ライン・バランシングの問題について

ライン・バランシング問題について

Line Balancing Problem

経営学研究科経営学専攻3年次生
橋　本　和　美
HASHIMOTO Kazumi

1. は じ め に

企業活動の一つの主軸をなす生産過程は，きわめて多くの，機能的に相互に有機的関連をもった諸要素が，製造技術的必然性にしたがって組織された一つの系である，と特徴づけることができよう。そして生産過程の効率の一つの表現である生産力，あるいは生産性は，その生産過程を構成している個々の要素の諸性質，たとえば労働者の技能や熟練，機械や装置の性能，あるいは加工対象の質や寸法などに依存することは周知のところである。だが一全体としての生産過程，その生産性あるいは生産力を――たとえそれらの諸要素のもつ能力を何らかの単位の量に還元できたとしても――それらの諸力の代数和によって表わすことができないだろうか。同じような疑問が，たとえばスポーツにおいても生ずる。団体競技のばあい，一般に云われるチームの強さは何によって決まるか。この問にたいして，もちろん，第一は各個人の技能の優劣をあげることができる。しかし，それだけでチームとしての優劣を判断することはできないだろう。それぞれ異なった任務をもつ各グループ，あるいは各個人のあいだの連繋動作，いわゆるチーム・ワークというものが，きわめて重要な要因になっている。このことは，優秀なプレーヤーを選抜して形成された混成チームが必ずしも優れているとはかぎらない，という事実によって証明されている。

サイバネティクスにおいては――サイバネティクスは，主としてダイナミックな系の行動の仕方に関する一般的法則を取扱う――同じ考え方が重要な地位を占めている。たとえば W. Ross Ashby は，Coupling System の章でつぎのように述べている。“……一般に諸部分は，一全体を形成するのに，種々異なる仕方で結合（couple）されうる。構成諸部分を明確にすることで（defining）結合の仕方は決定されない。このことから，一つの重要な結論が得られる。一個の機械が，与えられた行動をする諸部分から成立っているとしても，そのことは一全体としての機械の行動を決定するには不充分である。すなわち，結合について詳細が付け加えられてはじめて，その全体の行動はデタミネートになる。”[1)]

この考えは，上記の問題にたいしても同程度に妥当するものといえるだろう。すなわち，一全体としての生産過程にとって，それを構成している各要素の性質や能力はもちろん重要な要因ではあるが，しかし，それのみによるものではなく，その系を構成している諸要素を結合する仕方・方法，より一般的には，それら諸要素のあいだの関係もまた，重要な要因の一つであると考えるべきであろう。（諸要素を結合する仕方・方法というばあい，これ自体種々な側面をもち，詳細な分析を必要とするが，ここでは，これ以上立入らない。）

そこで，この系を構成している個々の人的，あるいは物的諸要素の種々な性質などを問題にするのではなく，むしろそれら諸要素の組合せからなる組織あるいは系の運用を問題にし，研究する必要が生じてくる。今日，企業において広く適用されているオペレーション・リサーチ（O. R.）は，まさにこの種の問題を対象とするものである。ここで取上げるライン・バランジング問題も，その一つであるので，それを述べる前に，ＯＲの特徴について簡単に考察しておこう。

ＯＲは，在庫過程や待合せ過程についての理論などとして一般に知られている。しかし，ＯＲを特徴づけるものを，個々の手法や具体的な適用領域など解することはと，誤りではないにしても，完全ではない。ＯＲが，組織，あるいは系の運用を問題にすることはさきに述べたが，さらに強調さるべき点は，ＯＲは，ある決定をせまられている一つの問題を明確に記述し，決定の準備をする，ということである。すなわち，ＯＲはａ），一般にいかなる決定可能性が存在するかを確定し，ｂ），一定の判断基準が与えられたときに，与えられた条件のもとで，いかなる方法で決定すべきかを明らかにし，ｃ），これらの決定可能性の一定のものを選択，決定するときに生ずるだろう結果を予測する。したがって，系の運用に関して決定が問題になるところでは，いかなるところにもＯＲの問題は存在する。このことから，本質的にＯＲは，“決定理論”の応用であると云えよう[2]。

さらにＯＲでは，問題が一つの形式的モデルによって記述されるという点に特徴を見いだすことができる。ＯＲにとってモデルは，その問題にとって重要な，現実の一つのアスペクトを表現し，強調するための抽象であり，その問題の構造を明らかにし，その問題に入り込む諸要因のあいだの相互の関係を表現するのに役立つ。したがってそこでは，抽象的な構造や関係を研究する数学が，大きな役割をはたし，モデルは数学の言葉で表現されることがきわめて多い。

ＯＲのモデルにおいて，問題を規定する要因は，通常二つの種類——データとパラメーター——に分けられる。データは，所与のものとして，われわれがそれを観察し，測定することはできるが，それをコントロールすることができない量である。それに反して，パラメーターは，一定の範囲内——この範囲を決めるものはデータであるが——で，われわれがコントロールすることができる量である。この言葉をつかえば，さきに述べた決定とは，パラメーターの実現可能な構成の選択であると云い換えることができる。

2. ライン・バランスの問題の設定

アッセンブリー・ラインは，典型的には，フォード・システムによって知られている。一定の速さで動くコンベヤーに沿って，いくつかの作業場所（Work Station）が設定され，作業要素(Work Element)と呼ばれる小部分に分けられた組立作業が，一定の順序で各作業場所に割当てられている。作業場所には，組立工が配置されており，コンベヤーの速さに応じた一定の時間（Cycle Time）内に，割当てられた作業を完了しなければならない。たとえば，自動車工場におけるように，数千を越える部品を取扱う複雑な工程が，コンベヤーによって総合的に統一され，一糸乱れぬ作業が進行するのであるから，ここでは，工程の同期化（Synchronizing）が決定的に重要な条件になる。

ライン・バランシングの問題を最初に解析的に扱ったのは，1954年，Benjamin Bryton のノースウェ

スタン大学における修士論文[3]とされている。その後，多くの論者が，この問題に取組み，種々な手法をもちいた解法を公けにした[4]。それらの解法は，一般に解析的方法と発見的方法 (Heuristic Method) とに分けられ，それぞれつぎのような特徴をもつ。すなわち，前者では，一般に正確な解を求めることができる。しかし計算にきわめて多くの時間を要し，電子計算機をもちいても実用には適さないばあいが多い。ここで紹介する James R. Jackson[5] の方法もこの範疇に属する。それに反して，後者では，計算は前者と比較して容易ではあるが，つねに最適解が得られるとはかぎらない。いづれの解法を選ぶべきかは，具体的に与えられた問題について，個々に検討すべきことであるが，Jackson の方法では，100程度の作業要素については，実際に手計算で解を求めることができると彼自身述べている。ここで Jackson の方法を選んだのは，彼の方法が，列挙法により最適解を見つけだす完全なアルゴリズムを示すもので，問題の所在をあきらかにするには適当であると考えたからである。

問題を定式化する前に，ここで使用するいくつかの基礎的用語の定義と，考慮されるいくつかの条件について述べておこう。

全組立作業は，作業分析や動作研究などにより，作業要素 (Work Element) と呼ばれる部分作業に分けられる。作業要素は，製造技術的，あるいは経済的に，それ以上分割することが不合理であるような一連の連続した動作からなる。たとえば，1）ボルトを取上げる，2）ナットを取上げる，3）ボルトを穴に差込む，4）ボルトにナットのネジ穴をのぞかせる，5）締付け具を取上げる，6）ボルトにナットを締付ける。7）締付具を置く。これら一連の動作は，これ以上分割することは論理的に不可能である。また同一の工具をもちいておこなう同種の作業は，他に制約がなければ，同一の作業場所にまとめられれば，時間を節約することができる。したがって作業の分割には，一定の限界があることがわかる。

このようにして分割された各作業を実行する場所が，コンベアーに沿って定められる。そこが作業場所 (Work Station) で，各作業場所には，通常一人の組立工が配置されるが，しばしば，一人の組立工が複数の作業場所を担当したり，あるいは逆に，自動車や航空機のように対象が大きいばあいには，数人の組立工が，一つの作業場所に配置されることもある。

各作業要素のあいだには，それらが実行される順序，あるいは優先順位が存在する。この順序には，後述するダイアグラムから明らかになるように，厳密に守られねばならない優先順位と，ある作業要素のグループのあいだでは，そのいづれが優先することも許されるような関係とがある。たとえば，自動車工場のばあい，車軸の取付けは，車輪の取付けに先行しなければならない，などは前者の例であり，ネーム・プレートの取付けは，フレームの組立作業が終了した時点から製品完成前までのいづれの時点であこなってもよい，などは後者の例である。この優先順位を条件づけるものには種々なものがあるが，Kilbridge と Wester は，その典型的なものとしてつぎの三つを挙げている[6]。

1. 構成部品，あるいは単位部品の組立ての順序による技術的制限，
2. ラインに固定された設備や機械によって強いられる制限，
3. 作業員に関係する位置の制限

時間に関する基礎的な概念は，第1にサイクル時間 (Cycle Time) で，これはコンベアーが一定の速

度で動いているとき，各作業場所で，作業を遂行するために費すことのできる最大の時間である。第2は，作業実行時間（Operation Time）で，各作業要素をおこなうに必要な時間である。そして第3は，一つの作業場所に割当てられた諸作業要素の作業実行時間の合計（Kilbridge は，これを Station Work Content Time と呼んでいる）と，サイクル時間との差で，これを遊び時間（Idle Time）と呼ぶ。

さきに述べたように，製造技術的，あるいは経済的理由から，組立作業の分割には一定の限度があり，さらに各作業要素のあいだには，したがわなければならない一定の優先順位がある。このことから，各作業場所時間（Station Work Content Time）がすべて，サイクル時間に等しくなるように作業を各作業場所に割当てることができるとは限らない。この事実からライン・バランシングの問題が生ずる。

Jackson の解法では，つぎのことを仮定する。

ある一種類の商品が，一つのアッセンブリーラインで組立てられる。

作業は，それ以上細分化できない作業要素に分けられている。

サイクル時間，および優先順位についてのデータが与えられている。

そこで，Jackson は問題をつぎのように定式化する。すなわちつぎの三つの方法で，作業要素を一連の作業場所に割当てることである。

1） 各作業場所に割当てられた作業要素の作業実行時間合計は，いづれの作業場所においても，与えられたサイクル時間を超えてはならない。

2） 各作業場所が，優先順位に反することなしに，そこに割当てられた作業を実行できるような仕方で，すべての作業要素が割当てられる。

3） 全作業場所を通じて，遊び時間の合計が最小である。

ここで注意すべきことは，この問題の定式化からもわかるように，Jackson のアルゴリズムは，サイクル時間を与えられたものとし，それに対応する作業場所の最小値を，求める目標値とするものである。しかし，作業場所の数をS，サイクル時間をC，総作業時間をTとしたとき，それらのあいだには，$S=\frac{T}{C}$ という関係がなり立つ。したがって，作業場所（あるいは組立工）の数が与えられたばあい，それに対応する最小のサイクル時間を決定するというようにも定式化できる。あるいは，遊び時間を最小にするような，サイクル時間と作業場所数を決定するというように定式化することもできる。この点については，Kilbridge と Jackson のすぐれた分析がある[7]。

3. ダイアグラムの作成

Jackson のライン・バランス計算は，各作業要素のあいだの優先順位とその弾力性とを明確に示すダイムグラムをもちいておこなわれる。ダイアグラムがいかなる性質をもつかについては，のちに検討することにし，Jackson したがってダイアグラム作成の手順を示そう。

Step-1, いかなる作業要素にも後続する必要のないすべての作業要素，つまり，先行する作業をもたない作業要素を第1欄に記入する。

Step-nA, $n \geqq 2$，n−1欄のすぐ右にある欄に，まだこのダイアグラム上に記入されていない作業要素

で，かつダイアグラム上に記入されていない作業要素に続く必要のない作業要素をすべて欄に記入する。

Step-nB，n－1欄にある各作業要素から，それらに続かなければならない欄の作業要素に矢線をひく。そして，（n－1）欄を（n－2），…… 1に置き換えてこの手続を繰返す。ただし，第1の作業要素から第2の作業要素への矢線がすでにひかれているばあいを除く。

この手順を Jackson の与えた例にしたがって検討してみよう。第一表に示すようなデータが与えられたものとする。

第一表

作業要素	作業実行時間	先　行　作　業
a	6	—
b	2	a
c	2	a，b
d	3	f，g，h
e	5	d，g
f	5	a
g	7	a
h	1	a
i	6	b，c
j	5	b，i
k	4	a，b，d，e，g，j

Step-1，先行作業をもたない作業要素は，ここでは a だけである。したがって第1欄に a を記入し，つぎの Step へ進む。
（各 Step の終りに，その Step でダイアグラムに記入した作業要素を，第一表の先行作業欄から消去しておくと便利である。そのことによって，つぎの Step で記入すべき作業要素があきらかになる。ここでは，先行作業欄にあるすべての a を消去する）。

Step-2A，B，作業要素 b，f，g，h は，すでにダイアグラム上にある作業要素 a 以外には先行する作業をもたない。したがってこれらを第Ⅱ欄に記入する。ここで作業要素 c および k も a に続くものであるが，同時にまだダイラグラム上にあらわれていない作業要素にも続くので，これらの作業を第Ⅱ欄に記入することはできない。b，f，g，h は，a に続かなければならない。そこで Step-2B で，これらの各々に a から矢線がひかれる。（先行作業欄から b，f，g，h を消去する）

Step-3A，3B，ダイアグラムの第Ⅲ欄に記入さるべき作業要素は，c と d である。Step-3B で，b から c へ，f，g，h の各々から d へ矢線をひく，a から c へは，b をつうじて連続しているので，a から c への矢線はひく必要がない。（先行作業欄から c と d を消去する）

Step-4A，B，e と i がダイアグラムの第Ⅳ欄に記入される。Step-4B で，c から i へ，d から e へ矢線がひかれる。b から i へ，g から e へは，それぞれ c と d を媒介として連続しているので矢線はひく必要がない。（e と i を先行作業欄から消去する）

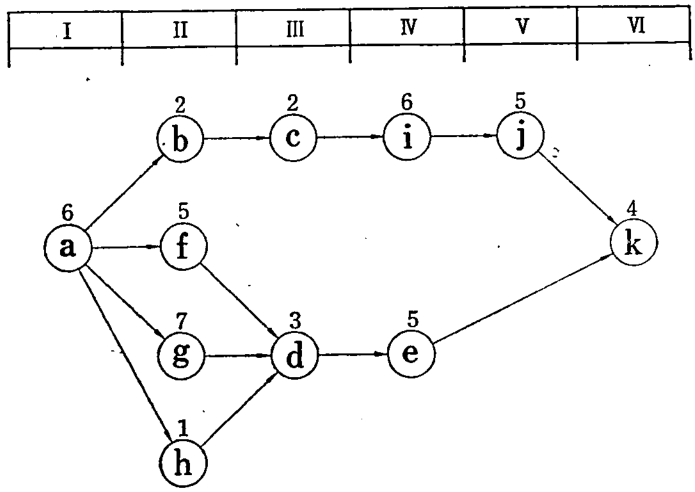
Step-5A，B，ダイアグラムの第Ⅴ欄に j が記入され，i から j への矢線がひかれる。b から i へは，c および i をつうじて連続しているので，矢線は必要ない。（j を消去する）

Step-6A，B，この Step で k が，第Ⅵ欄に記入され，これですべての作業要素がダイアグラムに記入された。したがってつぎの Step-6B をもって，この手続は完了する。j から k へ，e から k へ矢線がひかれる。a，b，d，g から へは，上の二本の矢線をひくことによって連続するので，

矢線をひく必要がない。

以上で，例題のダイアグラムが完成したのであるが，バランス計算のために，各作業実行時間をダイアグラムに記入しておく。第1図は完成したダイアグラムを示す。

第1図



このダイアグラムから明らかになることは，まず，各々の欄の内部では，各作業要素が相互に独立しているということである。したがって各々の欄の作業要素のあいだでは，それらがいかなる順序で並べられても，定められた優先順位についての制限に反することにはならない。たとえば，第1図で，第II欄にあるｂｆ，ｇ，ｈのあいだでは，それらの順序がどうあろうとも（４個の並べ方がある），与えられた優先順位を満足する。また，いくつかの作業要素は，この制限に反することなしに，それらが属する欄から，その欄より右にある欄に――一定の範囲で――移すことができる。この例では，第IV欄にあるｅは，第V欄に移すことができる。さらに，たとえばｄとｅとの順序を変えずに同時に移すならば，ｄをIIIからIVへ移すことができる。

したがって作業遂行の順序という視点からすれば，同じ優先順位を満足する，位相的に等しいダイアグラムが多数存在するということがわかる。バランス計算は，いわばこの事実を利用して，最適なバランスを見つけだそうとするものである。つぎにいま作成したダイアグラムを基礎にして，本来のライン・バランスの計算にうつる。

4.　ライン・バランス計算

最初の作業場所に割当てらるべき作業要素を正確に決定するために一般的に適用できる方法があるならば，それに続く各作業場所にたいして，その方法を繰返し適用することにより，バランスが得られるだろう。だがそのような方法は存在しない。

しかし，最初の作業場所へ割当て可能な作業要素のいくつかの集合を列挙することは可能である。そして，それらの集合のいづれか一つは，ライン・バランスの解になる集合である。この列挙法を順次，各作業場所にたいして繰返し適用するというのが，このアルゴリズムの基礎的な考えである。

最初のステップで，作業要素の集合の集りが得られるが，それらの集合の各々は，最初の作業場所へ割当可能な作業要素の集合である。第２ステップの結果，作業要素の集合の順序づけられた組の集りが得られる。これはそれぞれの集合の組について，その組の最初の集合を最初の作業場所に，２番目の集合を第２の作業場所に割当て可能であることを示す。一般に，ｎステップの結果は，｛X(1),……,X(n)｝と

いう列（Sequence）の集まりであり，その集まりのなかに，ある特殊な列 {X(1),……X(n)} が存在するということは，X(i) の作業要素をi番目の作業場所に割当て可能であることを示す。ここでX(i) は作業要素の集合であり，i＝1，2，……，nである。

ここでいくつかの集合の順序づけられた一つの列が——これは，はじめのいくつかの作業場所にたいする可能な作業割当である——与えられたとき，“次に”可能な作業割当てを列挙する方法を述べよう。この方法は，Jackson によってサブルーチン（Subroutine）と呼ばれているものであって，各作業場所にたいして一般的にもちいられる。

一つの列 {X(1),……，X(n－1)} が与えられたとき，それに続く，次に可能な作業割当ての集まりは，以下に示す手順により得られる作業要素の集合の集りである。この手順は，ダイアグラムをもちいておこなわれる。

Ⅰ，　列 {X(1),……，X(n－1)}に含まれているすべての作業要素と，それらの作業要素からひかれた矢線のすべてをダイアグラムから消去する。

Ⅱ，　Ⅰで修正されたダイアグラム上で，つぎの条件を満たす作業要素の集合Xをすべて記録したリストをつくる。

Ⅱa，ある与えられた作業要素が集合Xに含まれるならば，その作業要素と一本の矢線で結ばれた——その作業要素に先行する——すべての作業要素も，その集合Xに含まれる，換言すれば，集合Xは，すでにその集合に含まれた作業要素からのものをのぞいて，その作業要素にいたるいかなる矢線も存在しない作業要素を順次，集合Xに加えて作られるということである。

Ⅱb，集合Xに含まれる作業実行時間の合計は，サイクル時間を超えない。

Ⅱc，Ⅱa，Ⅱb に反することなしに，集合Xに加えられる作業要素が存在しない。

Ⅲ，　集合Xにたいして，つぎのような集合Yが存在するとき，Ⅱで作成されたリストから，集合Xを消去する。

Ⅲa，集合Xのなかに，集合Yのなかには存在しない一つの作業要素xが存在する。

Ⅲb，集合Xのなかには存在しないある作業要素yが集合Yのなかに存在し，yの作業実行時間がのx作業実行時間よりも大きいか，あるいは等しい。そしてxから，いづれかの作業要素zへゆく矢線があるとき，yからzへゆく矢線も存在する。

以上がサブルーチンの手順である。これはつぎに示すバランス計算の Step-1A と Step-nA においてもちいられる。そこで，つぎにライン・バランス計算の手順を示そう。

Step-1A，サブルーチンをもちいて，{ } の次に可能な作業割当て（の集合）の集まりをつくる。

Step-1B，Step-1A で得られた集まりに含まれるX(1) をもって，列 {X(1)} をつくり，List 1 に記録する。

Step-nA，$n \geq 2$，サブルーチンをもちいて，List (n－1) に含まれる各々の列 {X(1),……，X(n－1}について，その列の次に可能な作業割当て（の集合）の集まりをつくる。

Step-nB，List(n－1) に含まれた列 {X(1),……，X(n－1)} と，Step-nA において新らたにつくられ

た集りのなかの集合X(n)とをもって列{X(1),……,X(n-1),X(n)}をつくり,List-nB に記録する。

Step-nC, List-nB から,つぎの方法で List-n をつくる。

列{X(1),……X(n)}にたいして,X(i)に含まれている作業要素の各々が,Y(j)に含まれているような列{Y(1),……,Y(n)}が存在するとき,列{X(1),……X(n)}を消去する。

Step-nC によって消去できる列がもはや存在しないとき,Step-n は終る。

以上がライン・バランス計算の方法である。この手順は,列{X(1),……X(n)}にすべての作業要素が含まれるまで繰返される。つぎに,サイクル時間=10が与えられたものとして,例題について,この手順を具体的に追ってみよう。

Step-1A, 最初に,ダイアグラムをもちいて,サブルーチンⅡをおこなう。(というのは,与えられた最初のダイアグラムは,すでにⅠがおこなわれたものとみなすことができるからである)Ⅱaの制限から,集合Xはいづれも作業要素aを含まなければならないことがわかる。aが含まれたならば,つぎにその集合に加えることのできる作業要素は,aからのものを除いて,その作業要素にいたる矢線が存在しないもの,すなわちb,f,g,hである。ところが,fとgはⅡbに反する。だから,abとahの二つの集合について考えればよい。集合abには,Ⅱa,Ⅱbのいづれの制限にも反することなしに,Cあるいはhのいづれか一方を加えることができる。したがってabcとabhの二つの集合が可能である。

同様にして,ahにはbを加えて,集合ahbをつくることができる。ところが,bとhとは交換可能であるから,abhとahbは等値であり,いづれか一方を除外することができる。そこで,あとに残った二つの集合,abcとabhのいづれにたいしても,Ⅱa,Ⅱbの制限に反することなしに追加できる作業要素はもはや存在しない。したがってこれらの集合は,サブルーチンのⅡcを満足し,abc,abhがサブルーチンⅡの List である。

つぎにⅢで,集合abcを消去することができるかどうかを検討する。集合abcは,abhには含まれていない作業要素cを含む。それにたいして,集合abhに存在するⅢbのyに該当する作業要素はhで,それらの作業実行時間を比較するとc>hである。このことはⅢbに反するので,abcは消去することができない。では,逆の関係が成り立っているabhを消去できるだろうか。hからdへの矢線はあるが,cからdへの矢線は存在しない。このことはやはりⅢbに反するのでabhも List から消去できない。

Step-1B, List 1 {a b c}, {a b h}

(この二つの集合が最初の作業場所に割当て可能な作業要素の集合である)。

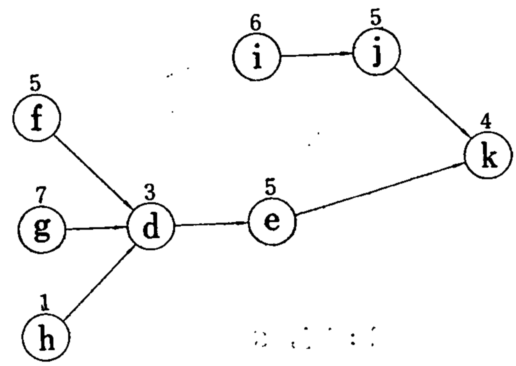
Step-2A, {a b c} に続く,次の作業割当ての集合と,{a b h} に続く,次の作業割当ての集合をそれぞれつくらなければならない。

まず,{a b c} に続く作業割当ての集合を考えよう。サブルーチンⅠの結果,つぎに示すダ

イアグラムが得られる。（第２図）

ダイアグラムから明らかなように，各集合ｘはｉ，ｆ，ｇ，あるいはｈを含まなければならない。

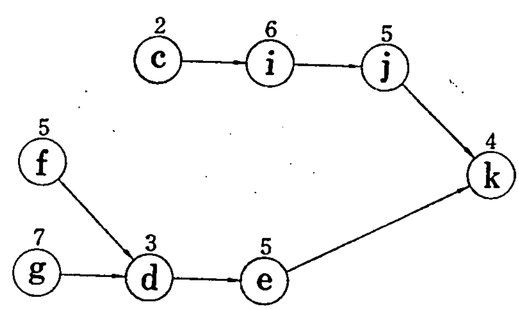
第２図



Ⅱａ，Ⅱｂに反することなしに形成される集合は，ｉｈ，ｆｈおよびｇｈの三つであり，それ以外には存在しない。したがってこれらの各々はⅡｃを満足する。つぎにサブルーチンのⅢで，ｉｈとｇｈはⅢｂの制限に反するので，いづれも消去できない。ｆｈとｇｈとのあいだでは，ｆｈには含まれているが，ｇｈには含まれていない作業要素ｆが存在し，他方ｇはｇｈには含まれているが，ｆｈには含まれていない。そして作業実行時間を比較するとｆ＜ｇ。ｄはｆおよびｇから，それぞれ一本の矢線で結ばれた唯一の作業要素である。したがって fh は List から消去することができる。以上のことから，{a b c} に続く作業割当ての集合は，ｉｈとｇｈである。

{ａｂｈ} についても同様にして，つぎのダイアグラムが得られる。（第３図）

サブルーチンのⅡで，Ⅱａ，Ⅱｂ，Ⅱｃを満足する三つの集合ｃｉ，ｃｆ，ｃｇが得られる。Ⅲでｃｆが消去され，{ａｂｈ}に続く可能な作業割当ての集合がｃｉとｃｇであることがわかる。



第３図

Step-2B,　List-2B : {a b c, i h}, {a b c, g h}, {a b h, ｃｉ}, {ａｂｈ, ｃｇ}

Step-2C,　{a b h, c i} に含まれるすべての作業要素は {ａｂｃ，ｉｈ} にも含まれている。また {ａｂｈ，ｃｇ} に含まれるすべての作業要素は，{ａｂｃ，ｇｈ} にも含まれている。したがって，それぞれ，そのいづれか――ここでは前者とする――を消去する。List-2B に示された例の集りについて，これ以外の消去は不可能である。これでこの Step は終り，つぎの List-2 が得られる。

List-2 :　{a b c, i h}, {a b c, g h} (Step-nC の消去のさいに任意性が存在する。というのは，上記の Step-2C において，後者を消去することも可能だからである。このことは，このアルゴリズムが，与えられたサイクル時間のもとで，作業場所の最小数をみつけだそうとするものであり，その最小数の作業場所への作業割当ての組合せは，いくつか存在し，そのなかの一つを解として見つけだすにすぎないということを示す)。

Step-2 の手順は，簡単につぎのように要約することができる。

Step-2

{a b c}：i h，(f h)，g h　{a b h}：「c i」，(c f)，「c g」

ここで List-1――{ }――に続く各集合は，サブルーチンのⅡの結果に対応している。( )でくくられた集合は，サブルーチンのⅢで消去された集合を示し，「 」でくくられた集合は，Step-2C において消去された，二つの集合からなる列の2番目の集合を意味する。

この要約から，直ちに List-2 を導きだすことができる。すなわち，( )あるいは「 」でくくられていない集合を { } でくくられた集合の列の最後に付け加えれば，List-2 に含まれる列の集りをすべて示すことになる。Step-3 以下をこの方法で示すとつぎのようになる。

Step-3

{a b c，i h}：f j，g

{a b c，g h}：f d，「i」

Step-4

{a b c，i h，f j}：g d

{a b c，i h，g}：「f d」，「f j」

{a b c，g h，f d}：e「i」

Step-5

{a b c，i h，f j，g d} に続く作業割当ての可能な集合は e k である。これは上の列に含まれていない作業要素のすべてである。したがって {a b c，g h，f d，e} に続く集合がいかなるものであれ，この問題にたいする一つの解{a b c，i h，f j，g d，e k} を得たことになり，計算は終る。({a b c，g h，f d，e} では，作業場所数は6となる。)

以上の例題についてのライン・バランス計算の結果，与えられた条件を満足する一つの解として，第2表に示すような作業割当てが得られる。

第2表

作業場所	1	2	3	4	5
割当てられた作業要素	a，b，c	i，h	f，j	g，d	e，k
作業実行時間計	10	7	10	10	9

5. むすび

Jackson のアルゴリズムを中心に，ライン・バランシングの問題を考察した。はじめに述べたように，この方法はあらゆる可能な組合せを列挙するものである。それ故に――一般に組合せの問題がそうであるように――可能な組合せの数は厖大なものとなり，大規模なアッセンブリー・ラインにはほとんど役立たない。しかし，試行錯誤によっておこなわれていた作業割当てにたいして，一つの合理的な基礎を与えたことは大きな意義をもつ。その後研究されている発見的方法は，この基礎のうえに，問題の処理をより現

実的にした。

この種の問題においてもちいられる形式的，とくに数学的モデル化の方法は，企業や社会の諸問題にとって大きな意義をもつ。というのは，この領域においては，対象の特殊性，あるいは時間的，経済的理由から，現実に実験することが不可能な問題が多いが，モデルはそれらの問題にたいして，抽象的な形での実験を可能にするからである。

さらに形式的，数学的モデルでは，その適用領域が，そのモデルが抽象されてきた具体的問題に限定されない。そこでは，取扱われる問題が何であるかは重要でない，むしろ重要なのは問題のパターンの類似性である。上に紹介したライン・バランシングの解法も，決してアッセンブリー・ラインの問題に限られるものではなく，広い適用領域をもつであろう。

注1） W. Ross Ashby; "An Introduction to Cybernetics", 1964. p. 53.

2） チャーチマン，アコフ，アーノフは，権威ある仕方で定義するにはまだ若すぎるとし，暫定的，作業用として，ORをつぎのように定義している。"O. R. は科学的な方法，手法，および用具を体系の運用に関する問題に適用して，体系を管理する人に問題の最適解を提供するものである"。現代経営科学全集1，"オペレーションズ・リサーチ入門上"，23頁，

3） B. Bryton, "Balancing of a Continuous Production Line", Unpublished M. S. Thesis, Northwestern Uni. 1954.

4） ライン・バランシング問題に関する参考文献はつぎのものに紹介されているので参照されたし。
J. F. ミュース/G. L. トンプソン編"インダストリアル・スケジューリング" 477頁.
インダストリアル・エンジニアリンク誌，2/1962，128頁，2/1963，136頁，

5） J. R. Jackson: "A Computing Procedure for a Line Balancing Problem" Management Science, Vol.2, No.3 p. 261～271.

6） D. M. Kilbridge and L. Wester: "A Heuristic Method of Assembly Line Balancing" J. IE, XII. 4. 1961. p. 292～98. 邦訳，インダストリアル・エンジニアリング誌，2/1962. 121～28頁，

7） 上掲書，