

有限長の信号列に対する零位相フィルタとその応用 について

| | |
|-------|--|
| メタデータ | 言語: jpn 出版者: 明治大学科学技術研究所 公開日: 2012-06-20 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 鎌田, 弘之 メールアドレス: 所属: |
| URL | http://hdl.handle.net/10291/13042 |

有限長の信号列に対する零位相フィルタとその応用について

鎌 田 弘 之

A Zero Phase Filter for Finite Data Set and its Application.

Hiroyuki KAMATA

School of Engineering, Meiji University

1-1-1 Higashimita, Tama-ku, Kawasaki, Kanagawa 214.

Received November 30 1989 ; Accepted January 9 1990

Synopsis. In this paper, I describe the filter that has a zero phase characteristic and propose one of the design methods.

The zero phase filter is a filter that the frequency characteristic becomes real function and the phase characteristic is zero degree in all frequency bands. It is possible to think the zero phase filter theoretically, but the realization is impossible by only a kind of filter.

In this research, I propose two kinds of filters. Those filters are a forward filter and a backward filter. When this two kinds of filters are combined, each phase characteristic is offsetted and become a zero phase filter.

Also, I apply the zero phase filter to spectral envelope estimation. This is the method that makes the logarithmic amplitude spectrum smooth that is obtained from Fast Fourier Transformation (FFT).

1. まえがき

デジタルフィルタは、数値計算により入力信号の帯域制限を行うものであり、特性の設計、変更が容易である^{(1),(2)}。またデジタルフィルタは、アナログフィルタでは無視し得ない素子の経年変化などによる特性の劣化が生じ得ない。さらに、数値計算を高速度に実行できるデジタルシグナルプロセッサ^{(3),(4)}（以下、DSPと略す）の普及により、デジタルフィルタは、近年、多くの分野に採用されている。

さて、デジタルフィルタは、FIR (Finite Impulse Response) フィルタと IIR (Infinite Impulse Response) フィルタとの2種類に分類される⁽¹⁾。FIR フィルタの主な特徴は以下のようである。

(1) 伝達関数は全零点型であり、理論的に安定が保証されている。

(2) 直線位相フィルタが容易に設計できる。

(3) 急峻な遮断特性を得ようとするとき、フィルタの次数を大きく取る必要がある(100次以上)。

このように、フィルタの特性としては良好な面を有するものであるが、フィルタの次数を大としなければならないことは、大きな障害となる。特にフィルタの実時間処理を要求された場合には、毎秒1千万命令を実行可能なDSPを用いても困難である。

一方、IIRフィルタの特徴は、次のようである。

(1) 伝達関数は全極型もしくは極零型になる。

(2) 低次のフィルタ(10次前後)で、良好な遮断特性を得ることができる。

(3) 再帰型フィルタであるために、計算誤差が累積しやすい。

(4) 位相特性は概して非線形である。

このようにIIRフィルタは、高速処理に適している反面、固定小数点演算を実行するDSPを用いる場合には、計算法に関する配慮が必要である。

さて、位相特性の面からこれら2種類のフィルタを比較する。

FIRフィルタは、完全な直線位相フィルタを構成することができる。この特性を群遅延特性に基づいて評価すると、FIRフィルタは、周波数帯域の全ての周波数成分に対して、同一の時間遅れを与えるものとなる⁽¹⁾。このようなFIRフィルタは、入力信号の概形を損うことなく、帯域制限を与えた出力が得られる。これに対して、IIRフィルタの位相特性は概して非線形であり、フィルタの出力波形は大きく変形する。また、IIRフィルタの直線位相近似による設計法も提案されているが、設計できる遮断特性に制限を生じる⁽⁵⁾。

本論文は、この点を改善するために、等価的に零位相となるフィルタリング法を提案する^{(6),(7)}。これは、扱う信号列を有限長に定めて、これを前向きおよび後向きの2つの方向からフィルタリングを行い、位相特性を相殺するものである。

また、本論文に提案する方法を、音声のスペクトル包絡の推定に応用した例を示す⁽⁷⁾。

音声信号処理においてスペクトル包絡の推定は、声道の共振特性であるホルマントの観察を容易にするための、重要な一手法である。スペクトル包絡を求める方法は、解の安定性からケプストラム法が有効である⁽⁹⁾。しかしケプストラム法は3回のFFT(Fast Fourier Transformation)計算が必要であり、処理の高速性および誤差の累積の面で問題が生じる。

本論文では、等価的に零位相となるフィルタリングの手法を用いて、スペクトル包絡を求める方法を示す。さらに本論文では、提案した方法が、ケプストラム法と同等の解が得られることを示す。

2. 零位相フィルタ

零位相フィルタとは、その周波数特性が実関数となるフィルタである⁽⁸⁾。すなわち同フィル

タは、振幅特性のみを有し、位相特性は、周波数帯域全体にわたり零となる。

零位相フィルタの論理上の構成例を図1に示す。同図では、ある時点（図中の“現在”の位

図1 零位相フィルタの理論的構成図

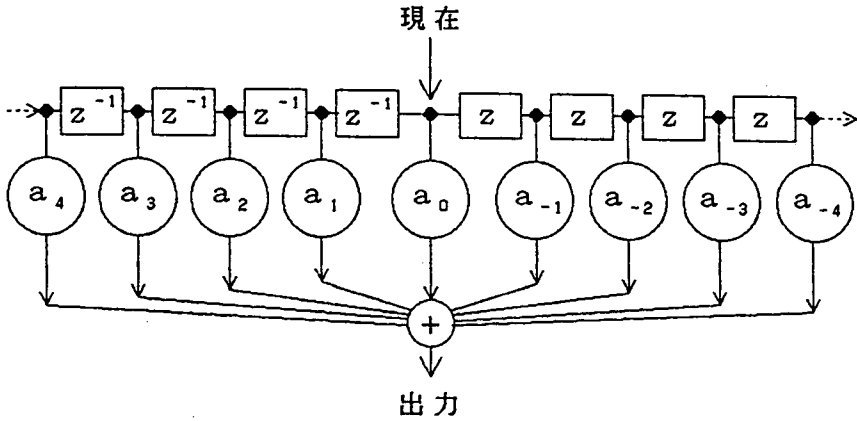
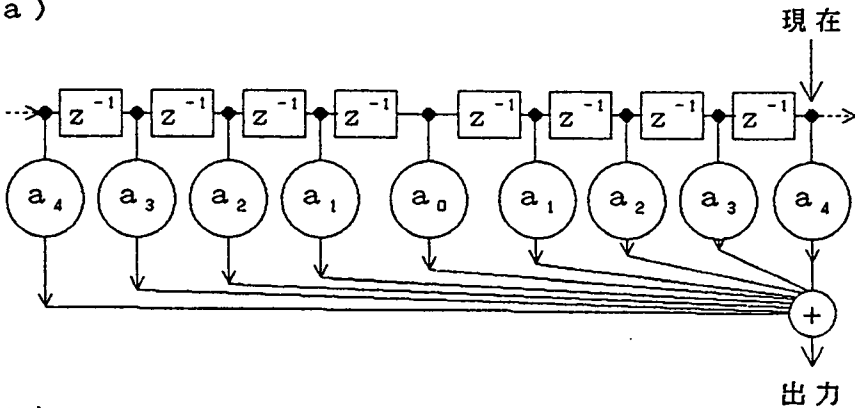


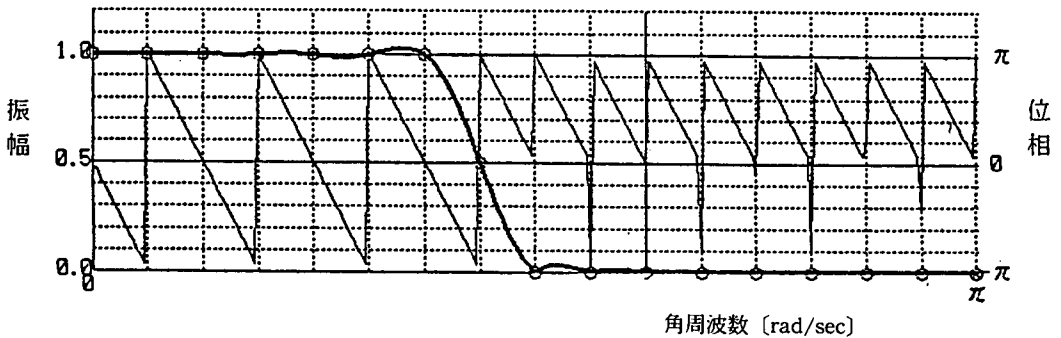
図2 直線位相フィルタ (a) 構成図 (b) 周波数特性

太線：振幅特性
細線：位相特性（主値）

(a)



(b)



置)における過去の信号と未来の信号とを用いて計算する必要があることを示している。

一般にフィルタリング操作は、ある基準となる時間から正の方向に流れる信号列を対象としている。このため、ある時点においては、それより過去の信号を知ることはできるが、未来の信号は知ることができない。したがって、図1に示すフィルタは、実現不可能なものである。

FIR フィルタの設計法の1つである直線位相フィルタは、この点を改良することを目的としたものである(図2(a))⁽¹⁾。すなわち、信号列全体に対して遅延をかけて、基準となる時点をずらすことにより、扱う信号を全て過去の信号列となるようにしたものである。しかし、直線位相フィルタでは、信号列に遅延をかけたために、(図2(b))のような直線型の位相特性が生じている。

2. 1 零位相フィルタの構成条件

本研究は、1つのフィルタにより零位相フィルタを構成することは不可能であると考え、以後、2つの異なった位相特性を有するフィルタをカスケード接続して、位相特性が互いに打ち消し合い、零位相となるフィルタの構成法について検討する。

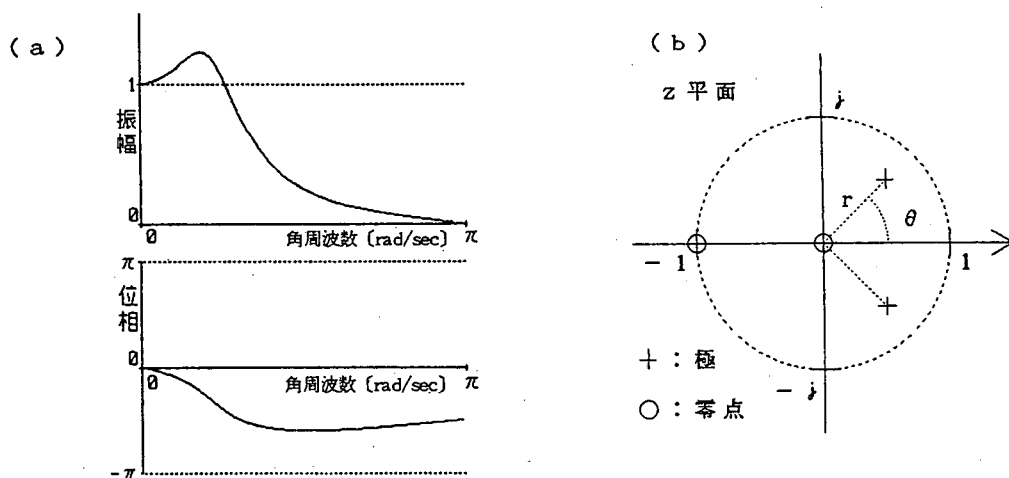
まず、検討の対象とするフィルタを式(1a)に示す2次IIR型低域通過フィルタとする。

$$H(z) = \frac{A0 \cdot z(z+1)}{z^2 - 2r \cdot z \cdot \cos \theta + r^2} \quad (1a)$$

但し、A0はフィルタの直流成分の利得が0 [dB] となるためのゲイン、

$$A0 = \frac{1 - 2r \cdot \cos \theta + r^2}{2} \quad (1b)$$

図3 式(1)の特性 (a) 周波数特性 (b) 極配置



である。さらに $H(z)$ を最小位相フィルタ⁽⁹⁾と仮定して $0 < r < 1$ とし、また $0 < \theta < \pi$ とする。同式の周波数特性および極、零点の配置を図3に示す。なお、式(1a)の極および零点は、

$$\bullet \text{ 極: } p = r \cdot \cos \theta \pm jr \cdot \sin \theta \quad (2a)$$

$$\bullet \text{ 零点: } z = -1.0, 0.0 \quad (2b)$$

である。

つぎに、式(1a)のフィルタに対して、振幅特性は同じで、位相特性が正負逆となるフィルタ $G(z)$ を考えると、その極および零点は、式(1a)のそれに対して (a) 同一偏角上にあり (b) 原点からの距離は逆数の関数を満足する必要がある⁽⁹⁾。したがって、

$$\bullet \text{ 極: } p = (1/r) \cos \theta \pm j(1/r) \sin \theta \quad (3a)$$

$$\bullet \text{ 零点: } z = -1.0 \quad (3b)$$

である。すなわち、 $G(z)$ の伝達関数は式(4a)となる。

$$G(z) = \frac{A1(z+1)}{z^2 - 2(1/r)z \cdot \cos \theta + (1/r^2)} \quad (4a)$$

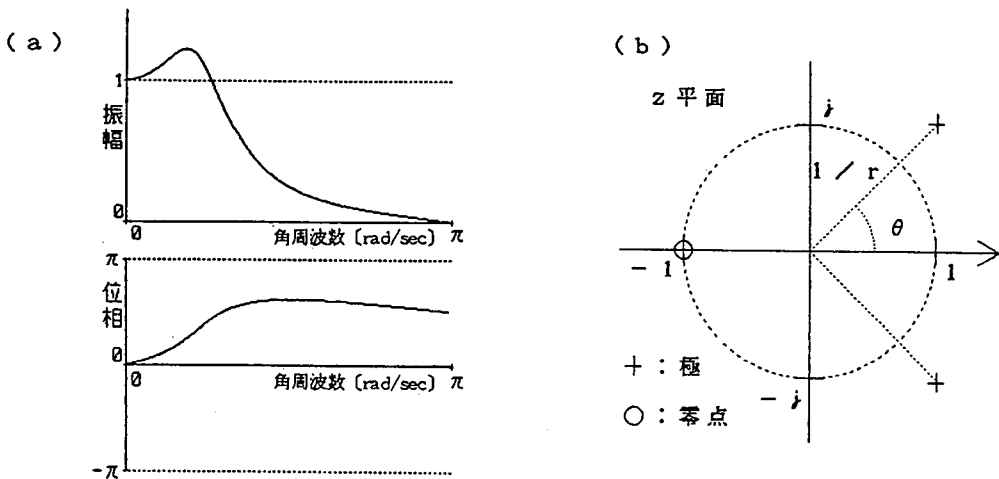
但し、式(4a)のゲイン $A1$ は、式(1a)の場合と同様に直流利得を 0 [dB] とするために、

$$A1 = \frac{1 - 2(1/r) \cos \theta + (1/r^2)}{2} = \frac{A0}{r^2} \quad (4b)$$

とする。

式(4a)の周波数特性を図4に示す。同図のように、式(4a)の位相特性は、式(1a)のそれに対して正負逆の関係となる。したがって、式(1a)と式(4a)とをカスケード接続することにより、零位相フィルタを構成できる。

図4 式(4)の特性 (a) 周波数特性 (b) 極配置



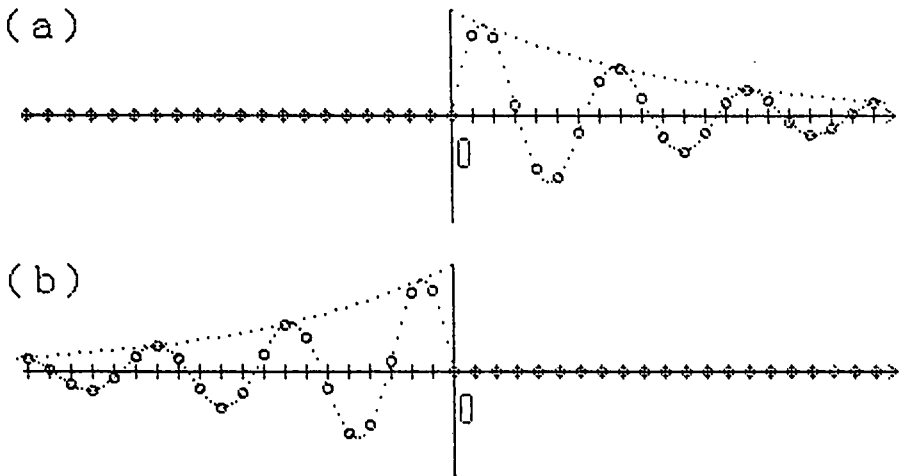
しかし、式(1a)は最小位相フィルタであることから $0 < r < 1$ としている。したがって、その逆数である $1/r$ は1より大となり、式(4a)の極は、 z 平面上の単位円外に配置する不安定な最大位相フィルタとなる。

2. 2 前向きフィルタと後向きフィルタ

ここで、時系列信号における、最小位相および最大位相の性質を考える。

最小位相系システムでは、時系列信号が因果性数列である必要があるために、負の時間領域の信号列は全て零と考え(図5(a))、また最大位相系システムでは、正の時間領域の信号列を零と考える(図5(b))⁽⁹⁾。一方、処理を行う時間の方向は、最小位相系および最大位相系ともに、正の時間方向である。

図5 因果性数列(a)と非因果性数列(b)
 図中の○印: サンプル点



さて図5(b)に着目すると、同図の信号は、正の時間方向の信号として見ると、発散の傾向を有するものである。しかし、この信号を時間をさかのぼる負の方向にながめてみると、同信号は、収束する信号として観測できる。すなわち、最大位相系の信号は、時間の進行方向を逆にたどることにより、最小位相系の信号列として扱うことが可能であると予想される。

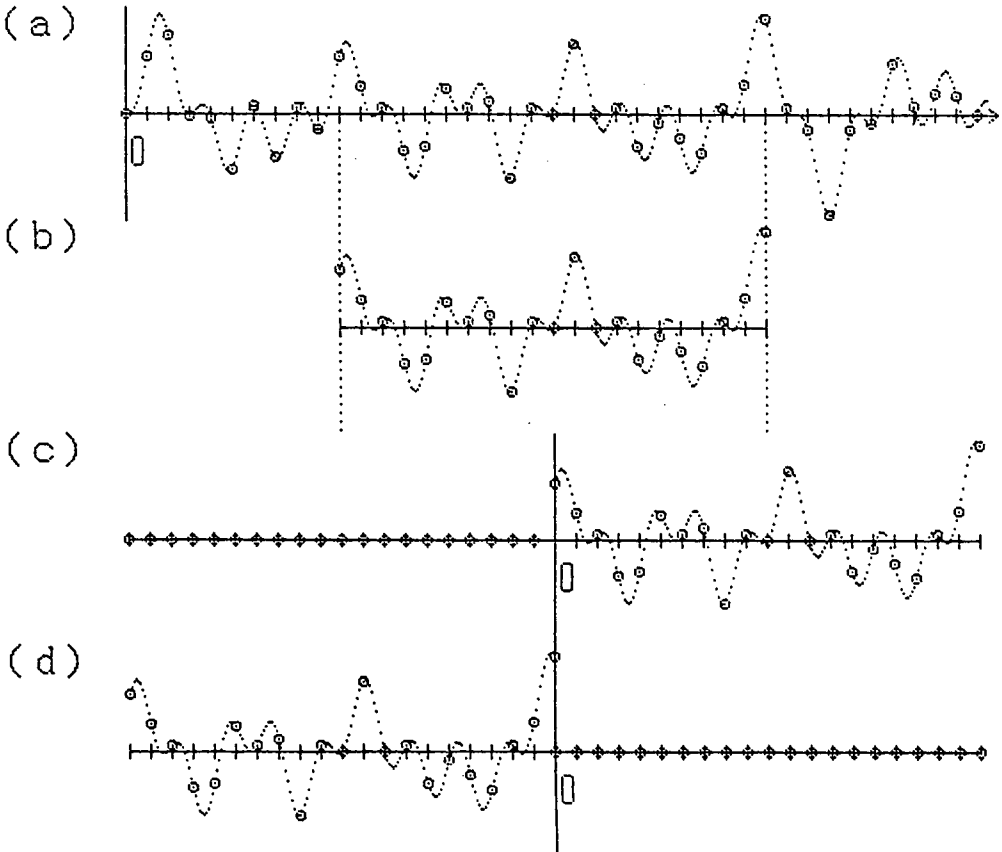
しかし、次々に標本化して得られる信号列を負の方向に処理することは不可能である。そこで、以下の方法を提案する。

負の時間方向への操作を可能とするために、無限に続き得る信号列の中の一部を切り出し、有限長の信号列を処理の対象とする(図6)。そして、正の時間方向へのフィルタリング(以下、前向きフィルタリングと呼ぶ)により最小位相フィルタを実現し、さらに、負の時間方向へのフィルタリング(以下、後向きフィルタリングと呼ぶ)により最大位相フィルタを構成する。これらの2方向のフィルタリングをカスケードに用いることにより、それぞれの位相特

性は相殺され、零位相フィルタが構成できることが考えられる。この時、各々のフィルタリングにおける時間の基準および切り出した信号列以外の信号の値は、図6 (c), (d) のようになる。

図6 有限長データ列の切り出しと座標の設定

- (a) 時系列信号 (無限長), (b) 切り出された時系列信号 (有限長)
- (c) 因果性数列へ適用した場合, (d) 非因果性数列へ適用した場合



ここで着目すべき点は、前向きおよび後向きフィルタリングに使用するフィルタは、ともに式(1a)などの最小位相フィルタとなることである。以下、時間の進行方向をかえてフィルタリングすることにより、最小位相フィルタが最大位相フィルタの性質を有するように変換されることを示す。

検討対象を式(5a)とする。

$$M(z) = \prod_{i=0}^M \frac{A_i}{z - p_i} \cdot \prod_{k=0}^N B_k (z - q_k) \quad (5a)$$

但し、 p_i, q_k, A_i, B_k は実数または複素数である。特に複素数の場合には、必ず、共役対が(5a)に含まれるものとする。また、式(5a)は最小位相フィルタであることから、

$$0 < |p_i| < 1 \quad 0 < |q_k| < 1 \quad (5b)$$

である。これを後向きフィルタリングに使用することを考えると、扱う信号列の時間の方向が前向きフィルタリングに対して逆方向であることから、式(5a)の z に対して z^{-1} を代入する。すなわち、

$$\begin{aligned}
 M(z^{-1}) &= \prod_{i=0}^M \frac{A_i}{z^{-1} - p_i} \cdot \prod_{k=0}^N B_k (z^{-1} - q_k) \\
 &= \prod_{i=0}^M \frac{z \cdot A_i}{1 - z \cdot p_i} \cdot \prod_{k=0}^N \frac{B_k (1 - z \cdot q_k)}{z} \tag{6}
 \end{aligned}$$

となる。式(6)の極および零点は、

- 極: $z = 1/p_i$: $i = 0, 1, \dots, M$
- 零点: $z = 1/q_k$: $k = 0, 1, \dots, N$
- $N > M$ の時; 極: $z = 0$ が $N - M$ 個

または、

- $N < M$ の時; 零点: $z = 0$ が $M - N$ 個

となる。したがって、式(6)の主な極および零点は、式(5a)のそれと逆数の関係になる。式(5b)による仮定から、式(6)の極および零点は、 z 平面上の単位円外に配置する。すなわち式(6)は、式(5)と振幅特性が同一の最大位相フィルタになる。このとき、式(6)に含まれる $|N - M|$ 個の極または零点は、信号の遅延に関与するものであるが、これは、式(6)の位相特性が、式(5)のそれと正負逆に保つための重要な要素となっている。

一例として、式(1a)の z に対して z^{-1} を代入すると、

$$\begin{aligned}
 H(z^{-1}) &= \frac{A_0 \cdot z^{-1} (z^{-1} + 1)}{z^{-2} - 2r \cdot z^{-1} \cdot \cos \theta + r^2} \\
 &= \frac{A_0 \cdot (1 + z)}{1 - 2r \cdot z \cdot \cos \theta + r^2 z^2} \\
 \therefore &= \frac{A_0 \cdot (1 + z)}{r^2 \{z^2 - 2(1/r)z \cdot \cos \theta + 1/r^2\}} \tag{7}
 \end{aligned}$$

となる。この式(7)は、最大位相フィルタである式(4)に一致する。

このように、最小位相フィルタを負の時間方向に対して用いることにより、最大位相フィルタの性質をもったフィルタに変換できる。

2方向のフィルタリングを組み合わせるものにより、実際にフィルタリングを行った例を図7に示す。フィルタには式(1a)を用い、また、入力信号には、複数の正弦波を加算した信号を用いる。

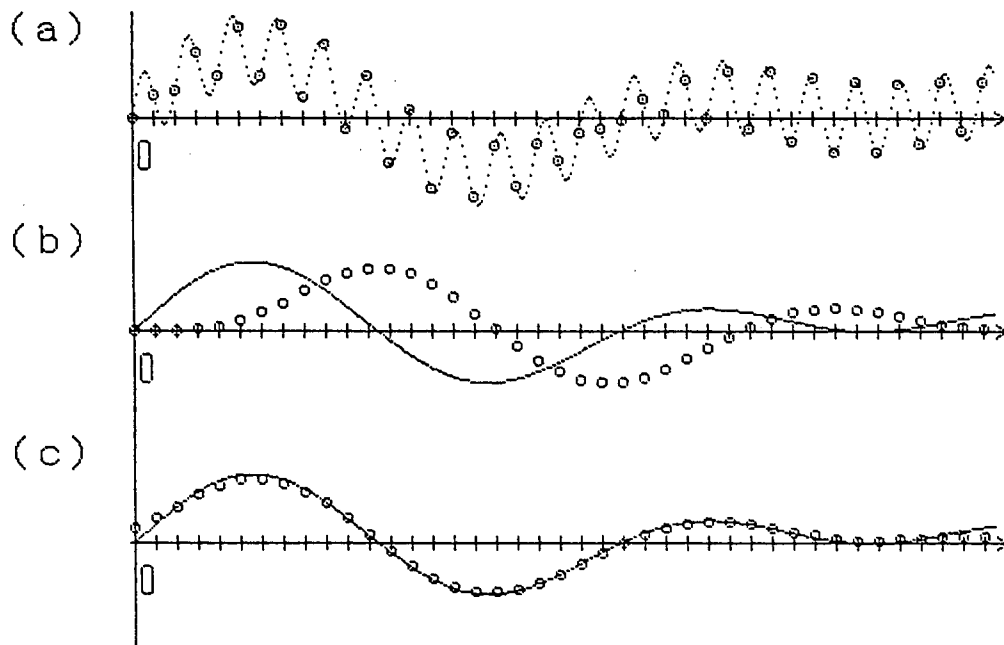
同図のように、式(1a)のみを使用した場合(図7(b))には、出力信号に位相特性が現われているのに対し、本法による出力信号(図7(c))は、入力信号中の基本波に対して、位相

図7 実験例

(a) 原波形, (b) 従来法による低域通過フィルタ (前向きフィルタのみ),
 (c) 本法による低域通過フィルタ (前向きおよび後向きフィルタをともに用いた場合)

LPF (式 (1)) の特性: $r=0.7$, $\theta=0.7$

図中の○印: サンプル点, (b), (c) 中の実線: 基本波の波形



のずれおよび概形の変形を与えずに, 高い周波数成分を減衰させていることがわかる。これにより, 本法に示すフィルタリング法は, 零位相フィルタを実現するものとして, 有効な手法であると考ええる。

しかし図7 (c) には, 信号列の始点と終点に, フィルタによる過渡現象が現われている。したがって, 信号列を有限長に定めるときには, 切り出しの際に始点と終点とに若干の余裕をもたせるか, もしくは切り出された波形の両端を外挿して, 滑らかに延長する操作が必要である。

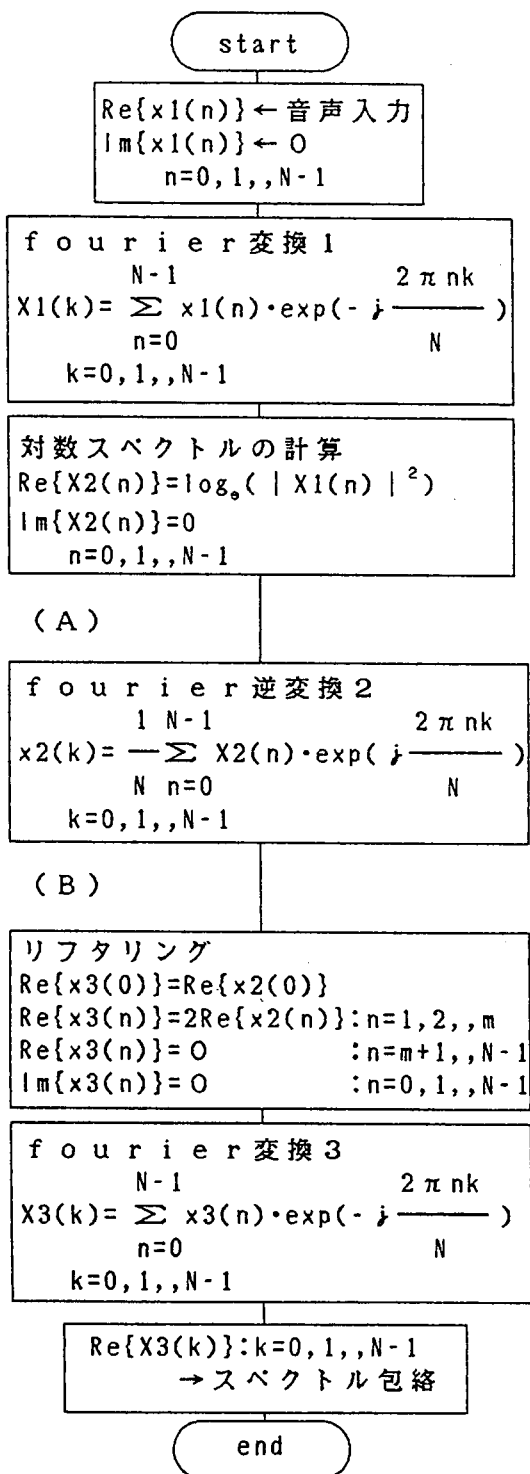
3. 本法の応用例

つぎに, 本法を, スペクトル包絡の推定に応用した例を示す。

スペクトル包絡の推定法は, 解が安定して得られることから, ケプストラム法が有効である^{(9), (10)}。ケプストラム法のアルゴリズムを図8に示す。

この分析法は, 準同形処理の原理に基づいて, 対数スペクトルを Fourier 逆変換した複素ケプストラム領域で音声の特徴を求める手法である⁽⁹⁾。複素ケプストラム領域では, 声帯波に起因する成分は高い次数の領域 (高ケフレンシ部) に集中し, また声道の共振特性に起因する成分は低い次数の領域 (低ケフレンシ部) に集中する。ケプストラム法は, 複素ケプストラムの高ケフレンシ部を零に抑え (リフタリング), Fourier 変換を行うことにより, スペクトル包絡を推定する方法である。

図8 ケプストラム法のアルゴリズム



一方、ケプストラム法は、図8のように、Fourier 変換を3回使用するものであり、高速処理および高精度演算に適していない。そこで、ケプストラム法における計算の流れを検討する。

図8のケプストラム法は、図中の点Aから得られる対数スペクトル $\{x_2(n)\}$ を時間信号に見て、これをさらに Fourier 逆変換によりスペクトル分析していると解釈できる。声帯波によって発生した線スペクトル列は、対数スペクトル上で小刻みな変化を示すものであるから、点Bのスペクトルでは高い周波数成分として観測される。そこで、理想的な高域遮断特性によりリフタリングし、さらに Fourier 変換により元の対数スペクトルの次元に戻す。こうして、声帯波成分を除去した、滑らかなスペクトル包絡が得られる。すなわちケプストラム法の処理過程は、Fourier 変換から得られた対数スペクトルを低域通過フィルタによりフィルタリングする方法と解釈できる。

図9 零位相フィルタリングを用いた
スペクトル包絡の推定アルゴリズム

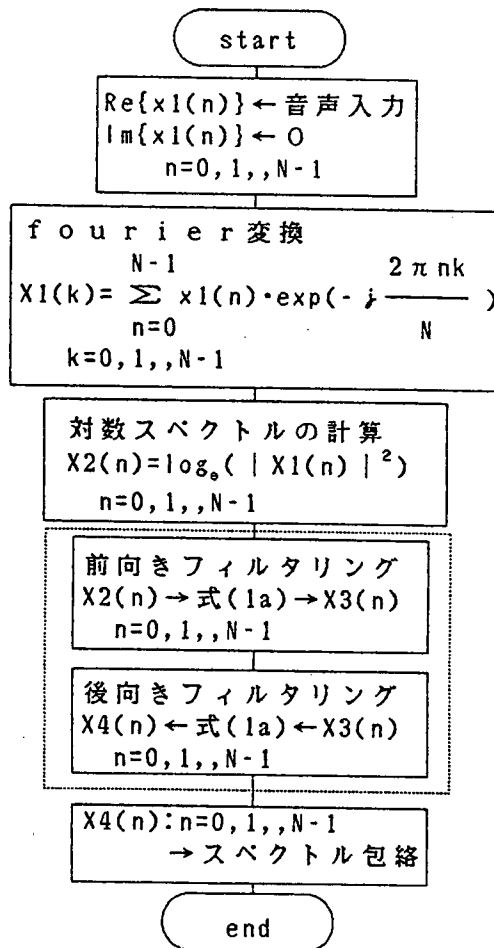
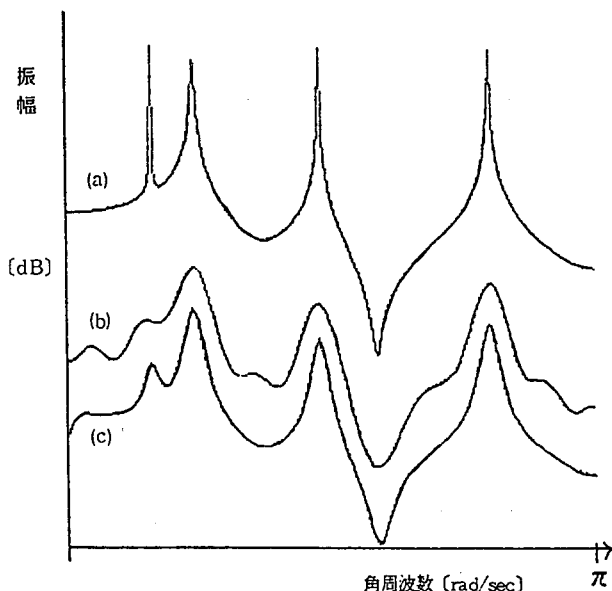


図10 本法とケプストラム法との比較

- (a) 分析対象の対数スペクトル
- (b) ケプストラム法によるスペクトル包絡の推定結果
- (c) 本法によるスペクトル包絡の推定結果



しかし、一般の低域通過フィルタにより平滑化を行うと、その位相特性によりスペクトルのローカルピークが移動し、音韻情報として重要なホルマント周波数を正しく推定することができない。

そこで、スペクトルの平滑化に、本論文に示す、2方向のフィルタリングによる零位相フィルタを用いる。このときの処理過程を図9に示す。

実験結果を図10に示す。分析対象とする対数スペクトルはホルマントピークの位置が明らかな図10(a)とする。ケプストラム法によるスペクトル包絡の推定結果は同図(b)に、また本法による推定結果は同図(c)に示す。これらを比較すると、以下のことが分かる。

ホルマントのピークの位置は、ケプストラム法および本法ともに、図10(a)の対数スペクトルのピーク位置に、正確に対応している。

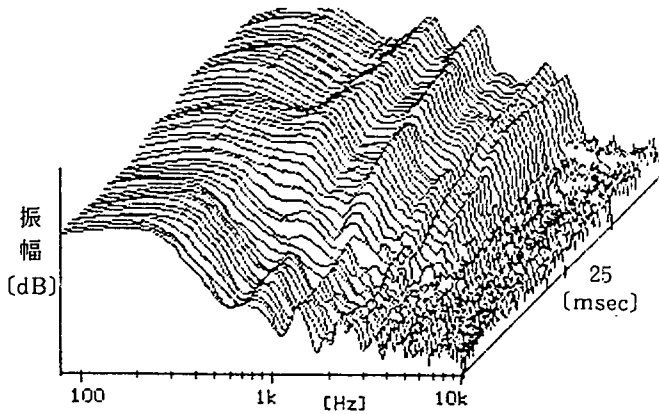
一方、ケプストラム法による推定結果である図10(b)には、図10(a)にはない小さなピークが発生している。これは、図8の点Bにおけるリフタリングの遮断特性があまりにも急峻であることから、過渡成分がスペクトルに現われたものである。これに対し、高域遮断特性の緩やかな本法による図10(c)には、不要なピークの発生は見られない。この点で本法は、ケプストラム法に勝る特徴を有する。

また本法は、1) 処理時間が、ケプストラム法の約2分の1に短縮できる、2) 低ビット数

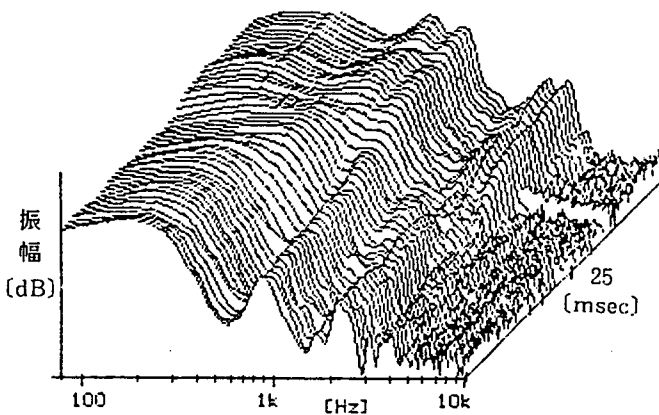
の固定小数点演算を実行する DSP を用いた場合でも、オーバーフロー、アンダーフロー、および演算精度の劣化が生じにくい、などの特徴があることを確認している⁽⁷⁾。図 11 には、DSP により本法を実行し、音声を分析した例を示す。

図 11 本法によるスペクトル包絡の推定例

/な/



/ま/



4. むすび

本論文は、有限長に切り出された時系列信号を対象とし、前向きフィルタリングおよび後向きフィルタリングを組み合わせることによって、零位相フィルタが実現できることを示している。

本論文を要約すると、次のようである。

- (1) 最小位相フィルタを負の時間方向に用いることにより、最大位相フィルタの性質が得られることを示した。これにより、不安定系となる最大位相フィルタの性質を、後向きフィルタリングの手法を用いることにより、安定して使用できることを示している。
- (2) 最小位相フィルタを前向きおよび後向きフィルタリングに用い、これらを組み合わせることにより、互いに位相特性が相殺する零位相フィルタとなることを示した。
- (3) (2)の方向をスペクトル包絡の推定に適用したところ、本法は、ケプストラム法の問題である不要なローカルピークの発生を抑えながら、約2倍の速度で処理できることが明らかとなった。

参考文献

- (1) 石田, 鎌田: 「デジタル信号処理のポイント」, 産業図書, 第8, 9章 (1989)
- (2) 三谷: 「デジタルフィルタデザイン」, 昭晃堂, 第2章 (1987)
- (3) 丸田: 「音響信号処理用LSI」, 音響誌 39-11 (1983)
- (4) 平野: 「シグナルプロセッサとその応用」, コロナ社, 第2, 3章 (1986)
- (5) 有本: 「信号・画像のデジタル信号処理」, 産業図書, 第5, 6章 (1980)
- (6) 鎌田, 石田, 小川: 「DSPによるスペクトル包絡の高速推定について」, 第40回電気関係学会九州支部大会, pp 449 (1987)
- (7) 鎌田, 石田, 小川: 「デジタルシグナルプロセッサによる音声スペクトルの高速推定について」, 電学論 (c) 108 巻10号, p 787-p 794, (1988)
- (8) 武部: 「デジタルフィルタの設計」, 東海大学出版, 第3, 4章 (1986)
- (9) Oppenheim, Schaher: 「デジタル信号処理; 伊達訳」, コロナ社, 第7, 10章 (1978)
- (10) 安居院, 中嶋: 「コンピュータ音声処理」, 秋葉出版, 第3章 (1980)