

# Regime Switching Modelによる株式ボラティリティ推定の実証分析

メタデータ	言語: jpn 出版者: 明治大学専門職大学院グローバル・ビジネス研究科 公開日: 2012-06-23 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 乾, 孝治 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10291/13164">http://hdl.handle.net/10291/13164</a>

# Regime Switching Modelによる株式ボラティリティ推定の実証分析

乾 孝 治\*

**概要** 本論文では、株式の月次および週次収益率にタイプの異なる Regime Switching Model を適用し、GARCH Model と比較して示した。その結果、前者は後者よりも説明力が高い傾向があることが確認されたが、データの種類によって、異なるタイプの Regime Switching Model が採用される傾向も確認された。特に週次データによる分析では、推移確率を長短金利差で説明するようなモデルが相対的に説明力が高いことが示された。

Keywords : Regime Switching Model, GARCH Model、変額年金保険、責任準備金、CTE、VaR

## 1 はじめに

2002年10月に、保険の銀行窓口販売が解禁されたのを契機に、最低保証付変額年金の売り上げが急速に増加している。同保険商品は、払込保険料を株式等のリスク資産で運用し、その成果に応じて年金受け取り金額が決まるという変額保険の一種である。しかし、満期前の死亡保険金については、運用成果に関係なく払込保険料相当額の最低保証があるという点で、市場リスクにさらされている保険となっている。従来の死亡保険や生存保険と異なるリスクを引き受けているものの、将来の支払いに備えるための責任準備金等の積立基準については合理的なルールが定まっておらず、各社が独自の対応を図っていたが、2003年6月に金融庁は健全性の確保を図るために、日本アクチャリー会に対して変額年金の責任準備金に関する積み立てルールの原案作成依頼した。2004年8月に日本アクチャリー会から「変額年金保険等の最低保証リスクに係る責任準備金の積立等に関する内閣府令等(案)」が公表され、カナダの規制当局が採用している CTE アプローチ(詳細は後述)による責任準備金およびソルベンシーマージンの計算方法が示された。

ここに示された CTE アプローチにおいては、株価収益率プロセスを Regime Switching Model (以下 RS モデル) で表現する方法が示されている。同モデルは、Engel and Hamilton (1990) の為替への応用に端緒としており、いわゆる資産収益率の非定常モデルとして、GARCH モデル等

と共に金融・経済分析において広く利用されているものである。

しかし松山(2004)によれば、変額年金の積立金計算への応用に向けて、わが国の株式指数収益率への適用分析をした結果、パラメータの安定性に問題があるために推定に用いるデータには十分注意しなければならないといった指摘がなされている。一方、RS モデルはボラティリティの変動性についての表現力が十分でない(Pagan and Schwert (1990))といった本質的な問題点も指摘されている。

本稿では、RS モデルおよび GARCH モデルについて、いくつかの異なるタイプのモデルをわが国株式市場のデータで推定することによって、それらモデルの横断的な比較を行い、特に CTE アプローチへの影響を考察するための基礎的な情報を提供したい。

## 2 変額年金保険の積立金計算方法

### 2.1 責任準備金

最低死亡保険金保証付きの変額年金(保険料一時払い、株式ファンドで運用とする)は、被保険者が満期前に死亡した場合、「株価が上昇していたらファンド時価に応じた死亡保険金を受け取れる」一方で、「株価が下落して元本割れになっていても、払込保険料相当額を死亡保険金として受け取る(ファンド時価と保険金の差額は保険会社が負担)」というものだった。すなわち、保険会社の時点  $t$  におけるファンド時価(株価)  $S(t)$ 、死亡保険金額を  $P(t)$ 、最低保証

\*\*明治大学グローバルビジネス研究科、〒101-8301東京都千代田区神田駿河台1-1。Email: inui@kisc.meiji.ac.jp

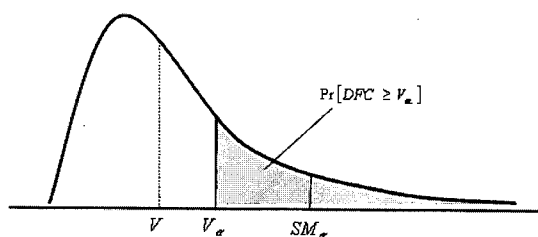


図1 変額年金のDFCと責任準備金、ソルベンシーマージンの関係

死亡保険金(払込保険料)を  $K$  とするとき、保険会社のペイオフは、

$$\begin{aligned} S(t) - P(t) &= S(t) - \max(S(t), K) \\ &= -\max(K - S(t), 0) \end{aligned}$$

となっている。すなわち、保険会社は株式プット・オプションを契約者に提供していることになる。オプションに関わる市場リスクは、死亡リスクのように多数の法則によるリスク分散効果が期待できない上に、リスクエクスポージャーが非線形性を示すことが知られている。

従って、必要積立金額を求めるには、株価変動リスクを考慮した上でDFC(Discount Future Cost、将来の保険金支払い額の現在価値)の分布を把握して、次のような基準で決定する必要がある。

#### ●責任準備金 ( $V$ )

1. 期待値(平均値)による定義: 収支相当原則に基づき、DFCの期待値(平均値)に一致するよう定義する。ただし、この場合には(安全率を見込まなければ)積立金不足が不足する確率がほぼ0.5となる。

$$V = E[DFC]$$

2. VaR(Value-at-Risk)による定義: DFCの  $1-\alpha$  パーセント点として責任準備金額を定義する。

$$V_\alpha = \inf[V : Pr[DFC \geq V] \leq 1 - \alpha]$$

3. CTE(Conditional Tail Expectation)による定義: CTEとは、ある閾値(ここでは  $V_\alpha$ )を超えるDFCの平均値。

$$V_\alpha^{CTE} = E[DFC : DFC > V_\alpha]$$

#### ●ソルベンシーマージン ( $SM$ )

1. 責任準備金を超える支払い額の平均値としてCTEで定義する。

$$SM_\alpha = E[DFC | DFC \geq V_\alpha]$$

## 3 非定常的収益率のモデル化

収益率の最も簡単なモデルは、平均と分散のパラメータを一定とした正規分布からのランダムサンプリング・モデルであるが、多くの研究者が指摘しているように、定常正

規分布と相容れない次のような非定常的な特徴が観察されている。

- ファットテール: 収益率の経験分布の裾野は正規分布よりも厚い(尖度が大きい)現象
- トレンド: 収益率が平均的にプラス(もしくはマイナス)である時期が連続的に生じている(価格が連続的に上昇(もしくは下降)する)現象
- クラスタリング: 分散が相対的に大きい(もしくは小さい)時期が連続的に(固まって)生じる現象

こうした観察結果に整合的なモデルとして、GARCHモデルやRegime Switchingモデルなどが提案されている。

### 3.1 Regime Switching Model

収益率分布がマルコフ連鎖で定義される状態変数に依存して決まるモデルをRegime Switching(RS)モデルと呼ぶ。RSモデルの中でも、収益率が正規分布(価格が対数正規分布)に従う、2状態マルコフ連鎖モデルについての研究例が多く、特にRegime Switching-Log Normal-2 states Model(RSLN2)と呼ぶことがある。RSLN2を例にモデルを定式化すると次の通りである。

観測できない状態変数( $S_t$ )が1もしくは2の値を取ると仮定する。この状態変数は、時点  $t$  における市場の状態を表しているものとする。株式過程には幾何ブラウン運動を仮定することによって、株価が対数正規分布に、収益率が正規分布に従うものとする。月次収益率  $y_t$  は状態に応じて異なる2種類の正規分布からのランダムサンプリングであると見なす。すなわち、

$$y_t \sim \begin{cases} N(\mu_1, \sigma_1^2) & \text{When } S_t = 1, \\ N(\mu_2, \sigma_2^2) & \text{When } S_t = 2. \end{cases}$$

状態推移は、推移確率を一定とするマルコフ連鎖

$$\begin{aligned} \text{Prob}(S_t = 1 | S_{t-1} = 1) &= P, \\ \text{Prob}(S_t = 2 | S_{t-1} = 1) &= 1 - P, \\ \text{Prob}(S_t = 2 | S_{t-1} = 2) &= Q, \\ \text{Prob}(S_t = 1 | S_{t-1} = 2) &= 1 - Q. \end{aligned}$$

としてモデル化される。

RSモデルでは、収益率プロセスの分散の上限が一定値(最大分散状態における分散)で抑えられてしまうため、経験的に知られているようなボラティリティの長期記憶性を表現できるような柔軟性はない(Pagan and Schwert (1990))といった指摘がある。

本稿では、RSLN2の他に、状態を3つに増やしたRSLN3についても推定する。なお、RSモデルの推定方法については、Gray (1996)およびBollen, Gray and Whaley (2000)などを参照せよ。

### 3.2 Time Varying transition probability RS Model

RS モデルの拡張として、正規分布関数(もしくはロジット関数)  $\Phi$  によって

$$P_t = \Phi(\beta_1^T X_t), \quad Q_t = \Phi(\beta_2^T X_t)$$

のとおり、外生変数ベクトル  $X_t$  を説明変数とするプロビット(もしくはロジット)モデルによる Time Varying transition probability RSLN2 (TV-RSLN2) モデルなども提案されている (Engel and Hakkio (1994) を参照)。ここで  $\beta$  は係数ベクトルである。本稿では、長短金利差を説明変数とする以下のような TV-RSLN2 モデルを推定する。

- 長期金利 ( $R_t^L$ ) : 10年国債指標利回り (1977/7-2004/12) と、利付電々債利回り (1966/1-1977/6) から信用スプレッド相当 (0.156%) を控除したものをつなげて作成。
- 短期金利 ( $R_t^S$ ) : 有担保翌日コールレート (1965/1-2004/12)
- 長短金利差 ( $SLP_t = R_t^L - R_t^S$ ) を求め、以下のルールで長短金利差の移動平均からの乖離を標準化したファクターを求める。(AVE [] は平均値、STD [] は標準偏差を与える関数。)

$$DSLSP_t = \frac{SLP_t - AVE[SLP_{t-i+1}; i=1, \dots, 36]}{STD[SLP_{t-i+1}; i=1, \dots, 36]}$$

- これによって TV-RSLN2 の推移確率を次のようにモデル化する。

$$P_t = \Phi(\alpha_1 + \beta_1 DSLSP_t), \quad Q_t = \Phi(\alpha_2 + \beta_2 DSLSP_t)$$

### 3.3 Generalized Autoregressive Conditionally Heteroscedastic Model (GARCH)

GARCH(p,q) は、

$$y_t = E_{t-1}[y_t] + \sigma_t \eta_t,$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^2$$

ただし、

$$\eta_t \sim N(0, 1), \quad \varepsilon_t = y_t - E_{t-1}[y_t]$$

で、 $E_t[\ ]$  は時点  $t$  における条件付期待値である。 $\omega, \alpha_i, \beta_i$  は次数に応じて条件が課される。一般的に  $\eta_t$  が正規分布であるとの仮定は必要ないが、本稿ではモンテカルロシミュレーションによる実験を行うために正規分布を仮定した。

GARCH はボラティリティの変動性を記述するモデルであるため、クラスタリング現象を表現できるモデルとなっているものの、トレンドについての表現力を得るためには、 $E_{t-1}[y_t]$  部分にそのような構造を別途取り入れる必要がある。しかし本稿では、 $E_{t-1}[y_t] = \mu$  (定数) とした GARCH(1,1) モデル

$$y_t = \mu + \sigma_t \eta_t,$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

について最尤法推定する。なお、推定方法の詳細について、Gourieroux (1997) などを参照せよ。

### 3.4 RS-GARCH Model

RS や GARCH モデルの批判から、自然な拡張の方向として Regime Switching と GARCH を組み合わせる試みが提案されている。

しかし、 $K$  次元の状態空間を持つマルコフ連鎖  $\{\Delta_t\}$  による RS-GARCH モデル

$$\sigma_t^2 = \omega(\Delta_t) + \sigma(\Delta_t) \varepsilon_{t-1}^2 + \beta(\Delta_t) \sigma_{t-1}^2 \quad (1)$$

は、同式を繰り返し用いることによって、

$$\sigma_t^2 = \sum_{i=0}^{t-1} \left[ \omega(\Delta_{t-i}) + \alpha(\Delta_{t-i}) \varepsilon_{t-1-i}^2 \prod_{j=0}^{i-1} \beta(\Delta_{t-j}) \right] + \sigma_0^2 \prod_{i=0}^{t-1} \beta(\Delta_{t-i})$$

となることから、 $t$  時点のボラティリティが過去のすべての状態履歴に依存してしまうために、その推定は容易でない。

Gray (1996) は、(1) で示される条件付き分散が時間と共に変動するウェイトで加重平均された正規分布であるので、そのウェイトとして条件付き状態確率を使い、

$$h_{t-1} = \sum_{j=1}^k p_{t-2}(\Delta_{t-1}=j) \sigma_{jt-1}^2$$

によって、

$$\sigma_{it}^2 = \omega_i + \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_i h_{t-1}, \quad i=1, \dots, k$$

と表すことで、従来の最尤推定の枠組みをそのまま利用できる推定方法を提案した。ただし、 $p_{t-2}(\Delta_{t-1}=j)$  は時点  $t-2$  における条件の下で推定した、時点  $t-1$  で状態  $j$  にいる確率であり、 $\sigma_{jt-1}^2$  は  $t-1$  時点で状態  $j$  である場合の条件付き分散を表している。

Gray (1996) の方法は定常性の条件が与えられないなどの批判もあり、近年新しい方法が提案されている (Hass, Mittnik and Paoletta (2003) を参照) もの、本稿では、Gray (1996) の方法により、状態空間の次元を  $k=2$  とした場合の RS-GARCH(1,1) を推定する。

## 4 分析結果

変額年金の積立金計算に用いるモデルを構築する上で、モデルパラメータをいかに決めるかは重大な問題である。モデルは、将来予測に用いられるのであるから、過去と将来の株式市場の構造変化が全くないという前提であれば、単純な過去データによる推定結果をそのまま利用すれば良いはずであるが、金融庁のガイドラインでも、高度経済成長期の株式収益率をそのまま用いるべきでないといった、

構造変化を前提とするモデルの使用を求めている。

本稿では、参考としてビルディングブロックアプローチによるモデル推定を試みる。すなわち、資産収益率を、無リスク部分とリスクプレミアム部分に分解し、将来の株式プレミアムモデルを同過去データから推定する。そのために、株式の収益率としては次の3セットを用意した。

1. TOPIX 月次収益率、1966年1月-2004年12月(432ヶ月)
2. TOPIX 月次プレミアム、1966年1月-2004年12月(432ヶ月)

●プレミアムは、「TOPIX 月次収益率-コールレート/12」で計算

3. TOPIX 週次収益率、1992年1月第1週-2004年12月第4週(680週)

各データセットについてGARCH(1,1)、RSLN2、RSLN3、TV-RSLN2、RS-GARCH(1,1)の5つのモデルを推定し、尤度比検定によってモデルの相対的な有意性を検証した。

#### 4.1 モデル推定結果

結果は、データセット1,2,3それぞれについて、表1-6、表7-12、表13-18が対応している。

一般的には、RSモデルにおいては平均値よりも標準偏差が統計的に有意な推定値を得やすい傾向がある。資産収益率の平均値の推定が難しいというよく知られた事実と整合的である。

月次収益率と月次プレミアムのRSモデルの推定結果を比較すると、プレミアムは短期金利に相当する分だけ水準が低いため、プレミアムの平均値に関する有意性(帰無仮説:平均がゼロ)が弱くなっている。しかし、標準偏差や、GARCHおよびTV-RSLN2のパラメータについては、その水準および標準誤差(SE)の違いは大きくなかった。ボラティリティ構造のみについて言えば、収益率もプレミアムも大差はないと言えるだろう。

尤度比検定の結果をまとめると以下の通りである。

- 月次収益率ではRS-GARCHを支持

RSLN2がGARCHを1%有意水準で棄却しているが、TV-RSLN2がRSLN2を棄却できない。一方、RS-GARCHはRSLN2およびTV-RSLN2を1%有意水準で棄却している。しかし、RSLN3はRSLN2およびRS-GARCHを棄却できないことから、RS-GARCHが最適であろうという結論を得る。

- 月次プレミアムではRS-GARCHもしくはRSLN3を支持

月次収益率とほぼ同様の結果が得られている。すなわち、RSLN2がGARCHを1%有意水準で棄却しているが、

TV-RSLN2がRSLN2を棄却できない。一方、RS-GARCHはRSLN2およびTV-RSLN2を1%有意水準で棄却している。しかし、RSLN3はRSLN2を5%有意水準で棄却しているものの、RS-GARCHを棄却できないことから、RS-GARCHが最適であるがRSLN3も次の候補となるという結論を得る。

- 週次収益率ではTV-RSLN2を支持

RSLN2がGARCHを1%有意水準で、TV-RSLN2がRSLN2を5%有意水準で棄却する一方で、RS-GARCHおよびRSLN3はTV-RSLN2を棄却できないと言う結果になっている。よって、TV-RSLN2が適切であろうという結論を得る。

以上の通り、データセットの違いによって適切なモデルが異なるという結果になった。月次データは週次に比べてデータ期間が長いために、市場状態の変化をより多く経験しているはずである。従って、推定される状態空間の次数もより多くなる可能性が高いと言える。そのために月次プレミアムにおいてRSLN3が有意な結果となったと推察される。

このようにデータセットに応じて適切なモデルの判定が異なる結果となったが、実際に株式収益率シミュレーションを行った際に、CTEへの影響がモデルによってどれほど違うかについてモンテカルロシミュレーションの実験を行ってみた。

#### 4.2 モンテカルロシミュレーションによるVaR, C-VaRの算出

株式収益率のシミュレーションを行うためには、プレミアムモデルについては無リスク金利を加えてやらなければならないが、ここでは金利モデルについては言及しないので、月次収益率モデルと週次収益率モデルについてのみ実験する。同様の理由で、金利ファクターを内在するTV-RSLN2についても実験しないこととする。

実験は、GARCH、RSLN2、RS-GARCHモデルについて、月次モデルでは12ヶ月累積収益率分布を、週次モデルでは4週間累積収益率を、それぞれ50000万回のシナリオから作成、信頼水準 $\alpha=99\%$ 、 $95\%$ 、 $90\%$ のVaRおよびC-VaRを求める。なお、C-VaRとは、CTEと同じ定義であるが、通常損失は負値として現れるためCTEにおける定義と符号に関する扱いが逆になることから改めて定義する。すなわち、収益率を $X$ とするとき、

$$\begin{aligned} \text{VaR}_\alpha &= -\inf\{x | \Pr[X < x] > 1 - \alpha\}, \\ \text{C-VaR}_\alpha &= -E[X | X < -\text{VaR}_\alpha] \end{aligned}$$

である。

シミュレーション結果を見ると、月次の実験では

推定結果：TOPIX 収益率，月次（1966/1-2004/12, 423ヶ月）

表1 GARCH(1,1)

Parm.	Est.	SE	t-value
$\mu$	0.561	0.203	2.761
$\omega$	0.370	0.203	1.824
$\alpha$	0.081	0.019	4.282
$\beta$	0.908	0.020	44.461
Log likelihood	-1395.70		

表2 RSLN2

Parm.	Est.	SE	t-value
$\mu_1$	0.874	0.251	3.474
$\sigma_1$	2.578	0.217	4.031
$\mu_2$	0.346	0.326	2.677
$\sigma_2$	5.737	0.216	4.039
$P$	0.968	0.017	52.019
$Q$	0.984	0.010	89.167
Log likelihood	-1390.60		

表3 RSLN3

Parm.	Est.	SE	t-value
$\mu_1$	2.637	0.658	4.006
$\sigma_1$	4.092	0.547	7.482
$\rho_2$	0.715	0.267	2.677
$\sigma_2$	2.489	0.202	12.337
$\mu_3$	-1.438	0.908	-1.583
$\sigma_3$	6.005	0.324	18.544
$P_{11}$	0.840	0.102	8.218
$P_{22}$	0.978	0.061	15.950
$P_{33}$	0.874	0.103	8.470
$P_{12}$	0.020	0.030	0.682
$P_{23}$	0.005	0.016	0.326
$P_{31}$	0.126	0.100	1.254
$P_{13}$	0.140	0.089	1.567
$P_{21}$	0.017	0.025	0.671
$P_{32}$	0.000	0.022	0.000
Log likelihood	-1382.79		

表4 TV-RSLN2

Param.	Est.	SE	t-value
$\mu_1$	0.893	0.265	3.369
$\sigma_1$	2.657	0.220	12.069
$\mu_2$	0.322	0.335	0.960
$\sigma_2$	5.782	0.223	25.891
$a_1$	1.890	0.251	7.536
$b_1$	0.203	0.188	1.080
$a_2$	2.192	0.271	8.100
$b_2$	-0.100	0.269	-0.372
Log likelihood	-1389.20		

表5 RS-GARCH(1,1)

Parm.	Est.	SE	t-value
$\mu_1$	0.765	0.297	2.573
$\omega_1$	0.308	0.801	0.385
$\alpha_1$	0.518	0.183	2.827
$\beta_1$	0.482	0.129	3.730
$\mu_2$	0.767	0.243	3.157
$\omega_2$	1.594	0.922	1.729
$\alpha_2$	0.000	0.029	0.000
$\beta_2$	0.946	0.051	18.446
$P$	0.974	0.027	36.446
$Q$	0.995	0.005	210.233
Log likelihood	-1382.15		

表6 尤度比検定結果

Model	Log Likelihood	# Parameters	$\chi^2$ -test	vs Model
GARCH	-1395.70	4		
RSLN2	-1390.60	6	10.21**	GARCH
TVRSLN2	-1389.20	8	2.80	RSLN2
RS-GARCH	-1382.15	10	16.89**	RSLN2
			14.09**	TVRSLN2
RSLN3	-1382.79	12	15.62	RSLN2
			-1.27	RS-GARCH

2つのモデルの尤度の2倍が，パラメータ数の差を自由度とする  
 カイ二乗分布に漸近的に従うとの仮定の下で検定  
 \*は5%，\*\*は1%有意水準で帰無仮説を棄却

推定結果：TOPIX プレミアム，月次（1966/1-2004/12,423ヶ月）

表7 GARCH(1,1)

Parm.	Est.	SE	t-value
$\mu$	0.099	0.111	0.898
$\omega$	0.388	0.124	3.3130
$\alpha$	0.082	0.013	6.519
$\beta$	0.907	0.013	71.235
Log likelihood		-1395.38	

表8 RSLN2

Parm.	Est.	SE	t-value
$\mu_1$	0.310	0.252	1.234
$\sigma_1$	2.551	0.215	11.851
$\mu_2$	0.014	0.323	0.043
$\sigma_2$	5.715	0.211	27.1247
$P$	0.969	0.017	58.671
$Q$	0.985	0.009	104.154
Log likelihood		-1390.76	

表9 RSLN3

Parm.	Est.	SE	t-value
$\mu_1$	2.293	0.663	3.456
$\sigma_1$	4.092	0.546	7.490
$\mu_2$	0.166	0.263	0.630
$\sigma_2$	2.489	0.196	12.676
$\mu_3$	-1.801	0.932	-1.933
$\sigma_3$	6.016	0.327	18.388
$P_{11}$	0.832	0.106	7.825
$P_{22}$	0.978	0.061	16.030
$P_{33}$	0.868	0.107	8.121
$P_{12}$	0.021	0.003	0.706
$P_{23}$	0.006	0.016	0.355
$P_{31}$	0.132	0.104	1.266
$P_{13}$	0.147	0.094	1.559
$P_{21}$	0.016	0.025	0.667
$P_{32}$	0.000	0.022	0.000
Log likelihood		-1382.88	

表10 TV-RSLN2

Param.	Est.	SE	t-value
$\mu_1$	0.348	0.265	1.312
$\sigma_1$	2.637	0.221	11.939
$\mu_2$	-0.013	0.333	-0.040
$\sigma_2$	5.771	0.220	26.199
$a_1$	1.883	0.249	7.576
$b_1$	0.192	0.192	1.003
$a_2$	2.206	0.291	7.584
$b_2$	-0.127	0.276	-0.459
Log likelihood		-1389.36	

表11 RS-GARCH(1,1)

Parm.	Est.	SE	t-value
$\mu_1$	0.224	0.241	0.928
$\omega_1$	0.253	0.766	0.326
$\alpha_1$	0.515	0.183	2.812
$\beta_1$	0.485	0.127	3.826
$\mu_2$	0.224	0.241	0.928
$\omega_2$	1.624	0.933	1.741
$\alpha_2$	0.000	0.029	0.000
$\beta_2$	0.946	0.053	17.978
$P$	0.974	0.027	36.108
$Q$	0.995	0.005	198.663
Log likelihood		-1381.30	

表12 尤度比検定結果

Model	Log Likelihood	# Parameters	$\chi^2$ -test	vs Model
GARCH	-1395.38	4		
RSLN2	-1390.76	6	9.23**	GARCH
TVRSLN2	-1389.36	8	2.81	RSLN2
RS-GARCH	-1381.30	10	18.93*	RSLN2
			8.06*	TVRSLN2
RSLN3	-1382.88	12	15.77*	RSLN2
			-1.58	RS-GARCH

2つのモデルの尤度の2倍が，パラメータ数の差を自由度とする

カイ二乗分布に漸近的に従うとの仮定の下で検定

\*は5%，\*\*は1%有意水準で帰無仮説を棄却

推定結果：TOPIX 収益率，週次（1992/1-2004/12,680週）

表13 GARCH(1,1)

Parm.	Est.	SE	t-value
$\mu$	-0.081	0.101	-0.803
$\omega$	5.991	2.023	2.962
$\alpha$	0.147	0.050	2.934
$\beta$	0.000	0.297	0.000
Log likelihood	-1623.74		

表14 RSLN2

Parm.	Est.	SE	t-value
$\mu_1$	-0.105	0.178	-0.589
$\sigma_1$	1.645	0.175	9.384
$\mu_2$	-0.047	0.133	-0.353
$\sigma_2$	2.903	0.103	28.200
$P$	0.961	0.026	37.246
$Q$	0.987	0.009	104.442
Log likelihood	-1617.56		

表15 RSLN3

Parm.	Est.	SE	t-value
$\mu_1$	-0.193	0.180	-1.072
$\sigma_1$	1.635	0.176	9.285
$\mu_2$	-0.021	0.144	-0.146
$\sigma_2$	2.756	0.149	18.520
$\mu_3$	0.068	4.570	0.015
$\sigma_3$	5.403	2.919	1.851
$P_{11}$	0.967	0.079	12.180
$P_{22}$	0.980	0.049	19.866
$P_{33}$	0.550	0.663	0.868
$P_{12}$	0.000	0.059	0.000
$P_{23}$	0.008	0.018	0.434
$P_{31}$	0.000	0.340	0.000
$P_{13}$	0.033	0.077	0.430
$P_{21}$	0.012	0.016	0.757
$P_{32}$	0.457	0.661	0.681
Log likelihood	-1612.89		

表16 TV-RSLN2

Param.	Est.	SE	t-value
$\mu_1$	-0.167	0.160	-1.044
$\sigma_1$	1.679	0.151	11.150
$\mu_2$	-0.026	0.131	-0.195
$\sigma_2$	2.905	0.099	29.430
$a_1$	2.346	0.900	2.606
$b_1$	0.791	0.594	1.333
$a_2$	2.318	0.424	5.466
$b_2$	-0.205	0.297	-0.670
Log likelihood	-1613.75		

表17 RS-GARCH(1,1)

Parm.	Est.	SE	t-value
$\mu_1$	0.033	0.145	0.228
$\omega_1$	0.000	1.037	0.000
$\alpha_1$	0.163	0.085	1.910
$\beta_1$	0.681	0.269	2.531
$\mu_2$	-0.349	0.310	-1.128
$\omega_2$	9.334	9.228	1.011
$\sigma_2$	0.000	0.108	0.000
$\beta_2$	0.000	1.070	0.000
$P$	0.960	0.034	28.575
$Q$	0.935	0.063	14.833
Log likelihood	-1614.20		

表18 尤度比検定結果

Model	Log Likelihood	# Parameters	$\chi^2$ -test	vs Model
GARCH	-1623.74	4		
RSLN2	-1617.56	6	12.35**	GARCH
TVRSLN2	-1613.75	8	7.62*	RSLN2
RS-GARCH	-1614.20	10	6.73	RSLN2
			-0.89	TVRSLN2
RSLN3	-1612.89	12	9.35	RSLN2
			2.62	RS-GARCH

2つのモデルの尤度の2倍が，パラメータ数の差を自由度とする

カイ二乗分布に漸近的に従うとの仮定の下で検定

\*は5%，\*\*は1%有意水準で帰無仮説を棄却



モンテカルロシミュレーション結果, 50000シナリオ

表19 モンテカルロシミュレーション結果：月次モデル, 12ヶ月後

	GARCH	RSLN2	RS-GARCH
ave.	-6.8385	-6.3528	-5.9201
std.	14.2261	17.1000	15.6040
VaR <sub>99%</sub>	27.4885	37.3608	33.6219
VaR <sub>95%</sub>	16.4761	23.4418	19.8526
VaR <sub>90%</sub>	10.8382	15.9176	13.2990
C-VaR <sub>99%</sub>	33.9522	44.5342	42.5878
C-VaR <sub>95%</sub>	23.3667	32.1473	28.6774
C-VaR <sub>90%</sub>	18.3546	25.7464	22.4257

表20 モンテカルロシミュレーション結果：週次モデル, 4週間後

	GARCH	RSLN2	RS-GARCH
ave.	-0.3563	-0.2718	-0.1394
std.	5.1917	5.2949	5.5801
VaR <sub>99%</sub>	12.8219	13.0047	13.7478
VaR <sub>95%</sub>	8.8340	9.0099	9.4763
VaR <sub>90%</sub>	6.8789	6.9129	7.2130
C-VaR <sub>99%</sub>	15.0584	15.0243	15.8407
C-VaR <sub>95%</sub>	11.3050	11.4867	12.1032
C-VaR <sub>90%</sub>	9.5424	9.6759	10.1749

GARCHよりもRSモデルの方がリスクが大きく評価される傾向が見られる。GARCHが左右対称の分布を生成するのに対して、RSモデルは非対称な分布を生成するため、下側のテイル部分で計測されるリスク指標について大きな違いが生じたようである。

一方、週次の場合には月次ほどモデル間の違いが大きく現れていない。これは、推定されているパラメータが必ずしも有意でないために、何が原因であるかを説明することはむずかしいが、一つには、シミュレーションの累積期間が、月次の12期間に対して4期間（週間）であることが理由として考えられる。

## 5 結論

本論文では、株式の月次収益率、月次プレミアム、および週次収益率にタイプの異なるRSモデルを適用し、GARCHモデルと比較して示した。GARCHモデルは平均値が一定であるようなモデルを採用したこともあって、トレンドが大きく変動しているであろう長期の月次モデルではRSモデルが予想通り優れているという結論となった。しかし、週次においてさえも強い有意水準でRSモデルが

採用されるという結果になった。

ただし、データの違いによって、異なるタイプのRSモデルが採用される傾向も確認された。長期のデータでは状態空間の次元が多い方が説明力が高くなること、長短金利差を説明変数とするTV-RSLN2が特に週次データによる分析で相対的に高い説明力を示すことが確認された。

モンテカルロシミュレーション実験の結果、特に月次モデルにおいてGARCHとRSモデルの違いが顕著にあらわれた。経験分布と比較するなどの検証は今後の課題としたい。

## 参考文献

- [1] 松山直樹 (2004) 「変額年金のリスク管理 (現状と課題)」、日本保険・年金リスク学会 第2回研究発表大会、pp1-9。
- [2] Bollen, N. P. B., S. F. Gray and R. E. Whaley (2000), "Regime switching in foreign exchange rates: Evidence from currency option prices," *Journal of Econometrics*, 94, 239-276.
- [3] Engel, C. and C. S. Hakio (1996), "The distribution of the exchange rate in the EMS," *International Journal of Finance and Economics*, 1, 55-67.
- [4] Engel, C. and J. D. Hamilton (1990), "Long Swings in the Dollar: Are They in the Data and Do Markets Know it?," *The American Economic Review*, 80, 689-713.
- [5] Gray, S. F. (1996) "Modeling the conditional distribution of interest rates as a regimeswitching process," *Journal of Financial Economics*, 42, 27-62.
- [6] Gouriéroux, C. (1997) "ARCH Models and Financial Applications," *Springer Series in Statistics*.
- [7] Hass, M., S. Mittnik and M. S. Paoletta (2004) "Volatility Dynamics in Exchange Rates: Markov Switching GARCH- Mixtures," *working paper*.