微分ゲインパラメータ, k_2 は積分ゲインパラメータ、メータである.

プラントが可制御であれば,状態フィードバックにより閉ループ極を複素平 面の任意の位置に配置できる.しかし,応答の速応性を高めるような極配置 は操作量のエネルギーの増大を招き,アクチュエータ¹の能力を超えてしまう. しかしながら,操作量のエネルギーを小さくすると,目標値に到達するのに多 くの時間を要し,プラントの正常運転の再開に支障をきたす恐れがある.そこ で,これらの妥協案として,操作量uのエネルギーと状態変数xのエネルギー の和を時間区間 $[0,\infty)$ で積分した,2次形式評価関数として,以下の評価関数 Jを最小にする操作量を求め,最適なフィードバックゲインおよび積分ゲイン を得る問題を考える.このとき,評価関数Jは以下で表される.

$$J = \int_0^\infty \left(\boldsymbol{x}_e(t)^\top \boldsymbol{Q} \boldsymbol{x}_e(t) + R u_1(t)^2 \right) dt$$
(3.5)

ここで,Qは状態 $x_e(t)$ の重みを調節する正定値対称行列 $(Q \ge 0)$,Rは操作 量 $u_1(t)$ の重みを調整する正の整数である.すなわち, $Q \ge R$ は状態の変化量 と制御システムのエネルギー消費の観点で相対的な重要性を担っている.この とき,評価関数の式(3.5)のJを最小にする最適な状態フィードバックゲイン K_e は

$$\boldsymbol{K}_e = R^{-1} \boldsymbol{b}_e^\top \boldsymbol{P} \tag{3.6}$$

¹入力エネルギーを運動エネルギーに変換するものであり,機械・電気回路を構成する機械 要素である.能動的に作動または駆動するものを指す.

ここで,対称行列 P > 0 はリカッチ方程式の解である [18, 19].したがって, 閉ループシステムは,

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}_1(t) \\ \dot{\boldsymbol{x}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{b}_1 \boldsymbol{k}_1 & -\boldsymbol{b}_1 \boldsymbol{k}_2 \\ -\boldsymbol{b}_2 \boldsymbol{c}_1 & \boldsymbol{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1(t) \\ \boldsymbol{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{b}_2 \end{bmatrix} r(t) \quad (3.7a)$$
$$y_1(t) = \boldsymbol{c}_1 \boldsymbol{x}_1(t) \quad (3.7b)$$

となる.

3.3 オブザーバと併合した状態フィードバックシス

テム

プラントの状態変数として設定した物理量の中には,測定が困難であった り,制御システムのコストの観点から状態変数検出器の多用を避けたい場合が ある.このとき,状態変数を時々刻々推定する機構,すなわちオブザーバが用 いられる.オブザーバは,操作量とプラント出力とプラントの状態変数モデル から状態変数を推定するシステムである.これは,初期段階でプラント出力に 推定誤差があってもある条件のもとで時間の経過とともに真の状態値に限りな く近づく性質を持つダイナミックシステムである.このように,プラントの状 態変数をオブザーバにより推定された状態変数で代用したフィードバックシス テムについて考える.結論から述べると,オブザーバは状態フィードバックと 独立して設計することができる.オブザーバはシステムが可観測のときに用い ることができる.本節では,オブザーバの設計問題を定式化し,状態フィード バックによる極配置問題と双対な問題となることについて記述する.

図 3.4 はオブザーバと併合した状態フィードバックシステムである.プラン



図 3.4: オブザーバと併合した状態フィードバックシステム

トの状態方程式,および出力方程式は

$$\dot{\boldsymbol{x}}_1(t) = \boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{x}_1(t) + \boldsymbol{b}_1 \left(v(t) - \boldsymbol{k}_1 \hat{\boldsymbol{x}}_1(t) \right)$$
(3.8a)

$$y_1(t) = \boldsymbol{c}_1 \boldsymbol{x}_1(t) \tag{3.8b}$$

である.一方,オブザーバの状態方程式,および出力方程式は

$$\dot{\hat{x}}_{1}(t) = A_{1}\hat{x}_{1}(t) + b_{1}\left(v(t) - k_{1}\hat{x}_{1}(t)\right) + Lc_{1}\left(x_{1}(t) - \hat{x}_{1}(t)\right)$$
(3.9a)

$$\hat{y}_1(t) = \boldsymbol{c}_1 \hat{\boldsymbol{x}}_1(t) \tag{3.9b}$$

となる.ここで,状態変数の偏差 $\Delta x_1(t) = x_1(t) - \hat{x}_1(t)$ とし,式 (3.8a) から式 (3.9a) を引くと,

$$\Delta \dot{\boldsymbol{x}}_1(t) = (\boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{L}\boldsymbol{c}_1) \,\Delta \hat{\boldsymbol{x}}_1(t) \tag{3.10}$$

となる.式(3.8a)に $\hat{x}_1(t) = x_1(t) - \Delta x_1(t)$ を代入すると,

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{1}(t) = \boldsymbol{A}_{1}\boldsymbol{x}_{1}(t) + \boldsymbol{b}_{1}\left\{\boldsymbol{v}(t) - \boldsymbol{k}_{1}\left(\boldsymbol{x}_{1}(t) - \Delta\boldsymbol{x}_{1}(t)\right)\right\}$$
$$= \left(\boldsymbol{A}_{1} - \boldsymbol{b}_{1}\boldsymbol{k}_{1}\right)\boldsymbol{x}_{1}(t) + \boldsymbol{b}_{1}\boldsymbol{k}_{1}\Delta\boldsymbol{x}_{1}(t) + \boldsymbol{b}_{1}\boldsymbol{v}(t) \qquad (3.11)$$

となる.式(3.10)と式(3.11)をまとめて行列の式で表すと,

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}_{1}(t) \\ \Delta \dot{\boldsymbol{x}}_{1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{1} - \boldsymbol{b}_{1}\boldsymbol{k}_{1} & \boldsymbol{b}_{1}\boldsymbol{k}_{1} \\ 0 & \boldsymbol{A}_{1} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{c}_{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{1}(t) \\ \Delta \boldsymbol{x}_{1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_{1} \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{v}(t) \\ y_{1}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{c}_{1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{1}(t) \\ \Delta \boldsymbol{x}_{1}(t) \end{bmatrix}$$
(3.12)

となる.したがって,式 (3.12) において,入力 v(t) から出力 y(t) への伝達関 数 $G_{vy}(s)$ を計算すると,

$$G_{vy}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s\mathbf{I} - (\mathbf{A}_1 - \mathbf{b}_1 \mathbf{k}_1) & -\mathbf{b}_1 \mathbf{k}_1 \\ 0 & s\mathbf{I} - (\mathbf{A}_1 - \mathbf{L}\mathbf{c}_1) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$= \mathbf{c}_1 \Big\{ s\mathbf{I} - (\mathbf{A}_1 - \mathbf{b}_1 \mathbf{k}_1) \Big\}^{-1} \mathbf{b}_1 \tag{3.13}$$

となる.式(3.13)より,オブザーバを用いた場合も,プラントの状態変数から 直接状態フィードバックを付けたときの伝達関数と同じ結果となることが分か る.また,特性方程式が

$$\det \begin{bmatrix} s\mathbf{I} - (\mathbf{A}_1 - \mathbf{b}_1 \mathbf{k}_1) & -\mathbf{b}_1 \mathbf{k}_1 \\ 0 & s\mathbf{I} - (\mathbf{A}_1 - \mathbf{L}\mathbf{c}_1) \end{bmatrix}^{-1}$$
$$= \det \left\{ s\mathbf{I} - (\mathbf{A}_1 - \mathbf{b}_1 \mathbf{k}_1) \right\} \cdot \det \left\{ s\mathbf{I} - (\mathbf{A}_1 - \mathbf{L}\mathbf{c}_1) \right\}$$
(3.14)

となり,状態フィードバックの特性方程式とオブザーバの特性方程式の積で与 えられる.したがって,状態フィードバックの設計とオブザーバの設計は,互 いに独立して設計することができ,前節3.2で述べた最適レギュレータ問題に おいて非常に重要となる.

第4章

制御系設計

本章では,まずはじめに,Zhangらが提案したオブザーバと併合した積分先 行型サーボシステムの等価制御系設計法について述べる.次に,先行研究とし て,LQR法を用いたZhangらによるオブザーバゲイン導出のための設計法に ついて述べる.そして,本提案法である線形計画法により最適なオブザーバゲ インの導出法について述べる.具体的には,等価システムにより生じる残差外 乱と外乱の関係式に着目し,最終値の定理により,等式制約として目的関数を, オブザーバ誤差項部分の安定性に着目し,ラウスの安定判別法により,不等式 制約として制約条件を与え,線形計画法により所望の解を得る.特に,どのよ うにして目的関数および不等式制約を与えるかについて説明する.正確には, 最終値の定理により与えられる目的関数は絶対値付き線形分数計画問題として 取り扱われるが,これも線形計画問題として帰着することができることについ ても触れる.最後に,線形計画問題のアルゴリズムのなかで,本研究で用いた 主双対内点法について簡潔に述べることにする.

4.1 等価制御系設計

図 4.1 はシステムが単入力単出力系 (SISO)を仮定したときのオブザーバと 状態フィードバック付きのコントローラを示す.図 4.1 において,プラントの 状態方程式および出力方程式は

$$\dot{\boldsymbol{x}}_1(t) = \boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{x}_1(t) + \boldsymbol{b}_1 u_1(t)$$
(4.1a)

$$y_1(t) = \boldsymbol{c}_1 \boldsymbol{x}_1(t) \tag{4.1b}$$

である.ここで,本研究では,モータのトルク外乱を考慮し,プラントの出力 側に加法的に印加される外乱を仮定する[16].これを d(t) と置くと,外乱印加



図 4.1: オブザーバと併合した積分先行型サーボシステム

後のプラント出力 y(t) は

$$y(t) = y_1(t) + d(t) \tag{4.2}$$

と表される.本設計では,プラントの状態を推定するため,オブザーバを用いる.このとき,オブザーバの状態方程式は

$$\dot{\hat{x}}_{1}(t) = A_{1}\hat{x}_{1}(t) + b_{1}u_{1}(t) - L(c_{1}\hat{x}_{1}(t) - y(t))$$

= $A_{1}\hat{x}_{1}(t) + b_{1}u_{1}(t) - L(c_{1}\hat{x}_{1}(t) - c_{1}x_{1}(t) - d(t))$ (4.3)

である.ここで, $\dot{x}_1(t)$ は,推定したプラントの状態ベクトル, $L \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ は オブザーバゲインである.状態推定誤差をe(t)とすると,

$$\boldsymbol{e}(t) = \hat{\boldsymbol{x}}_1(t) - \boldsymbol{x}_1(t) \tag{4.4}$$

プラント出力に負荷外乱が印加されるので,観測誤差は不可避である.式(4.3) から式(4.1a)を引くと,以下の観測誤差のダイナミック関数が求められる.

$$\dot{\boldsymbol{e}}(t) = (\boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{L}\boldsymbol{c}_1) \, \boldsymbol{e}(t) + \boldsymbol{L}d(t) \tag{4.5}$$



図 4.2: 図 4.1 の等価制御システム

式(4.5)のラプラス変換は,

$$\boldsymbol{E}(s) = \left[s\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{L}\boldsymbol{c}_1)\right]^{-1} \boldsymbol{L} D(s)$$
(4.6)

で表される.式(4.6)から,負荷外乱の影響により必然的にシステムに観測誤 差があることが確認できる.観測された状態フィードバックは式(4.7)とみな すことができる.

$$\boldsymbol{k}_1 \hat{\boldsymbol{x}}_1(t) = \boldsymbol{k}_1 \boldsymbol{x}_1(t) + \boldsymbol{k}_1 \boldsymbol{e}(t)$$
(4.7)

ここで,式 (4.7)の右辺第1項 $k_1x_1(t)$ は真値の状態フィードバック,右辺第2 項 $k_1e(t)$ は観測誤差にあたる.式 (4.7)を整理して,ラプラス変換した式は,

$$\boldsymbol{k}_{1}\boldsymbol{E}(s) = \boldsymbol{k}_{1} \left[s\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{A}_{1} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{c}_{1}) \right]^{-1} \boldsymbol{L}\boldsymbol{D}(s)$$
(4.8)

となる. $k_1 e(t)$ は $k_1 x_1(t)$ からさらに分離することができ,図4.2のように構成することができる.ここで, $G_{pf}(s)$ は状態フィードバック付きプラント伝達



図 4.3: 観測誤差に対するフィードフォワード補償

関数, $G_c(s)$ はコントローラの伝達関数, $G_o(s)$ はオブザーバ誤差項伝達関数 である.図4.2より, $G_{pf}(s)$, $G_c(s)$, $G_o(s)$ はそれぞれ式(4.9a),(4.9b),(4.9c) で与えられる.

$$G_{pf}(s) = \boldsymbol{c}_1 \left[s \boldsymbol{I} - (\boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{b}_1 \boldsymbol{k}_1) \right]^{-1} \boldsymbol{b}_1$$
(4.9a)

$$G_c(s) = -\boldsymbol{k}_2(s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}_2)^{-1}\boldsymbol{b}_2$$
(4.9b)

$$G_o(s) = \boldsymbol{k}_1 \left[s \boldsymbol{I} - (\boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{L} \boldsymbol{c}_1) \right]^{-1} \boldsymbol{L}$$
(4.9c)

図 4.3 は観測誤差に対するフィードフォワード補償のためのブロック図を示 す.オブザーバは通常プラントの状態変数を推定するために用いられるが,こ こでは負荷外乱による出力偏差を最小限に抑えるために,オブザーバを用い てフィードフォワード補償を施すことを考慮する.このとき,式(4.9a)と式 (4.9c)を用いて,補償後の残差外乱 *d_{re}(t)*は,以下で予測することができる.

$$D_{re}(s) = \left(\mathbf{I} - G_{pf}(s)G_o(s) \right) \cdot D(s)$$
(4.10)

4.2 Zhangらの設計法(先行研究)

本節では,オブザーバゲイン導出のための手法として,LQR法を用いた Zhangらの手法 [16] について記述する.

式 (4.10) は,残差外乱による影響を最小限に抑えるよう,オブザーバ誤差項 伝達関数 *G_o(s)* 中のオブザーバゲイン *L* を調整するために用いられる.オブ ザーバゲインは,解に特定の範囲を設け,その範囲内に求まるよう,LQR法 により導出している.このとき,最適レギュレータ問題のための評価関数*J* は

$$J = \int_0^\infty (\boldsymbol{x}_1(t)^\top \boldsymbol{Q} \boldsymbol{x}_1(t) + R u_1(t)^2) dt$$
(4.11)

で与えられる.ここで,以下のリカッチ方程式を満たす解 P を用いて,所望の最適オブザーバゲイン J。は,以下で求めることができる.

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}_{1}^{\top}+h\boldsymbol{I})+(\boldsymbol{A}_{1}^{\top}+h\boldsymbol{I})^{\top}\boldsymbol{P}-\boldsymbol{P}\boldsymbol{b}_{1}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{b}_{1}^{\top}\boldsymbol{P}^{\top}+\boldsymbol{Q}=0 \qquad (4.12)$$

$$\boldsymbol{J}_o = R^{-1} \boldsymbol{b}_1^\top \boldsymbol{P} \tag{4.13}$$

ここで, h は任意の定数である.

4.3 線形計画法を用いた設計法(提案法)

図 4.2 において,オブザーバ誤差項部分 G_o(s) が安定であるためには,G_o(s) の特性根がすべてs領域の左半平面に位置する必要がある.連続時間系におい て,システムの安定性を調べる方法として,ラウスの安定判別法がある[23,24, 25,26].システムが安定であるための必要条件は,特性方程式の係数すべてが 正であることである.このとき,特性方程式は

$$den \{G_o(s)\} = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n = 0$$
(4.14)

と表されるとすると,

$$\alpha_i > 0, \ (i = 1, \dots, n)$$
 (4.15)

であることが条件となる.また,システムが安定であるための必要十分条件は, 表4.1に示すようなラウス表の最左端の列に注目し,係数すべてが正であるこ とである.したがって,

表 4.1: ラウス表 (n 次系)

s^n 行	1	α_2	• • •	α_{n-2}	α_n
s^{n-1} 行	α_1	α_3	•••	α_{n-1}	
s ⁿ⁻² 行	β	*	*		
÷	:	÷			
<i>s</i> 行	γ	*			
s^0 行	σ				

 $\alpha_1 > 0, \ \beta > 0, \ \gamma > 0, \ \delta > 0$ (4.16)

であることが条件となる.式(4.15),式(4.16)より,不等式制約条件を決定 する.

一方,目的関数であるが,"残差外乱" $d_{re}(t)$ と実際の外乱d(t)との関係式に 着目し,最終値の定理 [23]より目的関数を決定する.定常状態において,"残 差外乱"が除去されるためには,以下に示す最終値の定理を満たす必要がある.

$$\lim_{s \to 0} \left[1 - G_{pf}(s) G_o(s) \right] = 0 \tag{4.17}$$
式(4.17)はさらに

$$1 - G_{pf}(0)G_o(0) = \frac{\boldsymbol{c}^\top \boldsymbol{L} + c_0}{\boldsymbol{d}^\top \boldsymbol{L} + d_0}$$
(4.18)

と書きかえることができ, $c \geq d$ はLにかかる係数ベクトル, c_0 , d_0 は定数項 にあたる.また, $d^{\top}L + d_0 > 0$ を満たすものとする.外乱の影響を除くため に,式(4.18)を満たすと仮定して,式(4.18)の絶対値を最小にすることを考慮 する.この問題は線形計画法により効率的に解くことができる.また,目的関 数(等式制約)と制約条件(不等式制約)は以下で表される.

$$\min_{\boldsymbol{L}} \left| \frac{\boldsymbol{c}^{\top} \boldsymbol{L} + c_0}{\boldsymbol{d}^{\top} \boldsymbol{L} + d_0} \right|$$
(4.19a)

s.t.
$$AL < b$$
 (4.19b)

ここで, *A*, *b*は*L*にかかる係数行列, および係数ベクトルである.式(4.19a) は絶対値付き分数計画問題の一例である.この分数計画問題はここで, 新たな 変数 *t* と *y* を用いて以下で書き換えることにする.

$$t = \frac{1}{\boldsymbol{d}^{\top} \boldsymbol{L} + d_0} \tag{4.20a}$$

$$\boldsymbol{y} = t\boldsymbol{L} = \frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{d}^{\top}\boldsymbol{L} + d_0} \tag{4.20b}$$

このとき,式(4.19b)の不等式制約は以下で書き換えることができる.

$$AL < b \rightarrow ALt < bt$$

 $\rightarrow Ay < bt$ (4.21)

また,等式制約は以下で得られる.

$$\boldsymbol{d}^{\top}\boldsymbol{y} + d_0 t = \boldsymbol{d}^{\top} \frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{d}^{\top}\boldsymbol{L} + d_0} + d_0 \frac{1}{\boldsymbol{d}^{\top}\boldsymbol{L} + d_0} = 1$$
(4.22)

いま,目的関数の式(4.19a)を以下で再定義する.

$$\varepsilon = \left| \frac{\boldsymbol{c}^{\top} \boldsymbol{L} + c_0}{\boldsymbol{d}^{\top} \boldsymbol{L} + d_0} \right| = \left| \boldsymbol{c}^{\top} \boldsymbol{y} + c_0 t \right|$$
(4.23)

式 (4.23) は付加的な制約条件となり,

$$-\varepsilon \le \boldsymbol{c}^{\top} \boldsymbol{y} + c_0 t \le \varepsilon \tag{4.24}$$

である.式(4.21)と式(4.24)から,線形計画法のための不等式制約は以下で表される.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{A} & -\mathbf{b} \\ -1 & \mathbf{c}^{\top} & c_{0} \\ -1 & -\mathbf{c}^{\top} & -c_{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \mathbf{y} \\ t \end{bmatrix} \leq 0$$
(4.25)

式(4.22)から,線形計画法のための等式制約は以下で表される.

$$\begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{d}^{\mathsf{T}} & \boldsymbol{d}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \boldsymbol{y} \\ t \end{bmatrix} = 1$$
(4.26)

もし,最適値yとtが式 (4.22)と式 (4.25)と式 (4.26)より得られるなら,オブ ザーバゲインLは以下により計算することができる.

$$\boldsymbol{L} = \frac{\boldsymbol{y}}{t} \tag{4.27}$$

4.4 線形計画問題のアルゴリズム(主双対内点法)

ある不等式制約条件のもとに,目的関数を最大または最小にする問題を最 適化問題という.特に,線形で表される線形不等式条件のもとで,線形関数を 最大または最小にする解を求める数理モデルを線形計画問題といい,数理最 適化分野のなかで,最も基礎的な問題の一つとして位置づけられている.線形 計画問題の数学的性質,問題を解くためのアルゴリズムを線形計画法(linear programming)という.

最適化手法としての線形計画法は,1947年のG.B. Dantzigによるシンプレックス法の提案以来,オペレーション・リサーチ(OR),情報工学,経営工学などの分野において,最も基本的な数理的意思決定手法として研究・提案され, コンピュータの進歩とともに広く用いられている.

制約条件や目的関数を表現する関数としては1次式,2次式のみならず,そ の他の複雑な関数や積分が用いられることもある.また,制約条件は等式だけ でなく,不等式が含まれることもある.このような多くのもののうち,最も特 別な場合として,制約条件と目的関数がともに1次式であるときの問題を線形 計画(linear programming)問題という.制約条件と目的関数の両方が2次式 またはどちらかが1次式のときを2次計画(quadratic programming)という. その他の場合と2次計画を総称して非線形計画(nonlinear programming)と

本稿では,目的関数および不等式制約条件がともに線形で表される場合に限 定し,線形計画問題のアルゴリズムについて述べる.線形計画問題のアルゴリ ズムは,主に単体法(またはシンプレックス法)と内点法の2つに大別される. 図4.4に凸多面体を用いた探索イメージ図を示す.単体法はイメージとして, 凸多面体である実行可能領域の辺々をたどり,頂点を探索するアルゴリズムで ある(図4.4の左を参照).一方,内点法は実行可能領域の内部を探索するア ルゴリズムである(図4.4の右を参照).また,内点法には多くの種類があり, 標準形の線形計画問題(等式制約と非負変数)を解く主内点法,その双対問題 (不等式制約のみ)を解く双対内点法,主問題と双対問題の組を同時に解く主



図 4.4: 凸多面体 (左が単体法,右が内点法の探索イメージ図)

双対内点法 [34] がある.一般的な内点法についての詳細は, Todd, Goldfarb らの論文にまとめてある [35, 36].本研究では,主双対内点法を用いて,最適 解を導出しており,そのアルゴリズムについて述べることにする.

線形計画法は,線形制約に従って,線形関数 $f^{\top}x$ を最小化するベクトル x を見つける問題である.

$$\min_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{f}^{\top} \boldsymbol{x}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{A} \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b} \\ 0 \leq \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{u} \end{cases}$$

$$(4.28)$$

ここで,制約条件は $Ax \leq b$, $A_{eq}x = b_{eq}$, $l \leq x \leq u$ であり,Aは不等式制約行列,xは解ベクトル,bは不等式制約係数ベクトル, A_{eq} は等式制約行列, b_{eq} は等式制約定数ベクトル,lは解xの下限値,uは解xの上限値である.こ

こで,新たな変数として,主スラック変数 sを考慮すると,主問題として

$$\min_{x} \boldsymbol{f}^{\top} \boldsymbol{x}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{A} \boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{x} + \boldsymbol{s} = \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{x} \ge 0, \quad \boldsymbol{s} \ge 0 \end{cases}$$
(4.29)

と表現できる.一方,双対問題は双対変数 y と w,および双対スラック変数 z を用いて

$$\max \boldsymbol{b}^{\top} \boldsymbol{y} - \boldsymbol{u}^{\top} \boldsymbol{w}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}^{\top} \boldsymbol{y} - \boldsymbol{w} + \boldsymbol{z} = \boldsymbol{f} \\ \boldsymbol{z} \ge 0, \quad \boldsymbol{w} \ge 0 \end{cases}$$
(4.30)

となる.このとき,主式(4.29)と双対式(4.30)をまとめると,

$$F\left(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{w}\right) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{x} + \boldsymbol{s} - \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{A}^{\top}\boldsymbol{y} - \boldsymbol{w} + \boldsymbol{z} - \boldsymbol{f} \\ \boldsymbol{x} \odot \boldsymbol{z} \\ \boldsymbol{s} \odot \boldsymbol{w} \end{pmatrix} = 0 \qquad (4.31)$$

 $\boldsymbol{x} \ge 0, \ \boldsymbol{z} \ge 0, \ \boldsymbol{s} \ge 0, \ \boldsymbol{w} \ge 0$

となる.ここで, \odot は要素ごとの積(アダマール積)の記号表記である.2次方程 式 $x \odot z = 0 \ge s \odot w = 0$ は線形計画法に対する相補性条件と呼ばれるもので, その他の方程式は実行可能条件と呼ばれる.線形計画法の双対定理により,主 双対内点法は主問題と双対問題がともに実行可能解をもつなら,主問題の最適 解 (x^*) と双対問題の最適解 (y^*, w^*) を同時に求めることができる.主双対内点 法は反復解法であり,式 (4.31) のなかで線形 2 次システム F(x, y, z, s, w) = 0に適用されるニュートン法に似た手法と考えられる.本研究で用いたアルゴリ ズムは, Mehrotra [34] が提案した予測子修正子アルゴリズム(主双対パス追 跡法)であり,実行可能領域の内部に点列を次々に発生させていく方法である. いま,実行可能領域の内点 v = (x, y, z, s, w)(ただし,(x, z, s, w) > 0)が与 えられているとして,次の内点の予測方向(またはニュートン方向)は

$$\Delta v_p = -(F^{\top}(v))^{-1}F(v)$$
(4.32)

で与えられる.また,修正子の方向は

$$\Delta v_c = -(F^{\top}(v))^{-1}F(v + \Delta v_p) - \mu \hat{e}$$

$$(4.33)$$

となる.ここで, μ は任意の正の係数, \hat{e} はF(v)の2次方程式に対応するもの に1をもつ,0と1を要素とするベクトルである.したがって,更新則は,ス テップサイズパラメータ α を用いて,

$$v^+ = v + \alpha (\Delta v_p + \Delta v_c) \tag{4.34}$$

と表される.線形関数 $f^{ op}x$ が収束するまで,この反復を繰りかえす.このとき,収束判定条件は,

$$\frac{\|r_b\|}{\max(1, \|\boldsymbol{b}\|)} + \frac{\|r_f\|}{\max(1, \|\boldsymbol{f}\|)} + \frac{\|r_u\|}{\max(1, \|\boldsymbol{u}\|)} + \frac{|\boldsymbol{f}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{b}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{u}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{w}|}{\max(1, |\boldsymbol{f}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{x}|, |\boldsymbol{b}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{y} - \boldsymbol{u}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{w}|)} \leq \varepsilon$$
(4.35)

とし, $r_b = A x - b$ は主残差, $r_f = A^{\mathrm{T}} y - w + z - f$ は双対残差, $r_u = x + s - u$

は実行可能上限, εは許容誤差である.

第5章

シミュレーション実験



図 5.1: 積分先行型サーボシステム

本章では、2次系で与えられる制御対象を例として、線形計画法を適用する ための目的関数、および制約条件の導出を理論的に解析する.その後本提案法 の有効性を確認するために、制御対象を(1)安定系(積分型+1次遅れ系)、 (2)不安定系(積分型+1次遅れ系)、(3)安定2次遅れ系に対してシミュレー ション実験を行い、目標値応答、操作量、制御対象のモデリング誤差に対する ロバスト性の観点から、深く考察を行う.なお、従来法として、(3)ではZhang らの手法と、(1)~(3)ではオブザーバを用いず、プラント出力をそのまま出力 フィードバックさせたときの手法を採用し、提案法と制御性能を比較する.

5.1 シミュレーション条件

本節では,最適なオブザーバゲインを線形計画法により導出し,I-PD制御 システムに対して,シミュレーション実験により有効性を確認する.図5.1は シミュレーションで用いた積分先行型サーボシステムのプロック図を示す.図 5.1に示すように,プラントの状態変数 $x_1(t)$ は直接観測できないものとして 取り扱い,オブザーバを用いて推定状態 $\hat{x}_1(t)$ を推定している.また,プラン トの出力側に外乱を印加する.状態フィードバックゲイン k₁,積分ゲイン k₂ はLQR法により決定し,オブザーバゲインを線形計画法により決定している. 以後種々の2次系プラントに対するシミュレーション結果を示し,本提案法の 有効性を確認し,従来法と比較・検討を行う.

5.2 具体的な設計例(2次遅れ系)

図 5.2 にオブザーバと併合した積分先行型 I-PD 制御システムを示す.図 5.2 に基づき,目的関数と制約条件の導出法について述べる.いま,プラント伝達 関数 *G_p(s)*の一般式を以下の2次遅れ系とする.

$$G_p(s) = \frac{b}{s^2 + a_1 s + a_2} \tag{5.1}$$

状態方程式および出力方程式は

$$\dot{\boldsymbol{x}}_1(t) = \boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{x}_1(t) + \boldsymbol{b}_1 \boldsymbol{u}_1(t)$$
(5.2a)

$$y_1(t) = \boldsymbol{c}_1 \boldsymbol{x}_1(t) \tag{5.2b}$$

とし,

$$\boldsymbol{A}_{1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{2} & -a_{1} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b}_{1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{c}_{1} = \begin{bmatrix} b & 0 \end{bmatrix}$$
(5.3)

で表される可制御正準形を仮定する.ここで,オブザーバの安定性に着目した, ラウスの安定判別法による不等式制約条件の導出について述べる.オブザーバ



図 5.2: オブザーバと併合した積分先行型サーボシステム

誤差項伝達関数 $G_o(s)$ は,

$$G_o(s) = \mathbf{k}_1 \left\{ s\mathbf{I} - (\mathbf{A}_1 - \mathbf{L}\mathbf{c}_1) \right\}^{-1} \mathbf{L}$$

= $\frac{(k_{11}l_1 + k_{12}l_2)s + (a_1k_{11} - a_2k_{12})l_1 + k_{11}l_2}{s^2 + (a_1 + bl_1)s + a_1bl_1 + bl_2 + a_2}$ (5.4)

となる.ここで,

$$\boldsymbol{k}_{1} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} l_{1} \\ l_{2} \end{bmatrix}$$
(5.5)

である.式(5.4)より,特性方程式は

$$s^{2} + (a_{1} + bl_{1})s + a_{1}bl_{1} + bl_{2} + a_{2} = 0$$
(5.6)

となる.オブザーバ誤差項伝達関数 $G_o(s)$ が安定であるための必要条件は,特 性方程式の係数のすべてが正であることであり,

$$\begin{cases} a_1 + bl_1 > 0 \\ a_1 bl_1 + bl_2 + a_2 > 0 \end{cases}$$
(5.7)

表 5.1: ラウス表 (2次系)

$$s^2$$
行
 1
 $a_1bl_1 + bl_2 + a_2$
 s 行
 $a_1 + bl_1$
 s^0 行
 $\alpha = a_1bl_1 + bl_2 + a_2$

が成り立つ.また, *G*_o(*s*) が安定であるための必要十分条件は,表 5.1 に示す ようなラウス表の最左端の列に注目し,すべてが正であることである.表 5.1 より,必要十分条件は,式 (5.7) と一致する.したがって,不等式制約条件は,

$$\begin{bmatrix} -b & 0 \\ -a_1b & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} < \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$
(5.8)

となる.次に,残差外乱 $d_{re}(t)$ と実際の外乱 d(t) の関係式に着目し,最終値の 定理により目的関数を以下のように決定する.

$$\lim_{s \to 0} G_{pf}(s) G_o(s) = 1 \quad \to \quad |1 - G_{pf}(0) G_o(0)| \to \min$$
(5.9)

ここで,状態フィードバック付きプラント伝達関数 $G_{pf}(s)$ の直流ゲイン $G_{pf}(0)$ は,

$$G_{pf}(0) = c_1 \left\{ s I - (A_1 - b_1 k_1) \right\}^{-1} b_1 \Big|_{s=0}$$

= $c_1 (-A_1 + b_1 k_1)^{-1} b_1$
= $\frac{b}{a_2 + k_{11}}$ (5.10)

である.一方,オブザーバ誤差項伝達関数の直流ゲイン G_o(0)は,以下で表される.

$$G_o(0) = \mathbf{k}_1 \left(-\mathbf{A}_1 + \mathbf{L}\mathbf{c}_1 \right)^{-1} \mathbf{L}$$

= $\frac{(a_1k_{11} - a_2k_{12}) l_1 + k_{11}l_2}{a_1bl_1 + bl_2 + a_2}$ (5.11)

となる.式(5.10)と式(5.11)を式(5.9)に代入して整理すると,

$$1 - G_{pf}(0)G_o(0) = \frac{\boldsymbol{c}^\top \boldsymbol{L} + c_0}{\boldsymbol{d}^\top \boldsymbol{L} + d_0}$$
(5.12)

と表される.ここで,

$$\boldsymbol{c} = a_2 b \left[a_1 + k_{12}, 1 \right]^{\top}$$
 (5.13a)

$$c_0 = a_2 \left(a_2 + k_{11} \right) \tag{5.13b}$$

$$\boldsymbol{d} = b \left(a_2 + k_{11} \right) \left[a_1, 1 \right]^{\top}$$
 (5.13c)

$$d_0 = a_2 \left(a_2 + k_{11} \right) \tag{5.13d}$$

であり, $l_1 \neq 0, l_2 \neq 0, d^{\top}L + d_0 > 0$ を満たす.外乱の影響を除くために,式 (5.8)を満たすと仮定して,式(5.12)の絶対値を最小にすることを考慮する.こ の問題は線形計画法により効率的に解くことができる.また,目的関数(等式 制約)と制約条件(不等式制約)は以下で表される.

$$\min_{l_1,l_2} \left| \frac{\boldsymbol{c}^\top \boldsymbol{L} + c_0}{\boldsymbol{d}^\top \boldsymbol{L} + d_0} \right|$$
(5.14a)

s.t.
$$AL < b$$
 (5.14b)

記号	名称	パラメータ
		$\begin{bmatrix} 10^5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
${oldsymbol{Q}}$	重み行列	0 0 0
		$0 0 10^2$
R	重み係数	1.0000
$oldsymbol{k}_1$	状態フィードバックゲイン	$[586.3864 \ 25.1224]$
k_2	積分ゲイン	10.0000
L	オブザーバゲイン	$[1.0000 \ \ 209.6974]^{ op}$

表 5.2: 提案法で用いた各パラメータ

ここで, $A = \begin{bmatrix} -b & 0 \\ -a_1b & -b \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$ である.式 (5.14a) は絶対値付き分数計 画問題の一例である.前節 4.1節で,分数計画問題は,線形計画問題に帰着で きることを述べた.したがって,オブザーバゲインLは式 (5.14a) と式 (5.14b) を用いて,以下により計算することができる.

$$\boldsymbol{L} = \frac{\boldsymbol{y}}{t} \tag{5.15}$$

5.3 検証1:安定系(積分型+1次遅れ系)

DC モータの位置決め制御を想定した,プラント伝達関数 $G_{p1}(s)$ は以下で表すことができる.

$$G_{p1}(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{b}{s+a} \tag{5.16}$$

ここで,(a,b) = (10.78,339.6)である.LQR 法で設定した重み行列 Q,重み係数 R,そのときのフィードバックゲインベクトル k_1 ,積分ゲイン k_2 ,線形計画法により求めたオブザーバゲイン Lを表 5.2 に示す.

図 5.3(a) にステップ応答波形を,図 5.3(b) に外乱印加部分を拡大したものを 示す.ここで,出力側に 3.0 秒時に大きさ -0.1 のステップ外乱を印加してい る.なお,従来法として,オブザーバを用いず,プラントの出力とその微分値 から状態変数を取り出したものを用いている.図 5.3 から分かるように,目標 値応答および外乱印加後の目標値追従特性ともに従来法とほぼ同精度な結果が 得られていることが分かる.

図 5.4(a) はプラント係数 *a* に ±50% のパラメータ誤差を考慮したときのシ ミュレーション結果を,図 5.4(b) は外乱印加部分を拡大したものである.図 5.4 から分かるように,ノミナルプラントと同様に,優れた目標値応答が得ら れていることがわかる.

図 5.5 は操作量(もしくはプラント入力)を示す.操作量の大小は,目標値 に到達するのに,プラントにどれだけのエネルギーを与える必要があるかを意 味する.図 5.5 から分かるように,過渡状態において,目標値から離れている ときは,加速するよう動作するので,より大きなエネルギーを与える必要があ る.そして,徐々に出力値が目標値に近づくと,今度は減速するよう動作し, 徐々にエネルギーを減らすように動作する.目標値に到達したときは,これ以 上動作させる必要はないので,与えるエネルギーは0でよい.ただし,実際に は摩擦や経年劣化などによる不規則な外乱がプラントに負荷されることがあ り,それを抑制するエネルギーが必要となる.したがって,3.0秒に外乱が付 加されたときは,有限値をもつことが分かる.

5.4 検証2:不安定系(積分型+1次遅れ系)

5.3節で検証したプラント $G_{p1}(s)$ の不安定系プラント伝達関数 $G_{p2}(s)$ は以下で表すことにする.



(b) 外乱印加部分拡大図(2.5秒~5.0秒)

図 5.3: 目標値応答結果(積分型+1次遅れ系,安定系)



(b) 外乱印加部分拡大図(2.9秒~3.5秒)

図 5.4: モデリング誤差を考慮した目標値応答(積分型+1次遅れ系,安定系)



図 5.5: 操作量(積分型+1次遅れ系,安定系)

$$G_{p2}(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{b}{s-a} \tag{5.17}$$

ここで,(a,b) = (10.78,339.6)である. 各ゲインパラメータQ,R, k_1 , k_2 ,Lは表 5.2 と同様である.

図 5.6(a) にステップ応答波形を,図 5.6(b) に外乱印加部分を拡大したものを 示す.ここで,出力側に 3.0 秒時に大きさ -0.1 のステップ外乱を印加してい る.前節 5.3 と同様に,目標値応答および外乱応答ともに従来法とほぼ同精度 な結果が得られていることが分かる.

図 5.7(a) はプラント係数 *a* に ±50% のパラメータ誤差を考慮したときのス テップ応答波形を,図 5.7(b) は外乱印加部分を拡大したものである.5.3 節と 同様に,いずれも優れた目標値応答が得られていることがわかる.

図 5.8 に操作量の波形を示す.図 5.5 と同様な結果が得られていることが分かる.



(b) 外乱印加部分拡大図(2.5秒~5.0秒)

図 5.6: 目標値応答結果(積分型+1次遅れ系,不安定系)



(b) 外乱印加部分拡大図(2.9秒~4.0秒)

図 5.7: モデリング誤差を考慮した目標値応答(積分型+1次遅れ系,不安定系)



図 5.8: 操作量(積分型+1次遅れ系,安定系)

5.5 検証3:安定系(2次遅れ系)

本節では,プラントとして永久磁石同期電動機(PMSM)の制御を想定した シミュレーション検証を行う.文献 [16]の条件と同様に,プラント伝達関数 *G*_{p3}(*s*)は以下で表すことにする.

$$G_{p3}(s) = \frac{b}{s^2 + a_1 s + a_2} \tag{5.18}$$

ここで, $(a_1, a_2, b) = (312.4, 9.384 \times 10^4, 1.423 \times 10^6)$ である.ここで,各ゲイ ンパラメータ*Q*, *R*, *k*₁, *k*₂, *L*についてであるが, Zhang ら [15, 16] で用い た各パラメータは表 5.3 に,本提案法で用いた各パラメータは表 5.4 にそれぞ れ示す.

図 5.9(a) にステップ応答波形を,図 5.9(b) に外乱印加部分を拡大したものを 示す.ここで,出力側に 20.0 秒時に大きさ –50.0 のステップ外乱を印加して いる.図 5.9 から分かるように,目標値応答および外乱応答ともに Zhang らの

記号	名称	パラメータ	
$oldsymbol{k}_1$	状態フィードバックゲイン	[0.2241 0.0030]	
k_2	積分ゲイン	0.1333	
\boldsymbol{L}	オブザーバゲイン	$[118.1727 - 120.6678]^{\top}$	

記号	名称	パラメータ	
		10^{-9} 0 0	
${oldsymbol{Q}}$	重み行列	$0 10^{-4} 0$	
		$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 10^{-1} \end{bmatrix}$	
R	重み係数	6.5000	
$oldsymbol{k}_1$	状態フィードバックゲイン	[0.0070 0.0037]	
k_2	積分ゲイン	0.1240	
\boldsymbol{L}	オブザーバゲイン	$[-16.7360 113.9423]^{\top}$	

表 5.4: 提案法で用いた各パラメータ

手法と比べて,より早く目標値に収束した結果が得られていることが分かる.

図 5.10 およびは図 5.11 はそれぞれ Zhang らの手法と提案法におけるプラン ト係数 *a*₁ と *a*₂ に ±50% のパラメータ誤差を考慮したときのステップ応答波形 を示す.

図 5.10 より,係数 $a_1 \ge a_2$ に -50%のパラメータ誤差を考慮したステップ応答波形はやや振動的となっていることがわかる.一方,図 5.10 では,いずれの誤差に対しても優れたロバスト性を持つことが確認できる.



(b) 外乱印加部分拡大図(19.0秒~24.0秒)

図 5.9: 目標値応答結果 (2 次遅れ系)



図 5.10: モデリング誤差を考慮した従来法の目標値応答(19.8秒~22.0秒)



図 5.11: モデリング誤差を考慮した提案法の目標値応答(19.8秒~22.0秒)

5.6 高次系プラントへの応用

オブザーバ誤差項伝達関数 G_o(s) の特性方程式から,ラウスの安定判別法により線形計画法における制約条件を設定できることを述べた.本節では,高次系に対する本提案法の有効性について述べる.

本稿では,プラントが1次および2次系の場合,線形計画法により,制約条 件を満たす解を求めることができる.なぜなら,目的関数およびすべての不等 式制約が線形で表現できるからである.しかしながら,プラントが3次以上の 場合,いくつかの不等式制約が非線形で表される.したがって,すべての不等 式制約条件を考慮し.線形計画法をそのまま用いることができない.ここでは 具体的に3次系以上のプラントに対しての目的関数および不等式制約条件につ いて述べることにする.

具体的な設計例(3次遅れ系)

いま、プラントの伝達関数を

$$G_p(s) = \frac{b}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}$$
(5.19)

とする.状態方程式,および出力方程式は

$$\dot{\boldsymbol{x}}_1(t) = \boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{x}_1(t) + \boldsymbol{b}_1 u_1(t)$$
 (5.20a)

$$y_1(t) = \boldsymbol{c}_1 \boldsymbol{x}_1(t) \tag{5.20b}$$

とし,

$$\boldsymbol{A}_{1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_{3} & -a_{2} & -a_{1} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b}_{1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{c}_{1} = \begin{bmatrix} b & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(5.21)

で表される可制御正準形を仮定する.ここで,オブザーバ誤差項伝達関数の安定性に着目した,ラウスの安定判別法による不等式制約条件に付いて述べる. いま,オブザーバ誤差項伝達関数 *G*_o(s) は,

$$G_{o}(0) = \mathbf{k}_{1} (-\mathbf{A}_{1} + \mathbf{L}\mathbf{c}_{1})^{-1} \mathbf{L}$$

$$(k_{11}l_{1} + k_{12}l_{2} + k_{13}l_{3}) s^{2}$$

$$+ \{(a_{1}k_{11} - a_{3}k_{13}) l_{1} + (k_{11} + a_{1}k_{12} - a_{2}k_{13}) l_{2} + k_{12}l_{3}\}s$$

$$= \frac{+(a_{2}k_{11} - a_{3}k_{12}) l_{1} + (a_{1}k_{11} - a_{3}k_{13}) l_{2} + k_{11}l_{3}}{s^{3} + (a_{1} + bl_{1}) s^{2} + (a_{2} + a_{1}bl_{1} + bl_{2}) s + a_{3} + a_{2}bl_{1} + a_{1}bl_{2} + bl_{3}}$$

$$(5.22)$$

$$\boldsymbol{k}_{1} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} l_{1} \\ l_{2} \\ l_{3} \end{bmatrix}$$
(5.23)

である.式(5.22)より,特性方程式は

$$s^{3} + (a_{1} + bl_{1}) s^{2} + (a_{1}bl_{1} + bl_{2} + a_{2}) s + b(a_{2}l_{1} + a_{1}l_{2} + l_{3}) + a_{3} = 0 \quad (5.24)$$

表 5.5: ラウス表 (3次系)

$$s^3$$
行
 1
 $a_1bl_1 + bl_2 + a_2$
 s^2 行
 $a_1 + bl_1$
 $a_2bl_1 + a_1bl_2 + bl_3 + a_3$
 s 行
 α
 s^0 行
 β

となる.オブザーバ誤差項伝達関数 $G_o(s)$ が安定であるための必要条件は,特 性方程式の係数のすべてが正であることであり,

$$\begin{cases}
 a_1 + bl_1 > 0 \\
 a_1 bl_1 + bl_2 + a_2 > 0 \\
 a_2 bl_1 + a_1 bl_2 + bl_3 + a_3 > 0
\end{cases}$$
(5.25)

が成り立つ.また, *G_o(s)* が安定であるための必要十分条件は,表5.5 に示す ようなラウス表の最左端の列に注目し,すべてが正であることである. 表5.5より,必要十分条件は,

$$\begin{cases} a_1 + bl_1 > 0 \\ \alpha = a_1 bl_1 + bl_2 + a_2 - \frac{(a_2 bl_1 + a_1 bl_2 + bl_3 + a_3)}{a_1 + bl_1} > 0 \\ \beta = a_2 bl_1 + a_1 bl_2 + bl_3 + a_3 > 0 \end{cases}$$
(5.26)

となる.一方,"残差外乱" $d_{re}(t)$ と実際の外乱d(t)との関係式に着目し,最終値の定理により目的関数を以下のように決定する.

$$\lim_{s \to 0} G_{pf}(s) G_o(s) = 1 \quad \to \quad |1 - G_{pf}(0) G_o(0)| \to \min$$
 (5.27)

ここで,状態フィードバック付きプラント伝達関数 $G_{pf}(s)$ の直流ゲイン $G_{pf}(0)$ は,

$$G_{pf}(0) = c_{1} \{ s I - (A_{1} - b_{1}k_{1}) \}^{-1} b_{1} \Big|_{s=0}$$

= $c_{1} (-A_{1} + b_{1}k_{1})^{-1} b_{1}$
= $\frac{b}{a_{3} + k_{11}}$ (5.28)

である.一方,オブザーバ誤差項伝達関数の直流ゲイン G_o(0) は,以下で表される.

$$G_o(0) = \mathbf{k}_1 \left(-\mathbf{A}_1 + \mathbf{L}\mathbf{c}_1 \right)^{-1} \mathbf{L}$$

= $\frac{(a_2k_{11} - a_3k_{12}) l_1 + (a_1k_{11} - a_3k_{13}) l_2 + k_{11}l_3}{a_2bl_1 + a_1bl_2 + bl_3 + a_3}$ (5.29)

式 (5.28) と式 (5.29) を式 (5.27) に代入して整理すると,

$$1 - G_{pf}(0)G_o(0) = \frac{\boldsymbol{c}^\top \boldsymbol{L} + c_0}{\boldsymbol{d}^\top \boldsymbol{L} + d_0}$$
(5.30)

と表される.ここで,

$$\boldsymbol{c} = a_3 b \begin{bmatrix} a_2 + k_{12}, & a_1 + k_{13}, & 1 \end{bmatrix}^{\top}$$
 (5.31a)

$$c_0 = a_3 \left(a_3 + k_{11} \right) \tag{5.31b}$$

$$\boldsymbol{d} = b\left(a_3 + k_{11}\right) \begin{bmatrix} a_2, & a_1, & 1 \end{bmatrix}^{\top}$$
(5.31c)

$$d_0 = a_3 \left(a_3 + k_{11} \right) \tag{5.31d}$$

であり, $l_1 \neq 0, l_2 \neq 0, l_3 \neq 0, d^{\top}L + d_0 > 0$ を満たす.したがって,目的関数は

$$\min_{l_1, l_2, l_3} \left| \frac{\boldsymbol{c}^\top \boldsymbol{L} + c_0}{\boldsymbol{d}^\top \boldsymbol{L} + d_0} \right|$$
(5.32)

となる.式(5.26),式(5.32)より,目的関数は1次式で与えられるため線形で あるが,一部の不等式制約条件が2次式で与えられるため,線形計画法をその まま適用することができない.一般的に,非線形制約のある分数計画を解析す ることは困難である.この問題を解決するため,オブザーバゲインLを求め るために用いられる手法の1つとして,線形制約のみで適用し,その後Lが非 線形制約を満たすかどうかを確認することが挙げられる.このような方法で, 高次系プラントに対しても,線形計画問題として取り扱うことができると考 える.

また, ほかの解決策として, 線形で表される高次系プラントに対して低次元 化 [33, 37] を行い, 線形計画問題として取り扱う手法が考えられる.一般的に, 低次元化はコントローラの設計が容易になると報告されており, 産業界ではよ く用いられている.特に,本研究においては,高次系以上のプラントに対して も,目的関数および制約条件が線形で与えられるという点で,低次元化は大い に有効であると考える.

第6章

実機実験(DCモータ)

記号	名称	パラメータ
L	オブザーバゲイン(提案法)	$[1.0000 \ 209.6974]^{\top}$
	オブザーバゲイン (Zhang らの手法)	$[1.3333 301.8547]^{\top}$

表 6.1: 実機実験で用いたオブザーバゲインパラメータ L

第 5.3 節で述べたように, DC モータの位置決め制御を想定したシミュレー ション実験における目標値応答および外乱応答の結果から,本提案法の有効性 を確認した.そこで本章では,実機実験により,本提案法の有効性を確認する. 位置決め制御のための DC モータの伝達関数 *G*(*s*) は,ステップ応答法により 以下のようになる.

$$G(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{b}{s+a} \tag{6.1}$$

ここで,a = 10.78,b = 339.6である.最適状態フィードバックゲイン k_1 ,および積分ゲイン k_2 は表 5.2と同様である.本提案法,および Zhang らのオブザー バゲイン *L* を表 6.1 に示す.なお,本実験では第2章で述べたように,パルス エンコーダの仕様から,0.0879 [rad/count]×1024 = 90.0096 [deg] $\simeq \frac{\pi}{2}$ [rad] な る,モータが時計周りに $\frac{1}{4}$ 回転した位置を目標値とする.

図 6.1 に DC モータの位置決め制御のための実機実験結果を示す.なお,3.0 秒時にプラントの出力側に-0.1の大きさのステップ外乱を付加している.こ こで,図 6.1(a)は目標値応答波形,図 6.1(b)は図 6.1(a)の外乱印加部分を拡大 したものである.図 6.1より,提案法,Zhangらの手法ともに優れた目標値応 答および外乱応答が得られていることが分かる.また,オブザーバを用いてい ない手法(オブザーバゲインは0)では,プラント出力が目標値に到達してお らず,外乱印加後も若干の定常偏差が残っていることがわかる.これは,積分 型の出力が観測誤差を持った状態推定ベクトル \hat{x}_1 によりほぼ相殺されるから であると考えられる.



(b) **外乱部分の拡大図(**3.0 秒~3.5 秒)

図 6.1: DC モータを用いた実機実験結果

第7章

結論

本論文で述べた研究内容は,以下で要約することができる.

本研究の概要:

本研究では、プラント伝達特性が時間的に不変である線形時不変システ ム(LTIシステム)に限定し,積分先行型サーボシステムにおいて,状 態フィードバックゲインおよび積分ゲインはLQR 法により , オブザーバ ゲインは線形計画法によりそれぞれ導出した。線形計画法を適用するた めの準備として、まずはじめに、負荷外乱による出力誤差を最小限にす るためのオブザーバを用いた,積分先行型サーボシステムの等価制御系 を設計する、次に、この等価制御システムに基づき、残差外乱と実際の 外乱の関係式に着目し,最終値の定理により目的関数を設定する.不等 式制約条件は,等価制御系において,オブザーバ誤差項伝達関数の安定 性に着目した,ラウスの安定判別法により設定する.実際には,最終値 の定理から導出される目的関数は,絶対値付き分数計画問題として取り 扱うことになるが、目的関数の分母・分子がともに線形で与えられるた め,これも線形計画問題として取り扱うことができる.最後に,設定し た目的関数,および不等式制約条件を用いて,線形計画法の一つである 主双対内点法によりオブザーバゲインを求める.上記で述べた設計法に 基づき,本提案法の有効性を確認するために,先行研究として Zhang ら の手法と制御性能を比較し,幾つかのプラントに対してシミュレーショ ン実験,およびDCモータの位置決め制御のための実機実験を行ったと ころ,優れた目標値応答および外乱応答が得られたことを確認した。

上記で述べた研究概要より,本研究の新規性として,

線形計画法を用いてオブザーバゲインを求めるために,積分先行型サーボシステムの等価制御系から,目的関数および不等式制約条件を設定し

たこと

が挙げられる.本研究の長所として,

- LQR法などに代表されるように、これまで設計者の経験的知識に基づいて決定されてきた制御パラメータの導出が自動化され、経費節減および制御性能の向上に大きく寄与できること
- 実際にシミュレーション実験および実機実験で取り扱った制御系が積分
 先行型サーボシステムであるため,設計がシンプルであること

が挙げられる.一方,本研究の短所として,

3次以上の高次系プラントを取り扱う場合,一部の不等式制約条件が非
 線形で表されるため,本提案法をそのまま適用することができないこと

が挙げられる.本提案法では,プラントが2次系の場合,目的関数および制約 条件がともに線形で表され,線形計画問題として取り扱うことができるため, 線形計画法により解を求めることができる.しかしながら,3次以上の高次系 プラントを取り扱う場合,不等式制約条件の一部が非線形となるため,非線形 計画問題として取り扱う必要がある.一つ目の問題点の改善策として,

- 高次系プラントに対して、線形計画問題として取り扱うことのできる2
 次まで低次元化を行うこと
- 非線形計画問題として取り扱い,非線形計画法により直接解を求めること

などが挙げられる.本論文および文献 [P1] では,設計のシンプル化のため,プ ラントの低次元化の必要性を唱え,改善策について言及している.低次元化を 行うと,コントローラの設計が比較的容易になるうえ,本提案法においては, 目的関数および不等式制約条件がより簡潔に与えられるという点で,大いに有 効であると考える.

一方で,低次元化することなく,正確にモデリングされたプラントに対して, 非線形計画法により直接所望の解を求めることができれば,高次系プラントに 対しても解を求めることができ,汎用性を高めることができると考えられる.

これらのアプローチを今後の検討課題と定め,本論文の総括とする.
参考文献

- [1] 岩井善太,井上昭,川路茂保,オブザーバ」,コロナ社,1988.
- [2] D.G. Luenberger, "Observing the State of a Linear System," IEEE Transactions on Military Electronics, vol. 8, no. 2, pp. 74-80, 1964.
- [3] P. Zhang and S.X. Ding, "Disturbance decoupling in fault detection of linear periodic systems," *Automatica*, vol. 43, pp. 1410-1417, 2007.
- [4] K.S. Kim, K.H. Rew and S. Kim, "Disturbance Observer for Estimating Higher Order Disturbances in Time Series Expansion," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 55, no. 8, pp. 1905-1911, 2010.
- [5] R.L. Carroll and D.P. Lindorff, "An adaptive observer for single-input, single-output linear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 18, no. 5, pp. 428-435, 1973.
- [6] P. Kudva and K.S. Narendra, "Synthesis of an adaptive observer using Lyapunov's direct method," *International journal of control*, vol. 19, issue
 6, pp. 1201-1210, 1973.
- [7] G. Luders and K.S. Narendra, "Stable adaptive schemes for state estimation and identification of linear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 19, no. 6, pp. 841-847, 1974.

- [8] G. Kreisselmeier, "Adaptive Observers with Exponential Rate of Convergence," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, no. 1, pp. 2-8, 1977.
- [9] A. Shimada and D. Phaoharuhansa, "An Adaptive Disturbance Observer Design on Motion Control Systems," in Proc. of the 2012 International Conference on Advanced Mechatronic Systems, pp. 320-322, 2012.
- [10] G. Besancon, Q. Zhang and H. Hammouri, "High-gain observer based state and parameter estimation in nonlinear systems," 6th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems, pp. 327-332, 2004.
- [11] D. Paesa, C. Franco, S. Llorente, G. Lopez-Nicolas and C. Sagues, "Reset Adaptive Observer for a Class of Nonlinear Systems," *IEEE Transactions* on Automatic Control, vol. 57, no. 2, pp. 506-511, 2012.
- [12] S.R. Mousavi-Aghdam and M.B.B. Sharifian, "Nonlinear Adaptive Observer for Sensorless Control of Induction Motors," in *Proc. of the 20th Iranian Conference on Electrical Engineering*, pp. 376-379, 2012.
- [13] L. Zhao, X. Li and P. Li, "Adaptive Observer Design for a Class of MIMO Nonlinear Systems," in Proc. of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation, pp. 2198-2203, Jul. 2012.
- [14] F. Zhu, "The Design of Full-order and Reduced-order Adaptive Observers for Nonlinear Systems," in *Proc. of the IEEE International Conference on Control and Automation*, pp. 529-534, 2007.
- [15] Y. Zhang, C. Akujuobi, L.S. Shieh and X. Gu, "Observer-based Load Disturbance Compensation for Motor Drive with DSP Implementation,"

31st Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society, vol. 2, pp. 1486-1491, 2005.

- [16] Y. Zhang, C.M. Akujuobi, W.H. Ali, C.L. Tolliver, and L.S. Shieh, "Load Disturbance Resistance Speed Controller Design for PMSM," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 53, no. 4, pp. 1198-1208, 2006.
- [17] G, Pannocchia, J.B. Rawlings, D.Q. Mayne and W. Marquardt, "On Computing Solutions to the Continuous Time Constrained Linear Quadratic Regulator," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 55, no. 9, pp. 2192-2198, 2010.
- [18] D.S. Naidu, Optimal Control Systems, CRC Press, 2003.
- [19] F.L. Lewis and V.L. Syrmos, Optimal Control-Third edition, John Wiley and Sons, 2012.
- [20] A.D. Belegundu and T.R. Chandrupatla, Optimization Concepts and Applications in Engineering Second Edition, Cambridge University Press, 2011.
- [21] A. Schrijver, Theory of Linear and Integer Programming, John Wiley and Sons, New York, 1986.
- [22] G. Sierksma, Linear and Integer Programming: Theory and Practice, Second Edition, John Wiley and Sons, 2001.
- [23] F. Golnaraghi and B.C. Kuo, Automatic Control Systems Ninth Edition, John Wiley and Sons, 2009.

- [24] A. Sanayei, "Controlling Chaos in Forced Duffing Oscillator Based on OGY Method and Generalized Routh-Hurwitz Criterion," in Proc. of the Second International Conference on Computer and Electrical Engineering, vol. 55, pp. 591-595, 2009.
- [25] J. Aweya, M. Ouellette and D.Y. Montuno, "Design and stability analysis of a rate control algorithm using the Routh-Hurwitz stability criterion," *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 12, no. 4, pp. 719-732, 2004.
- [26] H. Chapellat, M. Mansour and S.P. Bhattacharyya, "Elementary proofs of some classical stability criteria," *IEEE Transactions on Education*, vol. 33, no. 3, pp. 232-239, 1990.
- [27] A. Charnes and W.W. Cooper, "Programming with Linear Fractional Functionals," Naval Research Logistics Quartery, vol. 9, no. 3, pp. 181-186, 1962.
- [28] 成久洋之, 分数計画法の特性」, 岡山理科大学紀要.A, 自然科学 19, pp. 31-45, 1983.
- [29] K.K. Tan, K.Z. Tang, H.F. Dou and S.N. Huang, "Development of an integrated and open-architecture precision motion control system," *Control Engineering Practice*, vol. 10, no. 7, pp. 757-772, 2002.
- [30] Y. Zhang, L.S. Shieh, C.R. Liu and S.M. Guo, "Digital PID controller design for multivariable analog systems with computational input-delay," *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, vol. 21, no. 4, pp. 433-456, 2004.

- [31] Y. Zhang, L.S. Shieh, C.M. Akujuobi and W. Ali, "Digital PID controller design for delayed multivariable systems," *Asian Journal of Control*, vol. 6, no. 4, pp. 483-495, 2004.
- [32] 北森俊行,「I-PD 制御方式の原理と設計法」,システム制御情報学会誌, vol. 42, no. 1, pp. 7-17, 1998.
- [33] 近藤弘幸,越智徳昌「積分型サーボに基づく I-PD 制御器の設計」,計測 自動制御学会論文誌,46巻,7号,pp. 365-372,2010.
- [34] S. Mehrotra, "On the implementation of a primal-dual interior point method," SIAM Journal on Optimization, vol. 2, no. 4, pp. 575-601, 1992.
- [35] M.J. Todd, "Recent developments and new directions in linear programming," Mathematical Programming, Recent Developments and Applications, pp. 109-157, 1989.
- [36] D. Goldfarb and M.J. Todd, Linear programming, Handbooks in Operations Research and Management Sciences, vol. 1, pp. 73-170, 1989.
- [37] A. Varga, "Balancing-Free Square-Root Algorithm for Computing Singular Perturbation Approximations," in *Proc. of the 30th IEEE Conference* on Decision and Control, vol. 2, pp. 1062-1065, 1991.

発表業績

- [P1] Ryo Tanaka, Hiroki Shibasaki, Hiromitsu Ogawa, Takahiro Murakami and Yoshihisa Ishida, "Controller design approach based on linear programming," *ISA Transactions*, vol.52, issue 6, pp.744-751, Nov. 2013.
- [P2] Ryo Tanaka, Takehito Fujio, Hiromitsu Ogawa, Takahiro Murakami and Yoshihisa Ishida, "Controller design approach based on a multi-variable sliding mode control," in *Proc. of the AsiaSim 2014 Springer CCIS 474*, pp. 71-82, Oct. 2014.
- [P3] Ryo Tanaka, Hiroki Shibasaki, Hiromitsu Ogawa, Takahiro Murakami and Yoshihisa Ishida, "Model-Following Controller Design based on a Stabilized Digital Inverse System," in Proc. of the 2013 IEEE International conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM 2013), Dec. 2013.
- [P4] 田中 諒,井上翔太,石田義久「安定逆システムを用いたモデル追従制 御系設計」,電気学会制御研究会 制御工学・制御技術の新しい展開, CT-13-59, pp. 11-14, 2013 年 12 月.
- [P5] Ryo Tanaka, Kimikazu Kawaguchi, Junichi Endo, Hiroki Shibasaki, Yuta Hikichi and Yoshihisa Ishida, "Estimation of Output Disturbance in Auto-Regressive Model via Independent Component Analysis," *Inter-*

national Journal of Modeling and Optimization, Vol.3, No.1, (IACSIT PRESS), pp.67-70, Feb. 2013.

- [P6] Ryo Tanaka, Yuta Otani, Takashi Yamada, Masaru Fujieda and Yoshihisa Ishida, "Estimation of Output Disturbance in SISO System Independent Component Analysis," in Proc. of the 2010 International Conference on Circuit and Signal Processing, pp. 72-75, Dec. 2010.
- [P7] Kyohei Sakai, Hiroki Shibasaki, Ryo Tanaka, Takahiro Murakami and Yoshihisa Ishida, "A Design of a Robust Discrete-Time Controller," ISA Transactions, (Elsevier) (Accepted for publication).
- [P8] 丹治寛樹,田中 諒,田畑恭平,神尾大樹,村上隆啓,石田義久「ノン パラメトリックベイズモデルに基づく FIR フィルタの同定」,第 29 回 信号処理シンポジウム,P454-459,2014年11月.
- [P9] Hiroki Tanji, Ryo Tanaka, Kyohei Tabata, Yoshito Iseki, Takahiro Murakami and Yoshihisa Ishida, "Derivation of Update Rules for Convolutive NMF Based on Squared Euclidean Distance, KL Divergence, and IS Divergence," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E97-A, no. 11, pp. 2121-2129, Nov. 2014.
- [P10] Hiroki Shibasaki, Takehito Fujio, Ryo Tanaka, Hiromitsu Ogawa and Yoshihisa Ishida, "Positioning Control System with High-Speed Starting and Stopping for a DC Motor Using Bang-Bang Control," Automation, Control and Intelligent Systems, vol.2, no.4, pp. 62-70, Sep. 2014.
- [P11] Kyohei Sakai, Hiroki Shibasaki, Ryo Tanaka, Takahiro Murakami and Yoshihisa Ishida, "Discrete-Time Robust Controller Based on a Switch-

ing Function," International Journal of Electronics and Electrical Engineering, vol.2, no.2, pp. 130-133, Jun. 2014.

- [P12] Shota Inoue, Hiroki Shibasaki, Ryo Tanaka, Takahiro Murakami and Yoshihisa Ishida, "Design of a Model-Following Controller with Stabilized Digital Inverse System in Closed Loop," *International Journal of Electronics and Electrical Engineering*, vol.2, no.2, pp. 134-137, Jun. 2014.
- [P13] 川村和史,芝崎大樹,田中 諒,石田義久「周波数領域上における適応型 IMC-PID の設計」,平成 26 年電気学会全国大会,4-156, p. 264,2014年3月.
- [P14] 藤尾岳人,芝崎大樹,田中 諒,石田義久「スイッチング関数による線 形入力を用いたスライディングモード制御」,平成26年電気学会全国大 会,4-157, p. 265,2014年3月.
- [P15] Hiroki Tanji, Ryo Tanaka, Kyohei Tabata, Yoshito Iseki, Takahiro Murakami, and Yoshihisa Ishida, "Convolutive NMF Based on Squared Euclidean Distance, KL Divergence, and IS Divergence," in Proc. of the International Workshop on Smart Info-Media Systems in Asia (SISA 2013), pp. 67-72, Sep. 2013.
- [P16] Hikaru Simonmaxwell Karasaki, Hiroki Shibasaki, Ryo Tanaka, Kimikazu Kawaguchi, Hiromitsu Ogawa and Yoshihisa Ishida, "Digital Redesign Method for Plants with Input Time Delay," in Proc. of the AsiaSim 2013 Springer CCIS 402, pp.440-444, Nov. 2013.

- [P17] Kimikazu Kawaguchi, Hiroki Shibasaki, Ryo Tanaka, Hiromitsu Ogawa and Yoshihisa Ishida, "IMC-PID Design Based on an Approximation of Polynomial Equations," in *Proc. of the AsiaSim 2013 Springer CCIS* 402, pp.435-439, Nov. 2013.
- [P18] Takuya Ishibashi, Kimikazu Kawaguchi, Hiroki Shibasaki, Ryo Tanaka, Takahiro Murakami and Yoshihisa Ishida, "Sliding Mode Control with a State Predictor for Time Delay Control System," *Journal of Clean Energy Technologies, vol.1, no.4, (IACSIT PRESS)*, pp.268-271, Oct. 2013.
- [P19] Chikahiko Nakagome, Hiromitsu Ogawa, Hiroki Shibasaki, Ryo Tanaka, Kimikazu Kawaguchi and Yoshihisa Ishida, "Dual Sampling-Rate Observer Design for an Auto Operation Robot," *Journal of Clean Energy Technologies, vol.1, no.4, (IACSIT PRESS)*, pp.264-267, Oct. 2013.
- [P20] Kimikazu Kawaguchi, Hiroki Shibasaki, Ryo Tanaka, Hiromitsu Ogawa, Takahiro Murakami and Yoshihisa Ishida, "Sliding Mode Control for a Plant with a Time Delay," in *Proc. of the CES-CUBE 2013*, vol. 25, pp. 278-283, Jul. 2013.
- [P21] Yoshito Iseki, Kyohei Tabata, Daiki Kamio, Ryo Tanaka, Takahiro Murakami and Yoshihisa Ishida, "Extraction of Blind Signal by Directionally Constrained Minimization of Power with Statistic," in *Proc. of the CES-CUBE 2013*, vol. 25, pp. 267-272, Jul. 2013.
- [P22] Hiroki Shibasaki, Junichi Endo, Yuta Hikichi, Ryo Tanaka, Kimikazu Kawaguchi and Yoshihisa Ishida, "A Modified Internal Model Control

for an Unstable Plant with an Integrator in Continuous-Time System," International Journal of Information and Electronics Engineering, vol.3, no.4, (IACSIT PRESS), pp.357-360, Jul. 2013.

- [P23] Hiroki Shibasaki, Ryo Tanaka, Hiromitsu Ogawa, and Yoshihisa Ishida, "High Speed Activation and Stopping Control System Using the Bang-Bang Control for a DC Motor," in *Proc. of the IEEE ISIE 2013*, pp. 1-6, May 2013.
- [P24] Hiromitsu Ogawa, Ryo Tanaka, Takahiro Murakami and Yoshihisa Ishida, "Improved Internal Model Control based on Optimal Control for servo system with dead time," in *Proc. of the IEEE PEDS 2013*, pp. 731-734, Apr. 2013.
- [P25] Hiromitsu Ogawa, Ryo Tanaka, Takahiro Murakami and Yoshihisa Ishida, "DC Motor Control Using an Optimal Control System with a Dual-Sampling Rate method based on a Kalman Filter and a Disturbance Observer," in *Proc. of the IEEE PEDS 2013*, pp. 298-301, Apr. 2013.
- [P26] Kimikazu Kawaguchi, Junichi Endo, Hiroki Shibasaki, Ryo Tanaka, Yuta Hikichi and Yoshihisa Ishida, "The Control of the Pneumatic Actuator Using Dahlin Algorithm," *International Journal of Modeling and Optimization*, vol.3, no.1, (IACSIT PRESS), pp.98-100, Feb. 2013.
- [P27] Yuta Hikichi, Kazuhiro Sasaki, Ryo Tanaka, Hiroki Shibasaki, Kimikazu Kawaguchi and Yoshihisa Ishida, "A Discrete PID Control System Using Predictors and an Observer for the Influence of a Time Delay," *Inter-*

national Journal of Modeling and Optimization, vol.3, no.1, (IACSIT PRESS), pp.1-4, Feb. 2013.

- [P28] Hiromitsu Ogawa, Ryo Tanaka and Yoshihisa Ishida, "Simplified Two Stage Control based on Anti-Windup Control and Least Square Method," in Proc. of the International Conference on Simulation Technology, Sep. 2012.
- [P29] Takashi Yamada, Yuta Otani, Ryo Tanaka, Masaru Fujieda and Yoshihisa Ishida, "Blind Source Number Estimation and Separation for Underdetermined Convolutive Mixtures," in Proc. of the 2010 Joint International Conference on Information & Communication Technology Electronic and Electrical Engineering, Dec. 2010.
- [P30] Masaru Fujieda, Yuta Otani, Ryo Tanaka and Yoshihisa Ishida, "Pitch Estimation for Polyphonic Music with a Support Vector Machine," in Proc. of the 2010 Joint International Conference on Information & Communication Technology Electronic and Electrical Engineering, Dec. 2010.
- [P31] Yuta Otani, Ryo Tanaka, Masaru Fujieda and Yoshihisa Ishida, "Multiple Pitch Estimation Using Non-Negative Matrix Factorization with Harmonic Constraint," in Proc. of the 2010 International Conference on Computational Intelligence and Vehicular System, pp. 265-268, Nov. 2010.
- [P32] Taro Matsuno, Yuta Otani, Ryo Tanaka, Kaori Ikezaki, Hitoshi Yamamoto, Masaru Fujieda and Yoshihisa Ishida, "Enhanced Parallel-

Connected Comb Filter Method for Multiple Pitch Estimation," in *Proc.* of the 2009 International Conference on Computer, Electrical, and Systems Sciences, and Engineering, pp. 142-145, Dec. 2009.

謝辞

本論文を執筆するにあたり , 様々な方からご助言およびご指導をいただきま した.まずは本研究を遂行するにあたり,研究し易い環境を構築し,快適に研 究する機会を与えてくださった,明治大学理工学部の石田義久教授に深く感謝 御礼申し上げます.石田先生からは研究面,生活面で幅広くご指導くださいま した.研究面においては,2008 年度から 2014 年度の7 年間にわたり,研究者 としての生き方,考え方,厳しさ,心構えなどたくさん伝授してくださいまし た.日々の研究のご指導はもとより,国際会議や研究会での研究発表の機会を 与えてくださったこと,国際ジャーナル投稿に向けて,原稿の添削を多岐にわ たりご指導くださったことなど,大変意義ある経験や知識を,研究生活を通し て学ぶことができました.特に,2013年度ISAの掲載された論文が最優秀論 文賞に選ばれ,アメリカのミズーリ州カンザスシティでの表彰セレモニーで は,自身初のスピーチやインタビューを受け,また周囲からお褒めのお言葉な どをいただき,研究者としてこれ以上にない至福のひとときを過ごさせていた だきました.これも偏に石田先生の日頃の手厚いご指導・ご鞭撻があったから こそであると確信しております.また,生活面においては,最年長ゼミ生とし て、後輩ゼミ生の模範となるよう不言実行を心がけるようご指導をいただきま した.ご指導に加え,これらの励ましと叱責をいただき,大変意義ある7年間 の研究生活を送ることができました.

また,この度博士学位請求論文の副査としてお引き受けくださり,論文説明 会において,有益なご助言およびご指摘をしてくださった,本学理工学部の小 野治教授,および松本直樹教授に深く感謝御礼申し上げます.

また,本学理工学部の村上隆啓専任講師に深く感謝御礼申し上げます.村上 先生からは2012年度から2014年度の3年間にわたり,研究面において,大変 貴重なご指導・ご指摘をしてくださり,大変意義ある研究生活を過ごすことが できました.

また,博士学位請求関係書類の作成にあたり,何度にもわたり,私からの一 方的な要求に対し迅速に応対し,常にご支援くださった,明治大学教務事務部 理工学部事務室理工学研究科担当の国分尚子様に深く感謝御礼申し上げます.

また,2012年度から2014年度の計3年間にわたりお世話になりました,本 学大学院理工学研究科電気工学専攻博士後期課程3年の小川裕充氏,および 2010年度から2014年度までの計5年間にわたりお世話になりました,博士後 期課程2年の芝崎大樹氏に感謝御礼申し上げます.両氏からは,研究面で有益 なアドバイス,および論文の添削など尽力してくださいました.

また,研究面で多大なサポートをしてくださった石田ゼミ OB/OG の先輩, 同期,後輩諸氏に心より感謝申し上げます.研究成果を求め,互いに切磋琢磨 しあったことは,本研究を遂行するのに大いなる手助けとなりました.

最後に,今日に至るまで,研究に精進できるよう生活面で多大なご支援をし てくださった,両親をはじめ,親族のみなさまに深く感謝御礼申し上げます.

> 明治大学大学院 理工学研究科 電気工学専攻 博士後期課程 計測制御研究室