

# クライン群の可視化手法とその芸術表現への広がりに関する研究

メタデータ	言語: English 出版者: 公開日: 2022-03-29 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 中村, 建斗 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10291/22275">http://hdl.handle.net/10291/22275</a>

## 「博士学位請求論文」審査報告書

審査委員 (主査) 総合数理学部 専任教授

氏名 阿原 一志

(副査) 総合数理学部 専任教授

氏名 鈴木 正明

(副査) 総合数理学部 専任准教授

氏名 五十嵐 悠紀

1 論文提出者 中村 建斗

2 論文題名 A study on visualization methods of Kleinian groups and their spread into artistic expression

(和文題) クライン群の可視化手法とその芸術表現への広がりに関する研究

### 3 論文の構成

論文は11章からなる。第1章では、本論文の中心的なテーマとなる、クライン群の可視化についての概略が説明されている。第2章では、本論文の構成について述べられている。

第3章では、フラクタル図形の可視化についての基礎的な知見について説明している。ここでは、Shader-basedなレンダリング、sphere tracing 技法、escape-time fractals といった、一般的なフラクタル図形を描画する技法として知られているものについて論じている。続いて、Quaternion Julia, Madelbulb, Mandelbox, Pseudo-Kleinian といった、3次元空間内のフラクタル図形としてよく知られているものについて紹介したのちに考察を行っている。

第4章では、数学的な準備として、円や球に関する反転、メビウス変換、クライン群、極限集合について説明されている。本論文ではクライン群の極限集合の可視化に関する新しい知見の提示が重要な部分を占める。

第5章では、クライン群の極限集合の可視化についての先行研究について説明し考察を行っている。まず一般論としての枝探索について論じ、関連するソフトウェアである、OPTi、Sakugawa's slice について紹介を行い考察している。

第6章では、本論文の中核をなす「Iterated inversion system」(以下 IIS と略する) について自身の先行研究を紹介しながら解説している。IIS は当初は、平面上の交叉しないようないくつかの円の反転写像で生成されるような群の極限集合を高速描画するアルゴリズムとして発明されたものである。その後、3次元フラクタル図形の生成にも有用であることが、中村氏自身によって発見された。このアルゴリズムが中村氏の発案であることは、中村氏の単著論文「Iterated inversion system: an algorithm for efficiently visualizing Kleinian groups and extending the possibilities of fractal art」(Journal of Mathematics and the Arts 誌掲載済み) において、論文査読者より確認されている事実である。ただ、他にも類似の技法やアルゴリズムは知られており、例えば、Cohomology fractal における技法などはその例であると考えられるが、それらについて紹介するとともに論じている。

第7章では、円反転や球反転から構成されるメビウス変換の構成法を紹介し、それらを IIS を利用して実装するための最適化アルゴリズムに関する自身の業績を紹介して論じている。これは2次元メビウス変換のみならず3次元メビウス変換に関する可視化の技法としても重要度が高い。

第8章では、球面体から構成されるような3次元フラクタルについて焦点をあて、この3次元フラクタルも IIS の技法を用いて高速描画可能であることを紹介し、関連する自身の作品や先行研究を紹介し、論じている。ここで、球面体によるフラクタルというのは2003年に阿原・荒木によって発見された、球反転が生成するような3次元フラクタル図形の実例であるが、これを高速に描画する方法は全く知られていなかった。中村氏は自身の IIS と Sphere tracing を巧妙に結合するアルゴリズムを発案し、これを実装した。

第9章では、IIS を生かすようなプログラム言語の開発の試みとして開発された「Flower」というシステムについて解説して論じている。これは flow-based なビジュアルプログラミング言語であり、流れ図の要領で平面上に反転鏡を設置することができるようになっている。これは一般ユーザが IIS を用いたフラクタル図案を容易にかつインタラクティブに構築できるツールであると言えるだけでなく、円の反転写像やメビウス変換を要素とするようなビジュアルなプログラミング言語の可能性を示唆したもので、高度な幾何学ソフトウェアとしての可能性を持つものである。

第10章では、論文発表はされていないが、本研究に関連する話題として Fractal Frame についても紹介して論じている。Fractal Frame とは (メビウス変換ではないような) いくつかの平面上の写像について、Iterated Function System を用いて極限集合に類似した図形を描画する技法であるが、中村氏はこれにメビウス変換を追加した場合について考察を行った。

第11章では、これまでの中村氏自身の仕事を振り返って、IIS とメビウス変換の可視化に関するまとめを行った。

#### 4 論文の概要

この博士学位請求論文における研究対象は、「円反転、球反転が生成する群の可視化の技法」である。第1に中村氏は Iterated Inversion System (IIS) という、フラクタル画像の

高速描画に関する技法を提案し、これにより円反転、球反転が生成する2次元フラクタル図形、3次元フラクタル図形が劇的に高速度で描画できる原理を明らかにし、それにより、クライン群の極限集合などの高度な数学コンテンツをジェネラティブアートとして提示することに成功した。また、これらのモチーフによるデモシーン作品をTDFなどの場で発表した。

第2に中村氏は、球面体から生成される擬球（3次元であり、かつフラクタル図形である）の高速描画にIISを応用できることを示し、これを一般ユーザが容易に扱えるようなシステムを提示した。また、そこから実際に3次元立体図形を造形して着色も行った作品を発表した。

第3に中村氏は、円反転を要素とするようなflow-based programmingシステムを考案し、IISを用いたフラクタル図形生成システム「flower」を開発した。

本論文では、これらの中村氏の業績と関連する先行研究について比較検討を行い、自身の業績や作品の意義について論じている。

## 5 論文の特質

中村氏の研究は「数学」と「コンピュータグラフィックス (CG)」と「芸術」にまたがるという、非常に独特な分野である。中村氏がこの分野の研究を始めた2015年ころには、3次元フラクタルのバリエーションが少し知られ始めた黎明期であり、その直後に中村氏は3次元フラクタルの高速描画方法を発表している。

数学の研究者はクライン群をよく知っているが、CGの技法を開発することは難しい。CGの研究者はクライン群のような高度な数学を題材とした研究を行うことは難しい。アート作品を発表する表現者は、オリジナルな技法やテーマを見つけて作品へと昇華させていくが、CG技法や数学の知識が高度に必要なものを扱うのは難しい。中村氏はこれらの研究者たちや表現者たちの「かけ橋」となる立場で活動を続けてきた。

数学アートに関する国際会議としてはBridgesがその頂点にあるが、中村氏はBridgesにおいて、幾度も研究発表をおこなってきた。現在においても、クライン群などの高度な幾何学に関する数学アートやその可視化技法について研究を行っているのは、中村氏以外ではHenry Segerman氏とその門下生など数少ない。この分野は国際的にも希少な研究なのである。一方で、中村氏は自身の開発したIISという技法を用いてデモシーンなどのCG作品を発表しており、その発表の場であるTokyo Demo Festa (TDF)においても彼の名前はよく知られている。また、3次元フラクタル図形をプリントアウトして着色した作品を発表したり、ブラウザでリアルタイムに3次元フラクタルを変形、観察できるシステムを開発したりと、「数学だけ」「CGだけ」「芸術だけ」ではない、彼独特の立ち位置を確立しつつ研究を続けてきた。この博士学位請求論文はこういった中村氏の研究の足跡の一つの結論である。

## 6 論文の評価

この博士学位請求論文は、前項で述べたような中村氏独特の新しい研究分野の草分けとしての自身の立ち位置を明確にし、後に続く研究者への道標となる論文である。その学術的

な価値は非常に高い。

## 7 論文の判定

本学位請求論文は、先端数理科学研究科において必要な研究指導を受けたうえ提出されたものであり、本学学位規程の手続きに従い、審査委員全員による所定の審査及び最終試験に合格したので、博士（理学）の学位を授与するに値するものと判定する。

以 上